

Статистика горизонтальных смещений радиолуча, отраженного от параболического ионосферного слоя со случайными неоднородностями

А.Г. Вологдин, Л.И. Приходько, И.А. Широков

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Факультет вычислительной математики и кибернетики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2 vologdin@phys.msu.ru, l.prikhodko@mail.ru, ishirokov@cs.msu.ru

Рассмотрены флуктуации горизонтальных смещений луча при отражении от параболического ионосферного слоя, вызванные рассеянием на случайных неоднородностях диэлектрической проницаемости. Полученные аналитические выражения для дисперсий и функций корреляции горизонтальных смещений луча на выходе из слоя численно проанализированы для различных условий ионосферного зондирования.

Horizontal shift of the ray fluctuations caused by random inhomogeneous are considered. The ray in question is reflected from the parabolic layer of the ionosphere. The analytical expressions for the dispersions and the correlation functions are obtained. These expressions studied numerically for the various ionosphere probing conditions.

В практических линиях радиосвязи, как правило, используются перестраиваемые частоты при фиксированной дальности радиотрассы. При этом дальность радиотрассы, определяется как сумма горизонтальных дальностей при распространении радиоволн в неоднородной среде (ионосфере) и в свободном пространстве. Горизонтальное расстояние между точками входа луча в неоднородную среду и выходом из нее после отражения в приближении геометрической оптики можно найти, используя уравнение траектории луча. На наклонных радиотрассах при отражении от плоскостлой среды горизонтальное смещение определяется как законом изменения диэлектрической проницаемости от вертикальной координаты, так и углом входа луча в среду и частотой радиозондирования. Если плоскостлой слой содержит случайные неоднородности диэлектрической проницаемости, то положение луча в пространстве изменяется случайным образом, то есть его траектория представляет собой извилистую пространственную кривую, а смещение траектории луча по координатным осям также будет флуктуировать.

В предыдущей работе авторов [1] рассмотрены флуктуации горизонтальных смещений радиолуча при отражении от рассеивающего ионосферного слоя с линейным профилем регулярной диэлектрической проницаемости, применимым при зондировании на частотах вдали от максимально применимой частоты. Здесь рассмотрим модель параболического ионосферного слоя, более пригодного при описании зондирования на частотах, близких к максимально применимой частоте.

В данной работе найдем дисперсии и корреляционные функции горизонтальных смещений луча после его отражения от параболического ионосферного слоя, содержащего объемные случайные неоднородности электронной концентрации. Ограничимся для простоты случаем плоской волны, распространяющейся в статистически однородной изотропной среде. Для изотропной среды траектория луча совпадает с траекторией нормали к фазовому фронту волны. Рассмотрение будем проводить в приближении геометрической оптики с использованием ряда теории возмущений.

Если диэлектрическая проницаемость неоднородного плоскостлоистого слоя имеет вид $\varepsilon(\vec{r}) = \bar{\varepsilon}(z) + \varepsilon_1(\vec{r})$, где $\bar{\varepsilon}(z)$ и $\varepsilon_1(\vec{r})$ — регулярная и флуктуационная составляющие, причем флуктуационная составляющая мала по сравнению с регулярной, то есть для стандарта флуктуаций диэлектрической проницаемости σ_ε выполняется соотношение $\sigma_\varepsilon \ll \bar{\varepsilon}$, то для траектории луча $\vec{r}(\sigma)$ можно записать ряд теории возмущений по малому параметру ε_1 :

$\vec{r}(\sigma) = \vec{r}_0(\sigma) + \vec{r}_1(\sigma) + \vec{r}_2(\sigma) + \dots$, здесь σ - длина луча. Используя далее определение единичного вектора, касательного к лучу, $\vec{s} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial \sigma}$ и учитывая, что в изотропной среде вектор \vec{s} одновременно является единичным вектором нормали к фазовому фронту, с точностью до первого приближения включительно можно найти [2]:

$$\vec{s} = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} = \vec{s}_0 + \vec{s}_1 + \dots = \frac{\nabla \varphi}{\sqrt{\varepsilon}} = \vec{s}_0 + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\nabla \varphi_1 - \frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon} \nabla \varphi_0 + \dots \right),$$

где \vec{s}_0 - направление "невозмущенного" луча, то есть направление луча в слое без флуктуаций,

\vec{s}_1 - поправка первого порядка к направлению невозмущенного луча, соответственно, φ_0 и φ_1 - "невозмущенный" эйконал и поправка первого порядка теории возмущений.

Тогда для случайной части траектории луча в первом приближении имеем

$$\vec{r}_1(\sigma) = \int_{\Sigma} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \left(\nabla \varphi_1 - \frac{\varepsilon_1}{2\varepsilon} \nabla \varphi_0 \right) d\sigma, \quad (1)$$

здесь интегрирование ведется вдоль невозмущенной траектории Σ , $d\sigma$ - элемент длины луча. Таким образом, флуктуации боковых смещений луча по координатным осям от невозмущенной траектории определяются флуктуациями направляющих косинусов единичного вектора, касательного к лучу.

Для параболической модели регулярного плоскостоего ионосферного слоя зависимость $\bar{\varepsilon}$ от высоты z имеет вид

$$\bar{\varepsilon}(z) = 1 - \frac{2}{p_0^2} \frac{z}{z_m} + \frac{1}{p_0^2} \left(\frac{z}{z_m} \right)^2, \quad 0 \leq z \leq 2z_m,$$

где z_m - высота максимума электронной концентрации N_m (полутолщина слоя),

$$p_0 = f / f_{кр},$$

$f_{\varepsilon \delta}$ - критическая частота.

Если плоскость распространения луча ($x\theta z$), а угол падения θ_0 , то после введения переменной $t = \mp \sqrt{\bar{\varepsilon}(z) - \sin^2 \theta_0} / \cos \theta_0$, $t \in [-1; +1]$ (по аналогии с моделью линейного слоя [1]) для уравнения траектории луча в параметрической форме можно найти

$$\begin{aligned} x(t) &= x_{ax} + z_m \operatorname{tg} \theta_0 p \ln \left(\sqrt{1 - p^2(1 - t^2)} - pt / 1 - p \right) \\ z(t) &= z_m \left(1 - \sqrt{1 - p^2(1 - t^2)} \right) \end{aligned}, \quad (2)$$

здесь x_{ax} - точка входа луча в среду ($z = 0$),

$$p = p_0 \cos \theta_0 = f / f_{мнч},$$

$f_{i \mp}$ - максимально применимая частота.

Тогда для φ_1 на выходе из ионосферного слоя можно получить

$$\varphi_1 = \frac{z_m p^2}{2 \cos \theta_0} \int_{-1}^{+1} \frac{\varepsilon_1(x, y, z)}{\sqrt{1 - p^2(1 - t^2)}} dt.$$

Далее запишем выражение $\bar{\varepsilon}(z)$ в параметрической форме и учтем соотношение

$$\frac{d\sigma}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{z_m p^2}{\cos \vartheta_0 \sqrt{1-p^2(1-t^2)}} dt.$$

Тогда для x -компоненты вектора (1) на выходе из слоя после интегрирования по частям двойного интеграла можно найти

$$x_1 = \frac{z_m^2 p^3}{2 \cos^2 \vartheta_0} \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt + \sqrt{1-p^2(1-t^2)}} \square \frac{\partial \varepsilon_1 / \partial x}{\sqrt{1-p^2(1-t^2)}} dt - \frac{1}{2} z_m p^2 \operatorname{tg} \vartheta_0 \int_{-1}^1 \frac{\varepsilon_1 dt}{\varepsilon(t) \sqrt{1-p^2(1-t^2)}}. \quad (3)$$

Для y -компоненты (1) на выходе из слоя имеем:

$$y_1 = \frac{z_m^2 p^3}{2 \cos^2 \vartheta_0} \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt + \sqrt{1-p^2(1-t^2)}} \square \frac{\partial \varepsilon_1 / \partial y}{\sqrt{1-p^2(1-t^2)}} dt. \quad (4)$$

Найдем корреляционные функции и дисперсии горизонтальных смещений луча, используя соотношения (3), (4) для статистически однородного случайного поля. При этом, как видно из (3), функция корреляции для x -компоненты может быть представлена в виде трех членов: $B_x(\rho, \eta, z=0) = B_{11} + B_{12} + B_{22}$, для которых можно получить

$$\begin{aligned} B_{11} &= \frac{z_m^4 p^6}{4 \cos^4 \vartheta_0} \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \times \frac{dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \times \\ &\times \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_1 + \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times \frac{dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times \frac{\partial^2 B_\varepsilon}{\partial x(t_2) \partial x(t_1)} \\ B_{22} &= \frac{\sin^2 \vartheta_0}{4} \frac{z_m^2 p^4}{\cos^2 \vartheta_0} \int_{-1}^1 \frac{dt_2}{\varepsilon(t_2) \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \int_{-1}^1 \frac{B_\varepsilon dt_1}{\varepsilon(t_1) \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \\ B_{12} &= -\frac{z_m^3 p^5 \sin \vartheta_0}{2 \cos^3 \vartheta_0} \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \frac{dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \int_{-1}^1 \frac{\partial B_\varepsilon / \partial x(t_2)}{\varepsilon(t_1) \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} dt_1, \end{aligned}$$

здесь B_ε - функция корреляции случайных неоднородностей диэлектрической проницаемости. Будем считать, что рассеяние происходит на изотропных неоднородностях, функция корреляции которых имеет гауссову форму с характерным размером a , а дисперсия диэлектрической проницаемости, σ , следовательно, и дисперсия абсолютной электронной концентрации постоянны по высоте

$$\langle N_1^2 \rangle = \text{const}, \quad \text{при этом} \quad \langle \varepsilon_1^2 \rangle = \frac{\cos^4 \vartheta_0}{p^4} \frac{\langle N_1^2 \rangle}{N_m^2}.$$

В этом случае для слагаемых функции корреляции B_ε можно найти:

$$\begin{aligned} B_{11} &= \frac{p^2}{2} \left(\frac{z_m}{a} \right)^2 M \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \square \frac{dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_1 + \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \times \\ &\times \left[1 - 2 \left(\frac{\rho}{a} + \left(\frac{z_m}{a} f_1(t_2, t_1) \right)^2 \right) \right] \frac{\exp(-\psi) dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \end{aligned}$$

$$B_{22} = \frac{\sin^2 \vartheta_0 \cos^2 \vartheta_0}{4} M \int_{-1}^1 \frac{dt_2}{\varepsilon^-(t_2) \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \int_{-1}^1 \frac{\exp(-\psi) dt_1}{\varepsilon^-(t_1) \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}}$$

Выражение для третьего слагаемого ввиду громоздкости здесь выписывать не будем.

Здесь введены следующие обозначения: $\rho = x_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}2} - x_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}1}$, $\eta = y_2 - y_1$, (заметим, что ниже на рисунке 3 по оси абсцисс отложено расстояние $\rho = \frac{x_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}2} - x_{\hat{a}\hat{a}\hat{o}1}}{a}$).

$$f_1(t_2, t_1) = p \operatorname{tg} \vartheta_0 \ln \left\{ \frac{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)} - pt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)} - pt_1} \right\}, \quad f_2(t_2, t_1) = \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)} - \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)},$$

$$\psi = \left(\frac{\rho}{a} + \frac{z_m}{a} f_1 \right)^2 + \frac{\eta^2}{a^2} + \left(\frac{z_m}{a} f_2 \right)^2, \quad M = z_m^2 \frac{\langle N_1^2 \rangle}{N_m^2}.$$

Функция корреляции смещения луча по оси y имеет вид:

$$B_y = \frac{p^2}{2} \left(\frac{z_m}{a} \right)^2 \left(1 - 2 \frac{\eta^2}{a^2} \right) M \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_2 + \sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \frac{dt_2}{\sqrt{1-p^2(1-t_2^2)}} \times \\ \times \int_{-1}^1 \ln \frac{1+p}{pt_1 + \sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}} \frac{\exp(-\psi) dt_1}{\sqrt{1-p^2(1-t_1^2)}}.$$

Полученные аналитические соотношения позволяют численно проанализировать результаты.

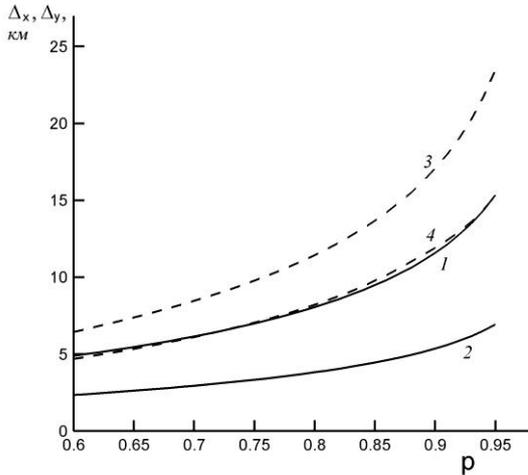


Рис. 1. Зависимость стандартных отклонений горизонтальных смещений луча на выходе из слоя от параметра p .

p .

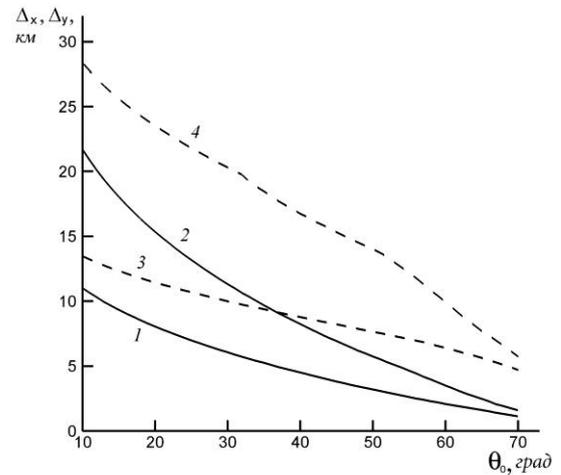


Рис. 2. Зависимость стандартных отклонений горизонтальных смещений луча на выходе из слоя от угла входа ϑ_0 .

ϑ_0 .

На рисунке 1 представлены стандартные отклонения горизонтальных смещений радиолуча на выходе из параболического слоя ионосферы в зависимости от параметра p - отношения частоты радиозондирования к максимально применимой частоте. По оси ординат

отложены величины $\Delta_x, \Delta_y = \frac{\sigma_x, \sigma_y}{\sigma_N / N_m} 10^{-2}$ в километрах, а $\sigma_N = \sqrt{\langle N_1^2 \rangle}$ - стандартное

отклонение электронной концентрации, N_m - максимальное значение электронной концентрации на высоте z_m . Выбранные параметры слоя: полутолщина $z_m = 100$ км, $a = 5$ км. Сплошные кривые относятся к флуктуациям смещения вдоль оси x , пунктирные – к смещению вдоль оси y . Кривые 1,3 соответствуют углу $\vartheta_0 = 20^\circ$, кривые 2,4 – углу $\vartheta_0 = 45^\circ$. Видно, что интенсивность флуктуаций смещения луча в направлении, перпендикулярном плоскости падения, значительно превышает соответствующие флуктуации в плоскости падения. При этом с увеличением частоты (параметра ρ) интенсивность флуктуаций горизонтальных смещений луча монотонно возрастает. На рисунке 2 представлены зависимости Δ_x, Δ_y от угла падения луча ϑ_0 для двух значений параметра ρ : кривые 1,3 относятся к случаю $\rho = 0,8$, для кривых 2,4 - $\rho = 0,95$. С увеличением угла падения все кривые монотонно спадают, то есть интенсивность флуктуаций горизонтальных смещений луча в обоих направлениях уменьшается с увеличением угла ϑ_0 .

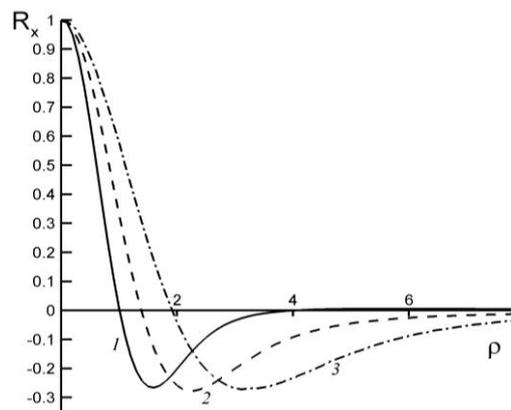


Рис. 3. Структура пространственных коэффициентов корреляции горизонтальных смещений луча в плоскости падения

На рисунке 3 представлена структура пространственных коэффициентов автокорреляции горизонтального смещения луча R_x для случая, когда точки наблюдения разнесены по оси x в плоскости падения. Кривые 1, 2, 3 относятся к углам падения $\vartheta_0 = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$, соответственно, параметр $\rho = 0,95$ для всех кривых. Видно, что коэффициенты автокорреляции R_x наряду с положительными значениями принимают отрицательные, а затем плавно стремятся к нулю при увеличении расстояния между точками наблюдения. При этом с увеличением угла ϑ_0 кривые $R_x(\rho)$ уширяются. Если точки наблюдения разнесены по оси y , то пространственный коэффициент автокорреляции R_y не зависит от угла падения, а определяется функцией, $(1 - 2\eta^2) \exp(-\eta^2)$, то есть монотонно спадает до нуля в точке, $\eta = 1/\sqrt{2}$, а затем стремится к нулю со стороны отрицательных значений η .

Различие в структуре коэффициентов корреляции в плоскости падения и перпендикулярно к ней, свидетельствует об анизотропии флуктуаций горизонтальных смещений луча при рассеянии на изотропных неоднородностях в параболическом случайно-неоднородном слое. Подобный эффект появления анизотропии флуктуаций горизонтальных смещений луча имеет место и в модели линейного слоя [1].

Литература

1. Вологдин А.Г., Приходько Л.И. Материалы IV Всероссийской научной конференции. Муром 2013г. Стр. 44-48.
2. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978.