

# Применение методов поверхностных интегральных уравнений и параболического уравнения к анализу распространения радиоволн вдоль земной поверхности сложного профиля

А.А. Комаров, М.С. Михайлов, В.А. Пермяков

Национальный исследовательский университет «МЭИ», 111250, г. Москва, ул. Красноказарменная 17 E-mail [valerypermyakov@yandex.ru](mailto:valerypermyakov@yandex.ru)

*Изложено применение метода поверхностных интегральных уравнений и метода параболического уравнения к анализу распространения электромагнитных волн вдоль поверхности сложного профиля. Обсуждаются результаты численных исследований ряда модельных задач.*

*This article described the use of the method of surface integral equations and parabolic equation method to the analysis of the propagation of electromagnetic waves along the surface of the complex profile. Also here is a discussion of the results of numerical studies of some model problems.*

## Введение

В настоящее время всё более широкое применение в научной и инженерной деятельности находят универсальные программы электродинамического моделирования. Однако применение существующих коммерческих программ для расчета задач, в которых продольные размеры диэлектрических объектов велики по сравнению с длиной волны (например, расчет радиолиний вдоль земной поверхности сложного профиля) наталкивается на трудности. Кроме того, разработчики коммерческих программ не предоставляют полную информацию о погрешности численного решения. Поэтому развитие численно-аналитических методов, позволяющих контролировать результаты численного решения в терминах величин, понятных с инженерной точки зрения, важно для разработки радиотехнических систем.

В докладе рассмотрено применение метода поверхностных интегральных уравнений (МПИУ) [1] и метода параболического уравнения (МПУ)[2] к решению задач распространения радиоволн вдоль земной поверхности сложного профиля.

## 1. Задачи, анализируемые МПИУ

С помощью МПИУ исследуется дифракция плоской электромагнитной волны на обобщённом диэлектрическом клине. Под обобщённым диэлектрическим клином понимается структура, поперечное сечение которой состоит из двух лучей, сопряжённых гладкой произвольной кривой. Частными случаями такой структуры являются диэлектрический клин со скруглённым ребром (рис.1а), диэлектрическая ступенька (рис.1б), одиночное препятствие на плоской поверхности (рис.1в), площадка с нерегулярной поверхностью конечных, но достаточно больших размеров (рис.1г).

Структуры подобного рода часто используются как модели реальных объектов при изучении процессов распространения радиоволн.

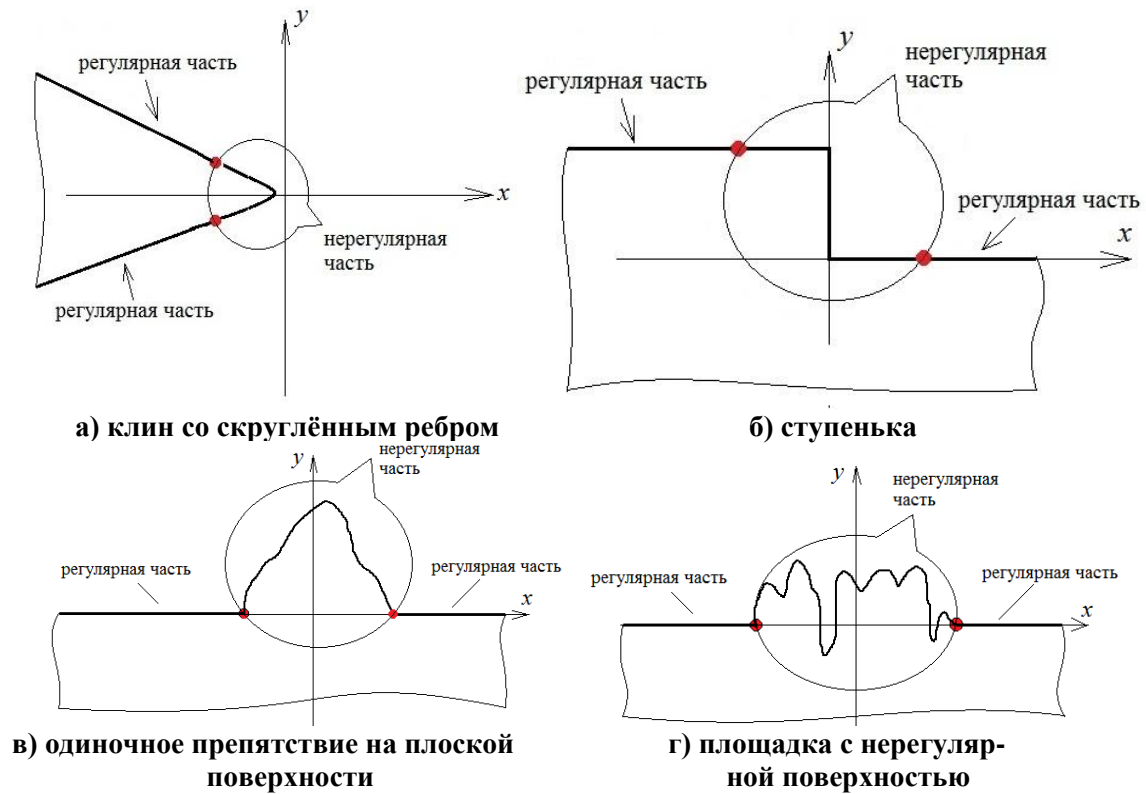


Рис.1. Частные случаи обобщённого клина

## 2. Методика численного решения ПИУ и результаты расчетов

Решение задачи дифракции на диэлектрическом клине со скругленным ребром методом ПИУ было получено Е.Н. Васильевым и В.В. Солодуховым для общего случая наклонного падения плоской ЭМ волны под произвольным углом к ребру клина [3]. Используя идею П.Я. Уфимцева о том, что поверхностный ток можно представить в виде суммы равномерной и неравномерной составляющих, удается свести ИУ с бесконечным контуром интегрирования к контуру конечной длины

$$\tau I(v) + \int_{v_2} R(v, v') I(v') dv' = 2I^n(v) - \int_{v_1, v_3} R(v, v') I^0(v') dv', \quad (1)$$

где  $I(v)$ ,  $I^n(v)$  – векторы-столбцы искомых и первичных токов;

$I^0(v)$  – равномерная составляющая тока;

$R(v, v')$  – матричное ядро;

$\tau$  – диагональная матрица с главной диагональю  $\{2, 2, 1+\varepsilon, 1+\varepsilon\}$ ;

$v_2$  – контур конечной длины, выделяемый точками  $a_1$  и  $a_2$ .

Положения точек выбираются так, чтобы на контурах  $v_1, v_3$  можно было пренебречь неравномерными токами. При таком подходе существенным моментом, определяющим границы применимости модели, является вычисление равномерных токов. Равномерные токи определяются полями падающей и отражённой плоских волн, а также плоскими волнами, прошедшими через тело клина и претерпевшими одно или более переотражений. В [3] равномерная составляющая токов вычислялась без учёта прошедших волн. Это ограничивало диапазон угла падения плоской волны  $\alpha$  случаями, когда освещаются обе грани клина. Вычисление равномерных частей токов для прямоугольного клина с учётом прошедшей волны позволило расширить исходную электро-

динамическую модель диэлектрического клина и рассмотреть случаи, когда падающей плоской волной освещена только одна грань клина.

Была проведена серия расчётов при падении плоской электромагнитной волны Е- и Н-поляризации на клин с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 4 - i0,12$ . Такое значение диэлектрической проницаемости хорошо описывает свойства бетона в диапазоне длин волн  $0,3\text{ м} \div 3\text{ м}$ . Углы падения плоской волны  $\alpha$  задавались в интервале  $(0^\circ, 10^\circ, \dots, 90^\circ)$ . Ребро клина при численном решении сглаживалось окружностью малого радиуса. Длина контура  $a_1a_2$ , на котором решалось ИУ, была задана равной  $20\lambda$ . Вдоль контура  $a_1a_2$  отсчитывается переменная  $v$ ; в точке  $a_1 v = -10\lambda$ , в точке  $a_2 v = 10\lambda$ , а на ребре клина  $v = 10\lambda$ .

Также представляет интерес провести сравнение расчётов рассеянного поля для диэлектрического клина по методу ПИУ с расчётами для импедансного клина. Под импедансным будем понимать клин, у которого на каждой грани задан постоянный поверхностный импеданс (возможно, разный для каждой грани). Рассеянное поле для импедансного клина рассчитывалось по формулам, приведённым в [4-6].

На рис.2. приведены характерные примеры расчётов рассеянного поля для диэлектрического клина и при его замене импедансным клином. Рассчитывалась угловая зависимость рассеянного поля на конечном расстоянии от клина, равном  $k_0 r = 10$ . Импедансы граней диэлектрического клина определялись по плоской волне, падающей на диэлектрическое полупространство под соответствующим углом. Если падающей плоской волной освещена только одна грань, то на теневой грани импеданс определялся по прошедшей сквозь клин плоской волне.

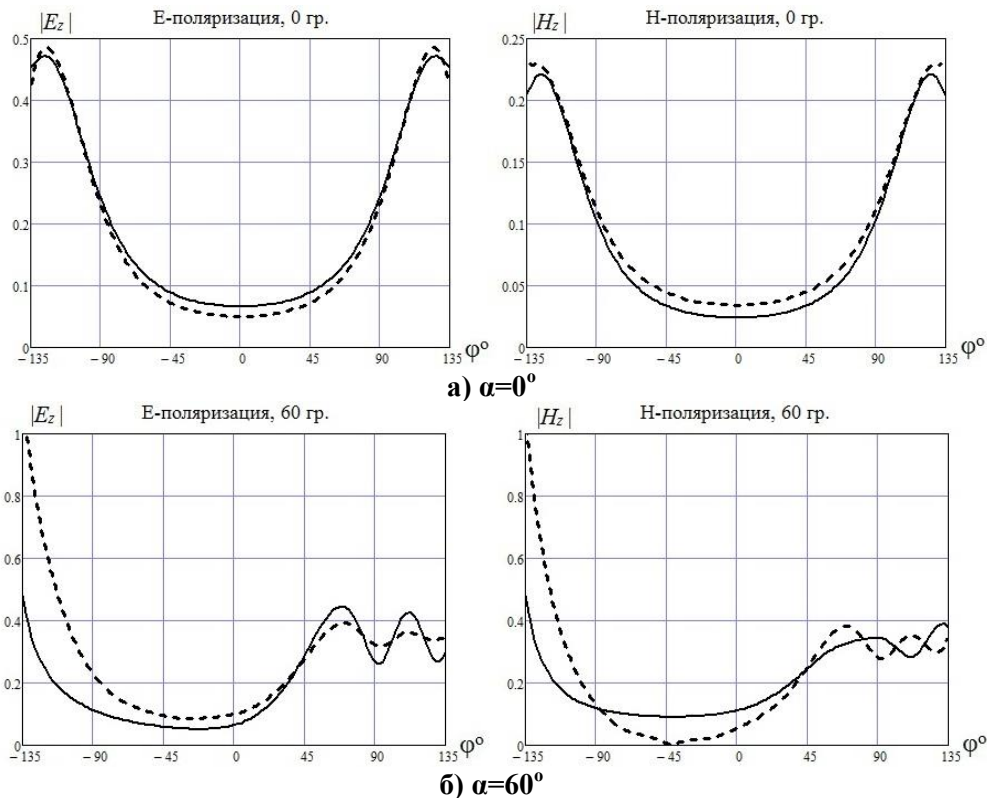


Рис.2. Угловая зависимость рассеянного поля; сплошная – ИК; пунктир – ДК ( $\varepsilon = 4 - i0,12$ )

Представленные результаты показывают, что дифракционные поля, рассчитанные для импедансного и диэлектрического клиньев, согласуются качественно и количе-

ственно в ситуациях, когда освещены обе грани клина ( $\alpha = 0^\circ$ ). Когда же освещена только одна грань клина результаты расчётов не совпадают.

С применением аналогичной методики была исследована дифракция плоской электромагнитной волны на диэлектрической ступеньке, которая может рассматриваться как модель многих прикладных задач [7]. Расчёты диаграммы обратного рассеяния диэлектрической ступеньки без учёта и с учётом нерегулярностей показали сильную зависимость результатов расчета от формы неоднородности вертикальной части ступеньки. Расчет удельной эффективной площади рассеяния ступеньки с диэлектрической проницаемостью льда ( $\epsilon=3$ ) при учете нерегулярного профиля ступеньки согласуется по порядку величины с экспериментальными данными для льдов.

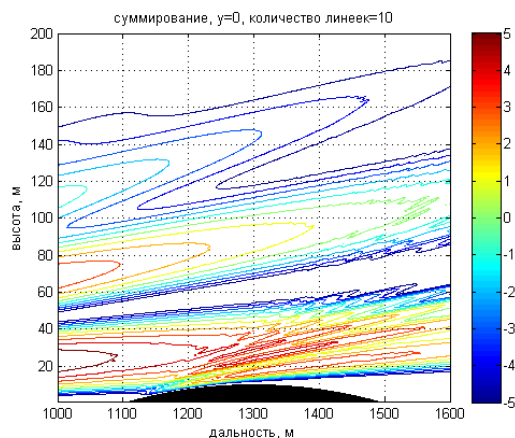
### **3. Задачи, анализируемые МПУ, и результаты расчетов**

МПУ используется для анализа процессов распространения радиоволн вдоль земной поверхности сложного профиля [2]. МПУ позволяет учесть не только изменение профиля земной поверхности, но и неоднородность тропосферы, влияние лесных массивов и искусственных сооружений на поверхности земли. Основные требования к применению МПУ: медленность изменения профиля земной поверхности в направлении распространения радиоволны, малое отличие диэлектрической проницаемости тропосферы и лесных массивов от единицы. Вместе с тем, как показывают модельные расчеты, МПУ позволяет с приемлемой для практических задач точностью анализировать процессы дифракции волн за объектами с резкими границами (полуплоскость, клин). В наибольшей степени к настоящему времени развито скалярное приближение МПУ для двумерных моделей среды [2,8,9].

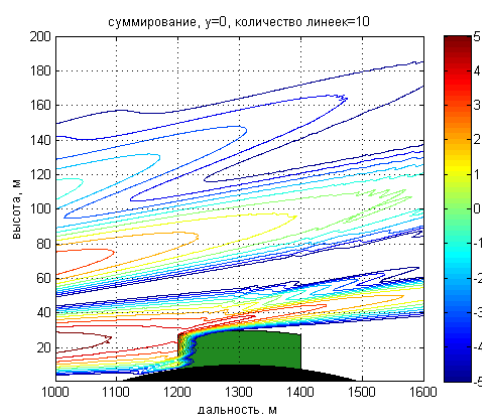
Актуальной задачей, которая ставится практикой, является расчет электромагнитных полей, излучаемых антенными решетками (АР), в частности, определение поля и плотности потока мощности в промежуточной зоне (зоне Френеля). В данной работе рассмотрено излучение плоской фазированной антенной решетки (ФАР) над земной поверхностью, профиль которой и показатель преломления среды меняются в плоскости, перпендикулярной земной поверхности. Предполагается, что в излучении ФАР доминирует вертикальная компонента электрического поля и можно ограничиться скалярным приближением. Начальные условия для расчета поля МПУ задаются полем отдельного вертикального вибратора или линейки вибраторов, рассчитанным в приближении геометрической оптики над плоской земной поверхностью [10]. Предполагается, что диаграмма направленности излучателя в составе ФАР известна с учетом взаимной связи антенн. Далее методом ПУ рассчитывается поле излучателя над нерегулярной земной поверхностью, в том числе при наличии лесных массивов, и суммируются поля отдельных излучателей. При этом на поверхности земли используется граничное условие Неймана, на верхней границе – поглощающее граничное условие. Решение ПУ проводится методом сеток либо с помощью быстрого преобразования Фурье.

Рассмотрен вариант приближенного расчета полей ФАР, при котором методом ПУ рассчитывается поле вертикальной линейки вибраторов в цилиндрической системе координат в плоских сечениях по угловой координате, содержащих линейку вибраторов ФАР. Профиль земной поверхности и параметры лесного массива меняются в вертикальной плоскости, перпендикулярной плоскости ФАР. Далее, в предположении, что расположение линеек в ФАР периодически, суммируются поля отдельных линеек с учетом их сдвига в пространстве относительно некоторой выделенной линейки [11]. В качестве примера на рис. 3 и 4 приведены результаты расчета плотности потока мощности АФАР с числом элементов  $10 \times 10$  и мощностью излучения элемента АФАР 200 кВт. Расстояние между элементами 0.5 м вдоль координат в плоскости решетки, центр

АФАР расположен на высоте 8 м над землей, частота излучения 500 МГц. На рис. 2. приведены результаты распределения ППМ АФАР при наличии препятствия (холма), на рис.3 - такого же препятствия, покрытого лесом.



**Рис.3. Излучение ФАР над холмом.**



**Рис.4. Излучение ФАР над холмом с лесом.**

Предлагаемая методика использовалась для расчета плотности потока мощности ФАР с большим числом элементов в зоне Френеля с учетом профиля земной поверхности и леса в целях оценки размеров санитарно-защитной зоны и зоны ограничения.

Были рассмотрены также возможности прямого решения трехмерной задачи об излучении ФАР над двумерно неоднородной поверхностью.

### **Заключение**

В докладе рассмотрено применение двух методов анализа распространения и рассеяния радиоволн на земной поверхности: МПИУ и МПУ. Методом ПИУ проведено численное исследование основных характеристик дифракции плоской электромагнитной волны на диэлектрическом клине и диэлектрической ступеньке. Методом ПУ рассчитано распределение плотности потока мощности плоской антенной решетки над нерегулярной (в выделенном направлении) земной поверхностью в зоне Френеля. Предлагаемые методы могут быть использованы при решении задач дистанционного зондирования земных покровов.

При дальнейшем развитии метода ПИУ предполагается рассмотреть: 1) излучение источников вблизи рассматриваемых объектов; 2) более сложные по сравнению с изображенными на рис.1 объекты (многослойные, с комбинированными границами) [1]. Развитие МПУ предполагает реализацию эффективных алгоритмов расчета характеристик антенных решеток над двумерно нерегулярной поверхностью при учете трехмерно неоднородной тропосферы и объектов конечных размеров. Весьма интересным аспектом будущих исследований является сопоставление результатов расчетов одной и той же модельной задачи двумя методами с целью уточнения границ применимости МПУ.

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-08-00735а) и РНФ (проект № 14-09-01208).*

## Литература

1. Васильев Е.Н., Солодухов В.В. Метод интегральных уравнений в задачах дифракции на полубесконечных диэлектрических структурах. Препринт №25 (397). – М.: ИРЭ АН СССР, 1984.
2. M. Levy. Parabolic equation methods for electromagnetic waves propagation. London, UK, IEE, 2000.
3. Васильев Е.Н., Солодухов В.В. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрическом клине // Известия ВУЗов, Радиофизика. – 1974. – т.17, №10. – с.1518-1528.
4. Norris A.N., Osipov A.V. The Malyuzhinets theory for scattering from wedge boundaries: a review // Wave motion. – 1999. – 29. – pp.313-340.
5. Norris A.N., Osipov A.V. Far-field analysis of the Malyuzhinets solution for plane and surface waves diffraction by an impedance wedge // Wave motion. – 2000. – 30. – pp.69-89.
6. Ахияров В.В. Решение задачи дифракции на импедансном клине // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2008. – т.13, №11. – с.19-26.
7. Комаров А.А., Пермяков В.А. Дифракция плоской электромагнитной волны на диэлектрической ступеньке // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2013. – №8. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/aug13/7/text.pdf>.
8. Sevgi L., Uluisik C., Akleman F. A MATLAB-based two-dimensional parabolic equation radiowave propagation package. – IEEE Antennas and Propagation magazine, 2005, vol. 47, no.4, pp.164-175.
9. Ахияров В.В. Вычисление множителя ослабления над земной поверхностью методом параболического уравнения. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал], 2012. – №1. Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/jan12/16/text.pdf>.
10. Пермяков В.А., Михайлов М.С. Расчет энергетических характеристик активной фазированной антенной решетки над плоской земной поверхностью. / Радиотехника, 2013, № 10, с. 83-88.
11. Пермяков В.А., Михайлов М.С. Расчет энергетических характеристик активной фазированной антенной решетки над нерегулярной земной поверхностью методом параболического уравнения стр. / Доклады I Всероссийской микроволновой конференции, 27-29 ноября 2013 г., Москва, с.289-293.