Дифракция плоской сверхкороткоимпульсной электромагнитной волны на отверстии в проводящем экране

А.В. Кочетов, В.В. Никитин

ОАО «НПП «Радар ммс», Санкт-Петербург, Новосельковская,37, radar@radar-mms.com.

Рассмотрена дифракция плоской сверхкороткоимпульсной (СКИ) электромагнитной волны на отверстии в плоском проводящем экране. Получены аналитические выражения для поля в дальней зоне с учетом пространственно-временной структуры падающей волны. Показано, что при уменьшении длительности короткого импульса электромагнитной волны, падающей на отверстие в проводящем экране, снижается уровень боковых лепестков в дальней зоне рассеянного электромагнитного поля.

Дифракция электромагнитных волн на различных объектах посвящено множество публикаций, описывающих различные методы решения данной задачи. Эти методы, как правило, относятся к возбуждению объектов гармоническими сигналами [1].

Развитие техники позволяет формировать сверхкороткие импульсы (СКИ) с широким спектром, а дифракция СКИ сигналов имеет значительные отличия от дифракции гармонических сигналов. Часто задачи рассеяния импульсов решаются численно переходом из частотной области во временную область [2]. Такой подход занимает достаточно много времени и не позволяет вывести аналитические соотношения, характеризующие рассеянное электромагнитное поле. Ниже получены аналитические выражения для рассеянного поля электромагнитной волны при дифракции СКИ на отверстии в плоском проводящем экране и позволяют рассчитать рассеянное электромагнитное поле в дальней зоне.

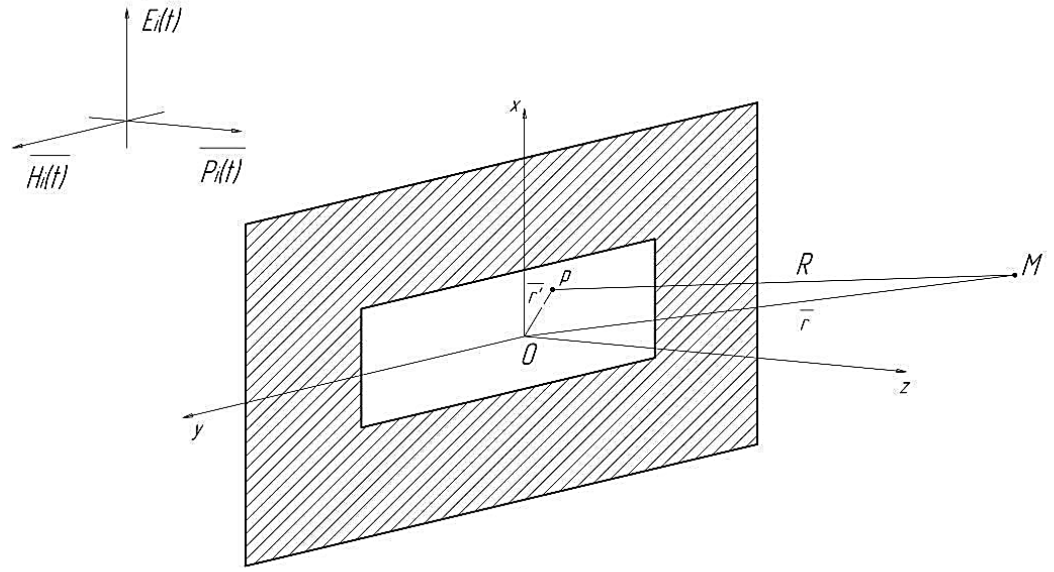


Рис. 1. Постановка задачи.

Рассмотрим дифракцию плоской электромагнитной волны на бесконечном проводящем экране с прямоугольным отверстием в нестационарном режиме (рис. 1.). Пусть экран расположен в плоскости $Z = 0$, а вектора напряженности электрического и магнитного поля описываются следующими выражениями:

$$\overline{E}_i(t,x,y,z)=\overline{e}_x E_0 S_i\left(t-\frac{R(x,y,z)}{c}\right)$$
$$\overline{H}_i(t,x.y.z)=\overline{e}_y E_0 S_i\left(t-\frac{R(x,y,z)}{c}\right) \quad , \qquad (1)$$

где $S_i(t)$ – временная зависимость амплитуды электромагнитного поля;

E_0, H_0 – амплитуда электрического и магнитного поля соответственно;

$\overline{e}_x, \overline{e}_y$ – базисные вектора декартовой системы координат;

c - скорость света.

Рассчитаем электромагнитное поле, проникающее через экран.

Представим временную зависимость $S_i(t)$ как импульс Гаусса, длительностью τ по уровню $e^{-\beta}$ и высокочастотным заполнением f_0:

$$S_i(t)=e^{-\beta(\frac{t}{\tau})^2+j2\pi f_0 t}. \qquad (2)$$

В соответствии с принципами геометрической оптики, будем считать, что поле на щели $z=0_+$ не отличается от поля падающей волны, а поле на поверхности экрана равно нулю и определяется формулами:

$$\overline{E}_s(t,x,y,0)=\overline{e}_x E_0 S_i\left(t-\frac{R(x,y,0)}{c}\right)$$
$$\overline{H}_s(t,x.y.0)=\overline{e}_y E_0 S_i\left(t-\frac{R(x,y,0)}{c}\right)$$
на поверхности щели

и

$$\overline{E}_s(t,x,y,0)=0$$
$$\overline{H}_s(t,x.y.0)=0$$
на поверхности экрана.

Данное приближение справедливо только для отверстий, размеры которых значительно больше пространственной длительности импульса, так как оно не учитывает неравномерность поля на кромках щели.

Для определения составляющих поля в области «тени» требуется вычислить векторный потенциал магнитного типа по известной формуле [1] для нестационарного режима:

$$\overline{F}(t,r,\theta,\varphi)=\frac{\varepsilon_0}{4\pi}\int_v \frac{\overline{J}(t-\frac{r}{c})}{R}dV \quad , \qquad (3)$$

где $J(t)$ – вектор плотности поверхностных магнитных токов;

V – объем, по которому протекают магнитные токи.

Расстояние между точкой интегрирования p, в которой протекает ток и точкой наблюдения M, (рис.1) определяется как:

$$R=\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos(r\wedge r')}, \qquad (4)$$

где r – расстояние от начала координат до точки наблюдения;

r' – расстояние от начала координат до точки интегрирования;

$r\wedge r'$ - угол между векторами $\overline{r}$ и $\overline{r}'$.

Вектор плотности поверхностных магнитных токов можно найти, воспользовавшись принципом эквивалентных токов, тогда:

$$\overline{J}(t,x,y)=2\left[\overline{n},\overline{E}_i(t,x,y,0)\right],$$

где $\bar{n}$ - внешняя нормаль к поверхности щели.

В дальней зоне с учетом приближения $r >> r'$ расстояние $R \approx r - r'\cos(r \wedge r')$, или для декартовой системы координат:

$$R \approx r - \frac{x}{c}\sin(\theta)\cos(\varphi) - \frac{y}{c}\sin(\theta)\sin(\varphi).$$

Тогда векторный потенциал магнитного типа выражается следующим выражением:

$$\bar{F}(t,r,\theta,\varphi) = \frac{\varepsilon_0 \bar{e}_y E_0}{4\pi r}\int_{-a}^{a}\int_{-b}^{b} S_i\left(t - \frac{r}{c} + \frac{x}{c}\sin(\theta)\cos(\varphi) + \frac{y}{c}\sin(\theta)\sin(\varphi)\right)dydx \ , \qquad (5)$$

где a, b - размеры щели.

Чтобы вычислить интеграл по одной из координат можно свести его к преобразованию Фурье от функции Гаусса, а затем разложить в степенной ряд и взять интеграл по второй координате.

После преобразований векторный потенциал магнитного типа приобретает вид:

$$\bar{F}(t,r,\theta,\varphi) = \frac{\varepsilon_0 \bar{e}_y E_0 e^{\frac{-\pi^2 f_0{}^2 \tau^2}{\beta}} (c\tau)^2}{2\pi r \beta \sin(\theta)^2 \sin(\varphi)\cos(\varphi)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{n!(2k+1)(2k+2)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\sqrt{\beta}}{\tau}\left(t - \frac{r}{c} + \frac{x}{c}\sin(\theta)\cos(\varphi) + \frac{y}{c}\sin(\theta)\sin(\varphi)\right) - \frac{j\pi f_0 \tau}{\sqrt{\beta}} \right\}^{2k+2} \Bigg|_{x=-a}^{a} \Bigg|_{y=-b}^{b} . \qquad (6)$$

Рассеянное электрическое поле определяется из выражения

$$\bar{E}_s(t,r,\theta,\varphi) = \frac{1}{\varepsilon_0} rot(\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \qquad ,$$

поэтому выразим вектор $\bar{e}_y$ декартовой системы координат через базисные вектора сферической системы координат:

$$\bar{e}_y = \bar{e}_r \sin(\theta)\sin(\varphi) + \bar{e}_\theta cos(\theta)\sin(\varphi) + \bar{e}_\varphi \cos(\varphi) \qquad .$$

Тогда составляющие напряженности электрического поля будут определяться выражениями:

$$E_r(t,r,\theta,\varphi) = \frac{1}{r\sin(\theta)}\left\{ \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin(\theta)\cos(\varphi)\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) - \frac{\partial}{\partial \varphi}(\cos(\theta)\sin(\varphi)\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \right\}$$

$$E_\theta(t,r,\theta,\varphi) = \frac{1}{r\sin(\theta)}\left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi}(\sin(\theta)\sin(\varphi)\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) - \frac{\partial}{\partial r}(\sin(\theta)\cos(\varphi)r\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \right\}$$

$$E_\varphi(t,r,\theta,\varphi) = \frac{1}{r}\left\{ \frac{\partial}{\partial r}(\cos(\theta)\sin(\varphi)r\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) - \frac{\partial}{\partial \theta}(\sin(\theta)\sin(\varphi)\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \right\}.$$

В дальней зоне имеют смысл только те компоненты поля, которые убывают по закону $\frac{1}{r}$, т.е. компоненты электрического поля в дальней зоне примут вид:

$$E_r(t,r,\theta,\varphi) = 0 \ , \qquad (7)$$

$$E_\theta(t,r,\theta,\varphi) = \frac{\cos(\varphi)}{r}\left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \right\} \ , \qquad (8)$$

$$E_\varphi(t,r,\theta,\varphi) = \frac{\cos(\theta)\sin(\varphi)}{r}\left\{ \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{F}(t,r,\theta,\varphi)) \right\} \ , \qquad (9)$$

где $$\frac{\partial}{\partial r}(rF(t,r,\theta,\varphi))=\frac{E_0 e^{\frac{-\pi^2 f_0{}^2 r^2}{\beta}} c\tau}{\sqrt{\pi}r\sqrt{\beta}\sin(\theta)^2\sin(\theta)\cos(\varphi)}\times$$

$$\times erf\left\{\frac{\sqrt{\beta}}{\tau}(t-\frac{r}{c}+\frac{x}{c}\sin(\theta)\cos(\varphi)+\frac{y}{c}\sin(\theta)\sin(\varphi))-\frac{j\pi f_0\tau}{\sqrt{\beta}}\right\}\Big|_{x=-a}^{a}\Big|_{y=-b}^{b}. \qquad (10)$$

В последнем выражении $erf(x)$ - функция вероятности ошибок.

Исследуем поведение рассеянного поля в заднем полупространстве за экраном, при этом будем менять длительность огибающей импульса Гаусса τ, а частоту сигнала заполнения f_0 оставим постоянной, например, 10 ГГц.

На рис. 2 и 3 приведены возбуждающие импульсы и импульсы рассеянные, при трех различных значениях произведения $f_0\tau$.

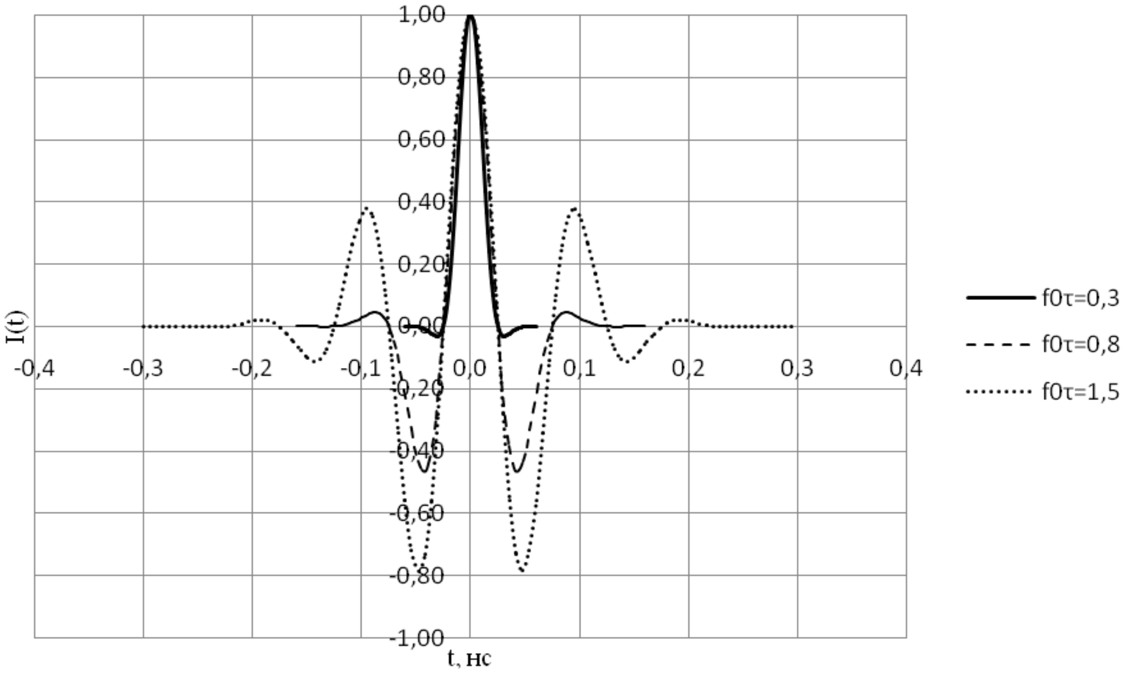


Рис 2. Возбуждающий импульс при разном значении $f_0\tau$.

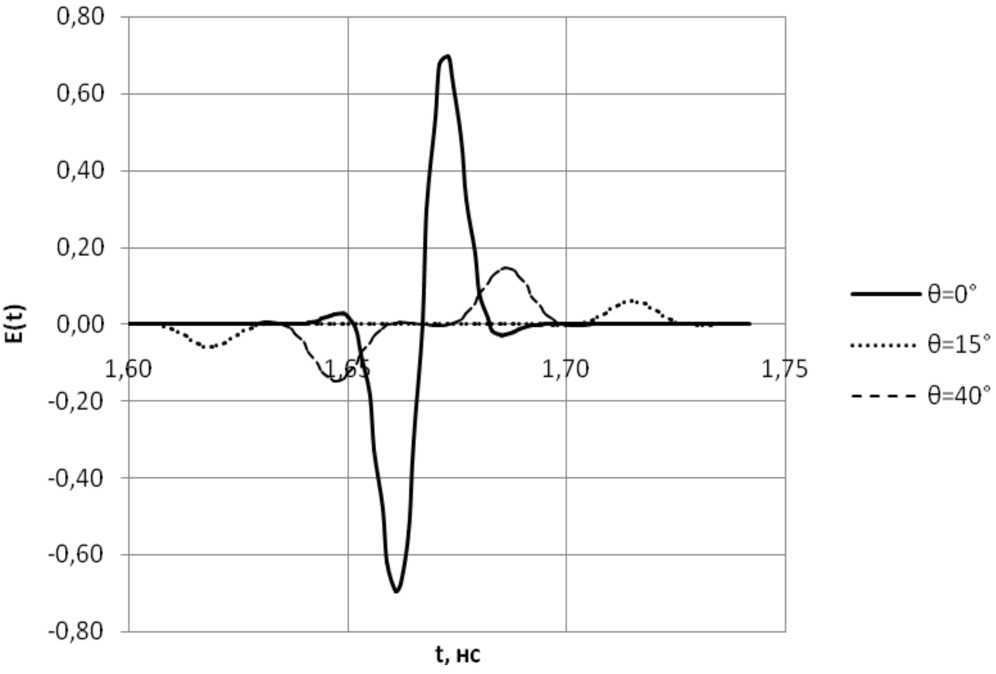


Рис. 3а. Импульсы рассеянного поля в разных направлениях при $f_0\tau$ =0,3.

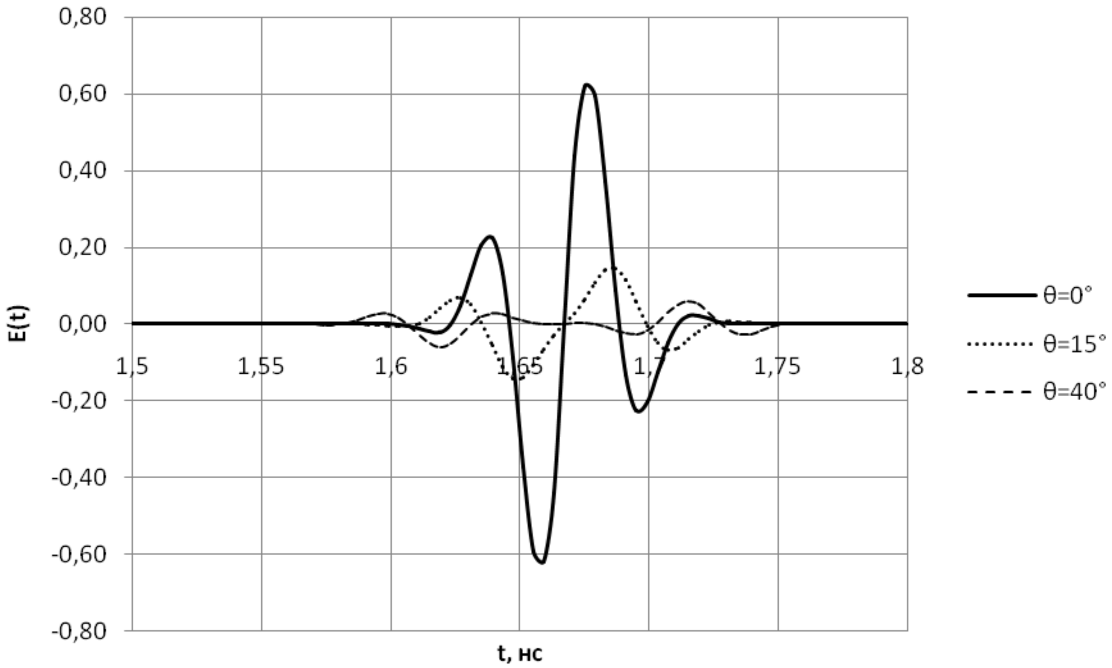


Рис. 3б. Импульсы рассеянного поля в разных направлениях при $f_0\tau$ =0,8.

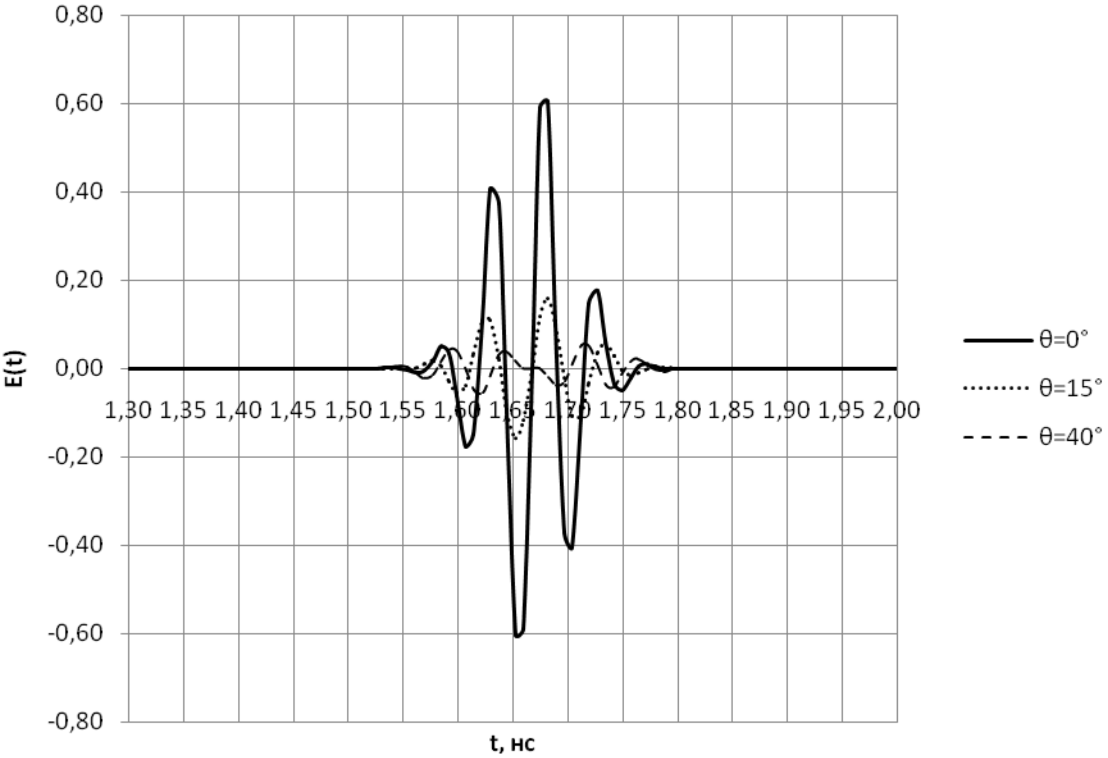


Рис. 3в. Импульсы рассеянного поля в разных направлениях при $f_0\tau$ =1,5.

На рис. 3. видно, что в направлении перпендикулярном к щели рассеянный сигнал имеет форму первой производной от излученного сигнала. При отклонении от нормали сигнал начинает раздваиваться и разделяется на две части.

Построим теперь импульсную диаграмму направленности (ДН) щелевой антенны с размерами a=45 мм b=30 мм в полупространстве z>0 (рис. 4, 5). Импульсную ДН определим как пространственную зависимость значения огибающей излученного сигнала в момент времени $t = \frac{r_0}{c_0}$, где r_0 - расстояние от фазового центра антенны до точки наблюдения.

Из рис. 4, 5 следует, что при увеличении значения $f_0\tau$ импульсная диаграмма по уровню минус 3 дБ расширяется, а боковые лепестки резко возрастают, что связано с относительным уменьшением полосы возбуждающего сигнала и приближением его к гармоническому. Аналогичные явления можно наблюдать на пространственно-временной диаграмме направленности (рис. 6.), характеризующей электромагнитное поле в пространстве и времени.

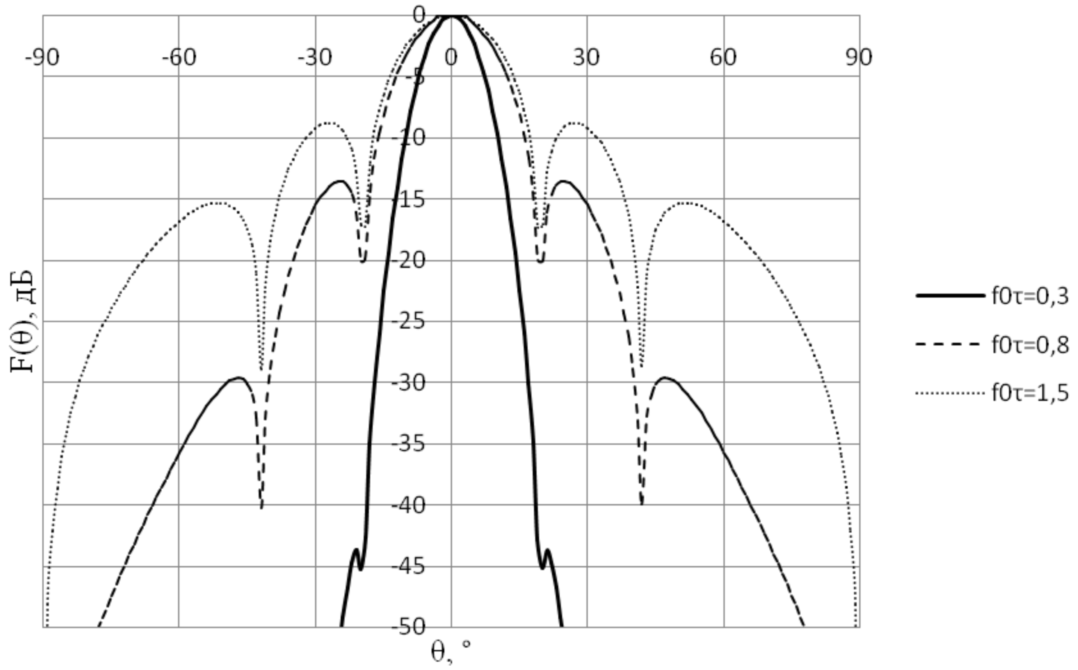


Рис. 4. Импульсная ДН в Е-плоскости.

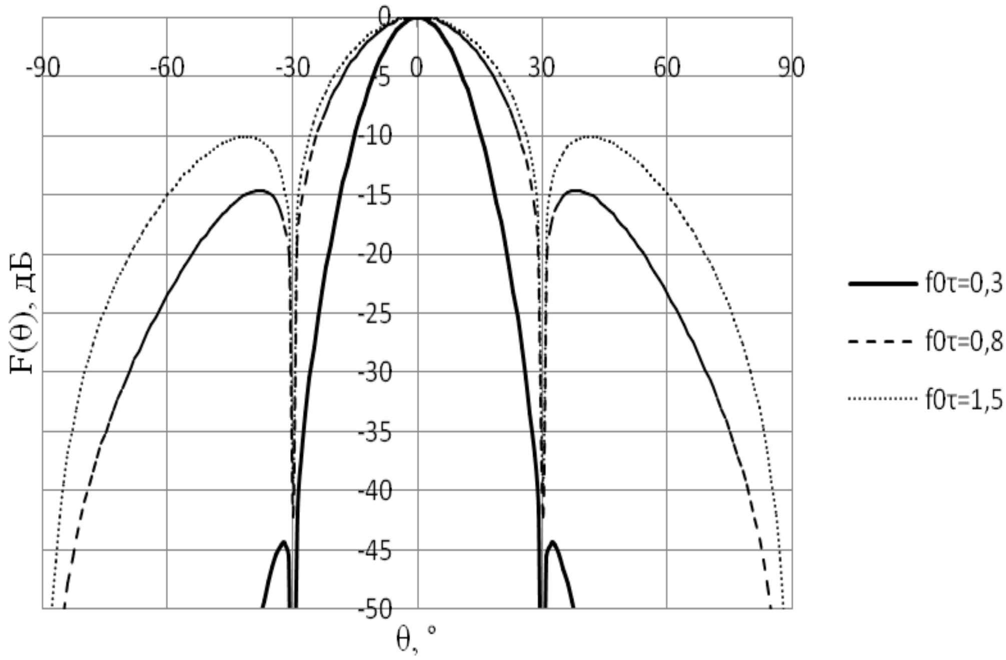
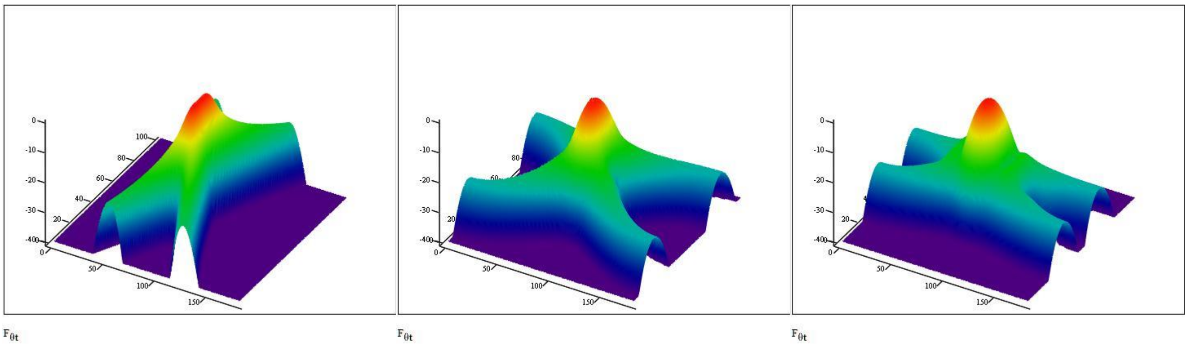


Рис. 5. Импульсная ДН в Н-плоскости.

Из рис. 6. следует, что при малом значении $f_0\tau$ в области боковых лепестков огибающая излученного сигнала имеет два максимума разнесенных по времени. В момент наблюдения максимума (в момент времени $t=\frac{r_0}{c_0}$) сигнал в области боковых лепестков равен нулю



а) $f_0\tau$ =0,3 б) $f_0\tau$ =0,8 в) $f_0\tau$ =1,5

Рис. 6. Пространственно-временная ДН.

Изменение возбуждающего сигнала приводит к изменению временного расположения пиковых значения напряженности рассеянного поля, что может привести к интерференции электромагнитного поля и формированию дифракционных лепестков (рис. 6в).

Убедимся, что при переходе к гармоническому сигналу (при $\tau \to \infty$) из формулы (10) вытекают известные выражения. При стремлении аргумента к бесконечности функция вероятности ошибок асимптотически приобретает вид $erf(x) \to Ae^{-x^2}$ [3], где A – постоянный множитель. После математических преобразований получим:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rF(t,r,\theta,\varphi)) = \frac{E_0 c\tau A e^{-j2\pi f_0 (t-\frac{\tau}{c})} \sin(2\pi f_0 \frac{a}{c}\sin(\theta)\cos(\varphi))\sin(2\pi f_0 \sin(\theta)\cos(\varphi))}{\sqrt{\pi}\, r\sqrt{\beta}\,\sin(\theta)^2 \sin(\theta)\cos(\varphi)}$$

Подстановка полученного выражения в формулы (8), (9) дает зависимость для электрического поля в дальней зоне при возбуждении прямоугольной щели гармоническим сигналом.

Литература

1. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны. М.: Советское радио, 1971. 664 с.

2. Астайкин М. А., Пермяков В. А. Об излучении сверхкоротких импульсов через малые отверстия. 3 Всероссийская конференция «Сверхширокополосные сигналы в радиолокации, связи и акустике», 2010.

3. Копсон Э. Т. Асимптотические разложения. М.: Мир, 1966. 160 с.