Дифракция плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным эффективным коэффициентом отражения

Д.С.Кравченко, А.К. Черепанов

МГТУ МИРЭА, Москва.

Задача решается с помощью метода физической оптики (ФО) (см. например, [1]). Дифракция плоской электромагнитной волны на черных объемных телах и полупрозрачных пластинах (бесконечная лента, диск) рассматривалась в работе [2]. Метод ФО применялся работе [3] для решения задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на поглощающем клине. В данной работе рассматривается дифракция плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным эффективным коэффициентом отражения при E – поляризации падающей волны.

The problem is solved by the method of physical optics (FD) (see for example [1]). Diffraction of a plane electromagnetic wave on a black volumetric bodies and translucent plates (infinite tape, disk) was considered in [2]. FD method used in [3] for solving the problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by an absorbing wedge. In this paper we consider the diffraction of a plane electromagnetic wave on an opaque rectangle with the specified effective reflection coefficient at E - polarization of the incident wave.

1. Постановка задачи

Пусть плоская электромагнитная волна падает на часть плоской непрозрачной поверхности (прямоугольник) с заданным эффективным коэффициентом отражения, ограниченную контуром, проходящим через точки A,B,C,D. Размеры прямоугольника: 2*а* x 2*б* (см.рис.1). Рассматривается случай падения волны в плоскости X0Y, поэтому волновой вектор падающей волны имеет две компоненты, отличные от нуля:

$$\mathbf{k}_i = \{k_{ix}, k_{iy}, 0\}.$$

Направление падения волны определяется углом α, отсчитываемым от оси X. Точка наблюдения находится на плоскости X0Y на расстоянии R от центра прямоугольника O, а ее угловое положение определяется углом φ, отсчитываемым также от оси X.

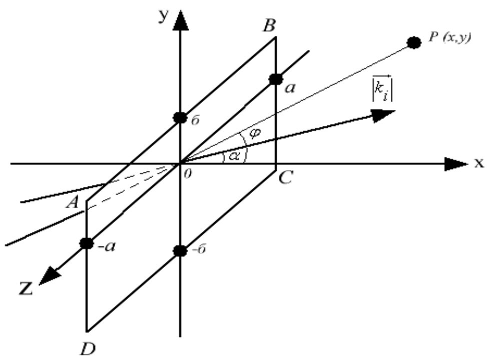


Рис. 1. ABCD – рассеивающая площадка, $\mathbf{k}_i$ волновой вектор падающей волны, α – угол падения волны, φ- угловое положение точки наблюдения – P от (X,Y).

2. Вывод расчетных формул

На прямоугольник падает плоская волна, у которой, вектор электрического поля имеет одну компоненту

$$\vec{E}_i = \{0, 0, E_z^i\}$$

$$E_z^i = E_{oz} \cdot e^{ik_i (x\cos\alpha + y\sin\alpha)}, k_i = |\vec{k}_i|.$$

В этом случае зеркально отраженная волна имеет вид:

$$E_z^s = V^e \cdot E_{oz} e^{ik_s(-x\cos\alpha + y\sin\alpha)}, k_s = k_i,$$

где V^e -коэффициент отражения рассеивающей поверхности.

Полное поле у поверхности имеет вид:

$$E_z^i = E_{oz} \cdot e^{ik_i (x\cos\alpha + y\sin\alpha)} + V^e \cdot E_{oz} e^{ik_i(-x\cos\alpha + y\sin\alpha)}. \quad (1)$$

Используя уравнение Максвелла для монохроматического поля в вакууме

$$rot\vec{E} = ik\vec{H},$$

можно записать:

$$H_x = \frac{1}{ik} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial y}, \qquad H_y = -\frac{1}{ik} \cdot \frac{\partial E_z}{\partial x}. \quad (2)$$

Подставляя в формулы (2) полное электрическое поле (1), получим:

$$H_x = E_{0z}\left[e^{ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha)} + V^e \cdot e^{ik(-x\cos\alpha + y\sin\alpha)}\right] \cdot \sin\alpha \quad (3)$$

$$H_y = -E_{0z}\left[e^{ik(x\cos\alpha + y\sin\alpha)} - V^e \cdot e^{ik(-x\cos\alpha + y\sin\alpha)}\right] \cdot \cos\alpha. \quad (4)$$

При $x \to 0$ найдем компоненты поля на поверхности прямоугольника

$$E_z = E_{0z} \cdot (1 + V^e) \cdot e^{iky\cdot\sin\alpha}, \quad (5)$$

$$H_x = E_{0z} \cdot (1 + V^e) \cdot e^{iky\cdot\sin\alpha} \cdot \sin\alpha, \quad (6)$$

$$H_y = E_{0z} \cdot (1 + V^e) \cdot e^{iky\cdot\sin\alpha} \cdot \cos\alpha. \quad (7)$$

Как известно, поверхностные эквивалентные электрические и "магнитные" токи определяются соотношениями, [1] :

$$\vec{j}^e = \frac{c}{4\pi}\left[\vec{n}\vec{H}\right] \quad (8)$$

$$\vec{j}^m = -\frac{c}{4\pi}\left[\vec{n}\vec{E}\right], \quad (9)$$

где $\vec{n}$ нормаль к поверхности со стороны падающей волны.

Принимая во внимание соотношения (5,6,7), найдем компоненты поверхностных эквивалентных токов:

$$j_z^e = \frac{c}{4\pi} H_y, \quad j_y^m = -\frac{c}{4\pi} E_z, \quad (10)$$

и компоненты вектор – потенциалов для электрического и "магнитного токов

$$\vec{A}^e = -\frac{1}{c}\iint \vec{j}^e \frac{e^{ikr}}{r} dS, \qquad \vec{A}^m = \frac{1}{c}\iint \vec{j}^m \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad (11)$$

где $r = \sqrt{x^2 + (y-\eta)^2 + \varsigma^2}$ есть расстояние от точки на поверхности прямоугольника до точки наблюдения находящейся на плоскости y0x.

Используя формулы (10), отличные от нуля компоненты вектор - потенциалов, запишем в виде:

$$A_z^e = -\frac{E_{0z}}{4\pi}\cdot(1-R^e)\cdot I\cdot\cos\alpha \qquad (12)$$

$$A_y^m = \frac{E_{0z}}{4\pi}\cdot(1+R^e)\cdot I, \qquad (13)$$

где

$$I = \int_{-a}^{a} d\varsigma \int_{-b}^{b} e^{ik\eta\cdot\sin\alpha}\cdot\frac{e^{ik\sqrt{x^2+(y-\eta)^2+\varsigma^2}}}{\sqrt{x^2+(y-\eta)^2}}\,d\eta. \qquad (14)$$

При *а,б* << *r* используем приближенное выражение для интеграла *I*

$$I = 4\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{k}\cdot\frac{\sin[kb(\sin\alpha-\sin\varphi)]}{(\sin\alpha-\sin\varphi)}\cdot(C(u)+iS(u)),\ где\ \ u=\frac{ka^2}{2R}, \qquad (15)$$

тогда для компонент вектор – потенциала электрического и "магнитного" токов получим:

$$A_z^e = \frac{1}{k}\cdot\frac{E_{0z}}{\sqrt{\pi}}\cdot(1-R^e)\cdot\cos\alpha\cdot\frac{\sin[kb(\sin\alpha-\sin\varphi)]}{(\sin\alpha-\sin\varphi)}\cdot(C(u)+iS(u)\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}, \qquad (16)$$

$$A_y^m = \frac{1}{k}\cdot\frac{E_{0z}}{\sqrt{\pi}}\cdot(1+R^e)\cdot\frac{\sin[kb(\sin\alpha-\sin\varphi)]}{(\sin\alpha-\sin\varphi)}\cdot(C(u)+iS(u)\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}, \qquad (17)$$

где $C(u)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int\limits_0^{\sqrt{u}}\cos t^2 dt;\quad S(u)=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int\limits_0^{\sqrt{u}}\sin t^2 dt$ (18)

.

интегралы Френеля.

С помощью известных соотношений для компонент электрического поля и вектор-потенциалов электрического и "магнитного" токов, найдем компоненты электрического и магнитного полей E_z, H_x,H_y:

$$E_z = \frac{iE_{0z}}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}\cdot(C(u)+iS\cdot(u))G\cdot(\varphi)\cdot(\cos\alpha+\cos\varphi-V^e\cdot(\cos\alpha-\cos\varphi)), \qquad (19)$$

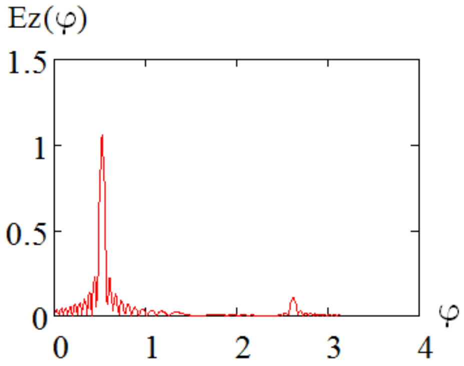
$$H_x = -\frac{iE_{0z}}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}\cdot(C(u)+iS(u))\cdot G(\varphi)\cdot(\cos\alpha+cos\varphi-V^e\cdot(\cos\alpha-cos\varphi))\cdot sin\varphi, \qquad (20)$$

$$H_y = \frac{iE_{0z}}{\sqrt{\pi}}\cdot\frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}\cdot(C(u)+iS(u))\cdot G(\varphi)\cdot(\cos\alpha+\cos\varphi-V^e(\cos\alpha-\cos\varphi))\cdot\cos\varphi. \qquad (21)$$

Легко видеть, что $|E_z|=\sqrt{|H_x|^2+|H_y|^2}$.

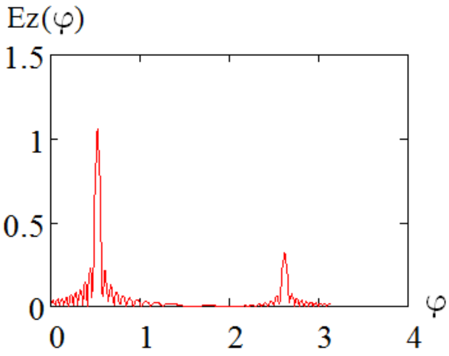
3. Результаты численных расчетов

По формулам (19, 20, 21) проведены численные расчеты при следующих исходных данных: φ = 0…180 °; *а* = 30 см; *б* = 40 см; R = 600 см; 1200 см: V^e = 0,1;0,3; k =2; α = 30°



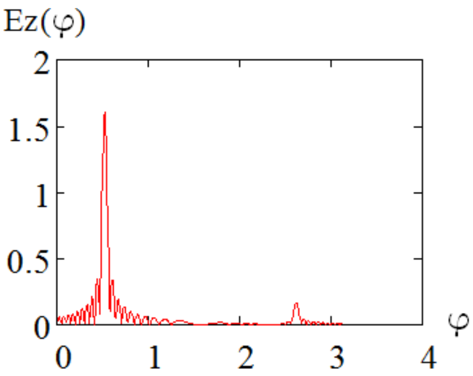
a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,1

Рис. 2.



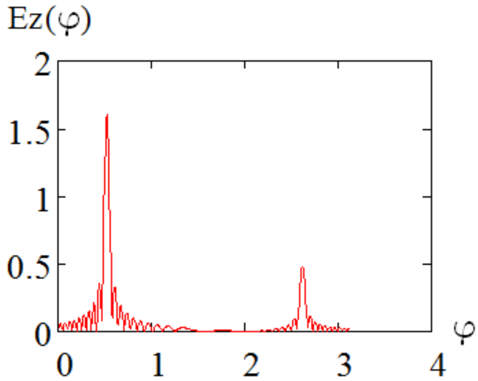
a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,3

Рис. 3.



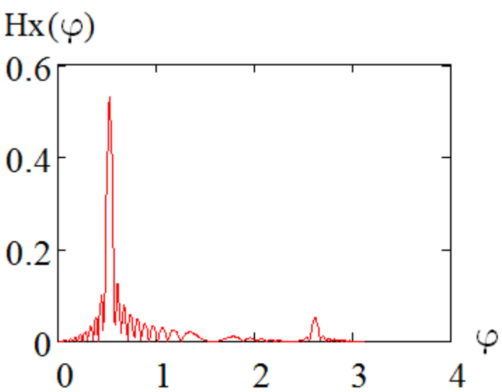
a = 40; в = 30; R = 600; Ve = 0,1

Рис. 4.



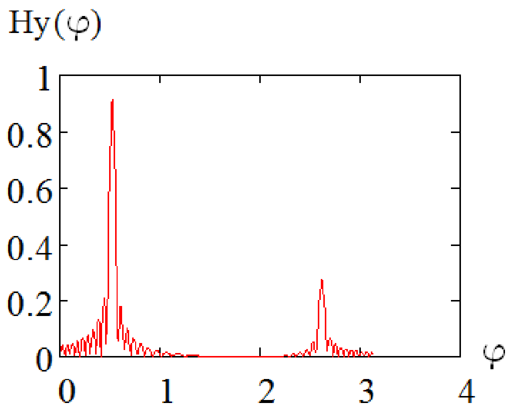
a = 40; в = 30; R = 600; Ve = 0,3

Рис. 5.



a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,1

Рис. 6.

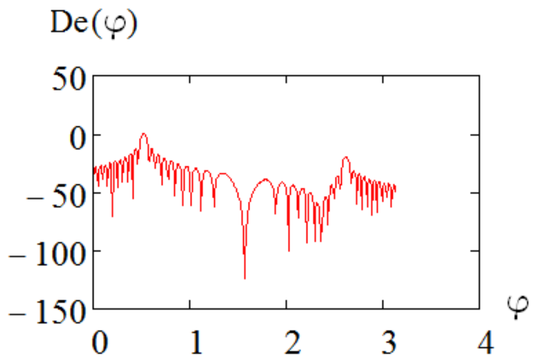


a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,3

Рис. 7.

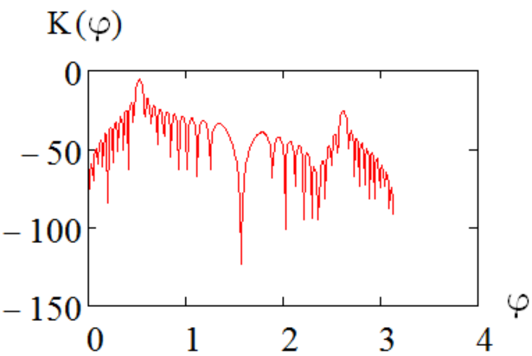
На рисунках 2 и 3 приведены результаты, полученные при R = 1200 см, а на рисунках 4, 5 при R = 600 см. Рисунки 2 и 4 получены для коэффициента отражения V^e = 0,1, а рисунки – 2,4 при V^e = 0,3. Наибольший максимум рассеянного поля соответствует "прострельному" направлению - направлению падающей волны, а меньший - соответствует направлению зеркально отраженной волны. Видно, что амплитуда максимума, соответствующего отраженной волне при V^e = 0,3 (рис.3, 5), увеличивается по сравнению с максимумом отраженной волны при V^e = 0,1 (рис.2, 4).

Компоненты магнитного поля приведены на рис. 6, 7 для расстояния до точки наблюдения R=1200 см. На рисунках 8, 9, 10 приведены расчетные данные для модулей Ez, Hx, Hy в децибелах, также для R = 1200 см.



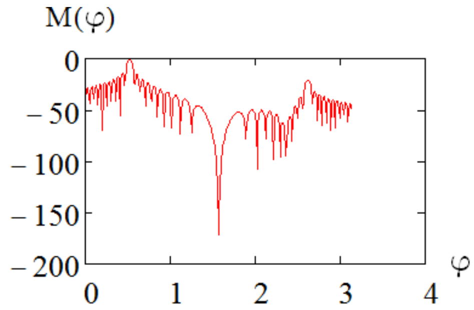
a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,1

Рис. 8. $D^e(\varphi) = 20\log|E_z|$



a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,1

Рис 9. $K^e(\varphi) = 20\log|H_x|$



a = 40; в = 30; R = 1200; Ve = 0,1

Рис 10. $M^e(\varphi) = 20\log|H_y|$

Отметим, что глубокий минимум при $\varphi=\pi/2$ соответствует нулевому рассеянию вдоль поверхности прямоугольника, так как прямоугольник предполагается бесконечно тонким.

Литература

1. П.Я. Уфимцев. "Метод краевых волн в физической теории дифракции". - М.: Изд. "Советское радио", 1962.
2. П.Я. Уфимцев. "Дифракция на черных телах и на полупрозрачных пластинах".- Известия вузов том XI, №6. Радиофизика. 1968.
3. А.К. Черепанов. "Дифракция плоской электромагнитной волны на неограниченном поглощающем клине". - Межвузовский сборник научных трудов "Вопросы повышения эффективности радиоэлектронных систем",М.: Министерство образования и науки РФ, МГТУ МИРЭА, 2001.