

Дифракция плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным эффективным комплексным коэффициентом отражения при E и H - поляризации падающей волны

Д.С.Кравченко, А.К. Черепанов

МГТУ МИРЭА, Москва.

Задача решается с помощью метода физической оптики (ФО) (см. например, [1]). Данный метод обобщается на случай полупрозрачных пластин (бесконечная лента, диск) в работе [2]. Обобщенный метод ФО применялся также в работе [3] при решении задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на поглощающей клине. В данной работе приводятся результаты решения задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным эффективным комплексным коэффициентом отражения при E и H - поляризации падающей волны. Отметим, что аналогичная задача решена в работе авторов, [4], для действительного коэффициента отражения при E-поляризации падающей волны.

Problem is solved using the method of physical Optics (FO) (see for example [1]). This method is generalized to the case of translucent plates (infinite tape, disk) in [2]. Generalized method of FD was used also in [3] in addressing the problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by depleting Kлина. This paper presents the results of solving the problem of diffraction of a plane electromagnetic wave by an opaque rectangle with the specified effective complex reflection coefficient with e and h-polarization of the incident wave. It should be noted that a similar problem is solved in the work of authors, [4], for the actual reflection coefficient when e-polarization of the incident wave.

1. Постановка задачи

Пусть плоская электромагнитная волна падает на часть плоской непрозрачной поверхности (прямоугольник) с заданным эффективным коэффициентом отражения, ограниченную контуром, проходящим через точки A,B,C,D. Размеры прямоугольника: $2a \times 2b$ (см. рис.1). Рассматривается случай падения волны в плоскости X0Y, поэтому волновой вектор падающей волны имеет две компоненты, отличные от нуля:

$$k_i = \{k_{ix}, k_{iy}, 0\}$$

Направление падения волны определяется углом α , отсчитываемым от оси X. Точка наблюдения находится на плоскости X0Y и ее угловое положение определяется углом φ , отсчитываемым также от оси X.

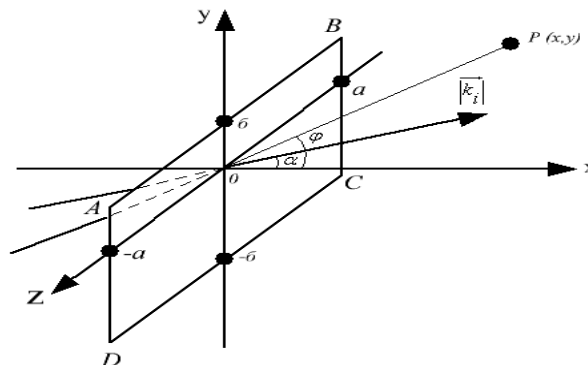


Рис. 1. ABCD – рассеивающая площадка, k_i волновой вектор падающей волны, α – угол падения волны, φ - угловое положение точки наблюдения – P от (X,Y).

2. Расчетные формулы

В предыдущей работе, [1], получены расчетные формулы для рассеянного поля в задаче о дифракции плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным действительным коэффициентом отражения при E – поляризации падающей волны. В данной работе представлено решение этой задачи для комплексного коэффициента отражения при E и H – поляризации падающей волны. Приведем вывод расчетных формул для H-поляризации падающей волны (E-поляризацию см. в работе [4]).

На прямоугольник падает плоская волна, у которой, вектор магнитного поля имеет одну компоненту:

$$\vec{H}_i = \{0, 0, H_z^i\}$$

$$H_z^i = H_{0z} \cdot e^{ik_i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)}, k_i = \left| \frac{r}{k_i} \right|.$$

В этом случае зеркально отраженная волна имеет вид:

$$H_z^s = V^h \cdot H_{0z} h^{ik_s(-x \cos \alpha + y \sin \alpha)}, k_s = k_i, \quad (1)$$

где V^h -коэффициент отражения рассеивающей поверхности.

Полное поле у поверхности имеет вид:

$$H_z^i = H_{0z} \cdot e^{ik_i(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} + V^h \cdot H_{0z} e^{ik_i(-x \cos \alpha + y \sin \alpha)}. \quad (2)$$

Используя уравнение Максвелла для монохроматического поля в вакууме

$$\text{rot} \vec{H} = -ik \vec{E}$$

можно записать:

$$E_x = -\frac{1}{ik} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{1}{ik} \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x}$$

Подставляя в формулы (2) полное электрическое поле (1), получим:

$$E_x = -H_{0z} \left[e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} + V^h \cdot e^{ik(-x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \right] \cdot \sin \alpha \quad (3)$$

$$E_y = H_{0z} \left[e^{ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha)} - V^h \cdot e^{ik(-x \cos \alpha + y \sin \alpha)} \right] \cdot \cos \alpha. \quad (4)$$

При $x \rightarrow 0$ найдем компоненты поля на поверхности прямоугольника

$$H_z = H_{0z} \cdot (1 + V^h) \cdot e^{iky \sin \alpha}, \quad (5)$$

$$E_x = -H_{0z} \cdot (1 + V^h) \cdot e^{iky \sin \alpha} \cdot \sin \alpha, \quad (6)$$

$$E_y = H_{0z} \cdot (1 - V^h) \cdot e^{iky \sin \alpha} \cdot \cos \alpha. \quad (7)$$

Как известно, поверхностные эквивалентные электрические и "магнитные" токи определяются соотношениями, [1]:

$$\vec{j}^e = \frac{c}{4\pi} \left[\vec{n} \text{ rot} \vec{H} \right] \quad (8)$$

$$\vec{j}^m = -\frac{c}{4\pi} \left[\vec{n} \text{ grad} \vec{E} \right], \quad (9)$$

где \vec{n} нормаль к поверхности со стороны падающей волны.

Принимая во внимание соотношения (5,6,7), найдем компоненты поверхностных

поверхностных эквивалентных токов:

$$j_z^e = \frac{c}{4\pi} H_z, \quad j_y^m = \frac{c}{4\pi} E_y, \quad (10)$$

и компоненты вектор – потенциалов для электрического и «магнитного» токов;

$$A_z^e = -\frac{1}{c} \iint j^e \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad A_y^m = \frac{1}{c} \iint j^m \frac{e^{ikr}}{r} dS, \quad (11)$$

где $r = \sqrt{x^2 + (y-\eta)^2 + \zeta^2}$ есть расстояние до точки наблюдения находящейся на плоскости $yo\eta$.

Используя формулы (10), компоненты вектор - потенциалов, отличные от нуля запишем в виде:

$$A_z^e = -\frac{H_{0z}}{4\pi} \cdot (1 - R^h) \cdot I \cdot \cos \alpha \quad (12)$$

$$A_y^m = \frac{H_{0z}}{4\pi} \cdot (1 + R^h) \cdot I, \quad (13)$$

где

$$I = \int_{-a}^a d\zeta \int_{-b}^b e^{ik\eta \cdot \sin \alpha} \cdot \frac{e^{ik\sqrt{x^2 + (y-\eta)^2 + \zeta^2}}}{\sqrt{x^2 + (y-\eta)^2}} d\eta. \quad (14)$$

При $a, b \ll r$ используем приближенное выражение для интеграла I

$$I = 4 \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{k} \cdot \frac{\sin[kb(\sin \alpha - \sin \varphi)]}{(\sin \alpha - \sin \varphi)} \cdot (C(u) + iS(u)), \quad \text{где } u = \frac{ka^2}{2R}, \quad (15)$$

тогда для компонент вектор – потенциала электрического и "магнитного" токов получим:

$$A_z^e = \frac{1}{k} \cdot \frac{H_{0z}}{\sqrt{\pi}} \cdot (1 - R^h) \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\sin[kb(\sin \alpha - \sin \varphi)]}{(\sin \alpha - \sin \varphi)} \cdot (C(u) + iS(u)) \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}, \quad (16)$$

$$A_y^m = \frac{1}{k} \cdot \frac{H_{0z}}{\sqrt{\pi}} \cdot (1 + R^h) \cdot \frac{\sin[kb(\sin \alpha - \sin \varphi)]}{(\sin \alpha - \sin \varphi)} \cdot (C(u) + iS(u)) \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}}, \quad (17)$$

$$\text{где } C(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{u}} \cos t^2 dt; \quad S(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\sqrt{u}} \sin t^2 dt \quad (18)$$

интегралы Френеля.

С помощью известных соотношений для компонент электрического поля и вектор-потенциалов электрического и "магнитного" токов, найдем компоненты электрического и магнитного полей H_z, H_x, H_y :

$$H_z = \frac{iH_{0z}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \cdot (C(u) + iS(u)) \cdot G(\varphi) \cdot (\cos \alpha + \cos \varphi - V^e \cdot (\cos \alpha - \cos \varphi)), \quad (19)$$

$$H_x = -\frac{iH_{0z}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \cdot (C(u) + iS(u)) \cdot G(\varphi) \cdot (\cos \alpha + \cos \varphi - V^e \cdot (\cos \alpha - \cos \varphi)) \cdot \sin \varphi, \quad (20)$$

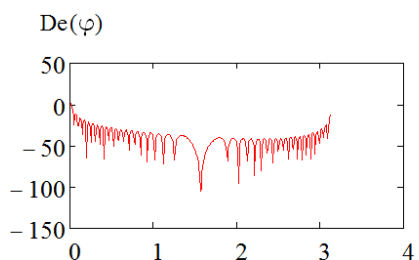
$$H_y = \frac{iH_{0z}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{ikR}}{\sqrt{kR}} \cdot (C(u) + iS(u)) \cdot G(\varphi) \cdot (\cos \alpha + \cos \varphi - V^e \cdot (\cos \alpha - \cos \varphi)) \cdot \cos \varphi. \quad (21)$$

Легко видеть, что $|H_z| = \sqrt{|H_x|^2 + |H_y|^2}$.

3. Результаты численных расчетов

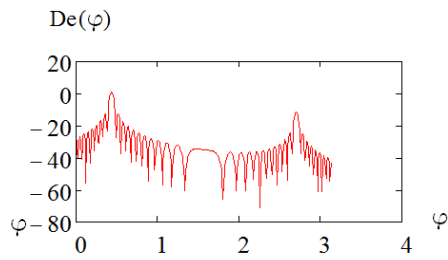
По формуле (19) данной работы и по формуле (19) работы [4] проведены численные расчеты и построены графики $E_z(\varphi)$ и $H_z(\varphi)$ для комплексных коэффициентов отражения РПМ 1 и РПМ 2 при следующих исходных данных: $\varphi = 0 \dots \pi$; $a = 30$ см; $b = 40$ см; $R = 1200$ см; $k = 2$; при углах падения волны $\alpha = 0^\circ$; 25° ; 50° ; 60° . Результаты расчетов приведены в ДБ.

Е - поляризация РПМ1



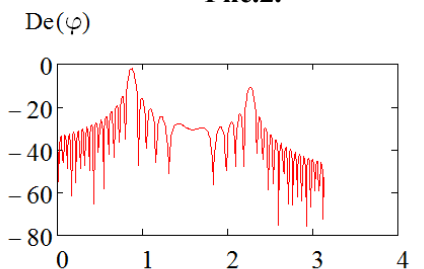
$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,15-0,15i$; $\alpha = 0$

Рис.2.



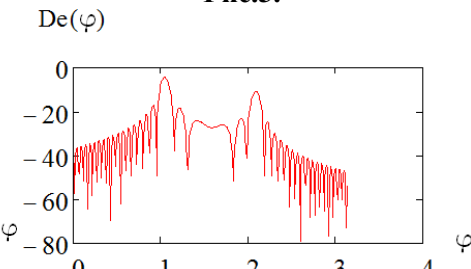
$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,16-0,18i$; $\alpha = 25$

Рис.3.



$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = 0,29-0,22i$; $\alpha = 50$

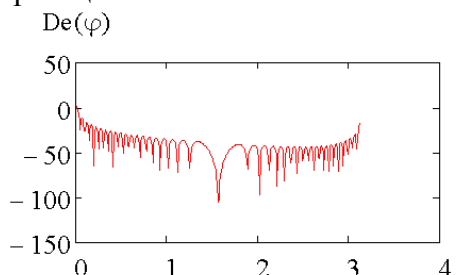
Рис. 4.



$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,4 -0,25i$; $\alpha = 60$

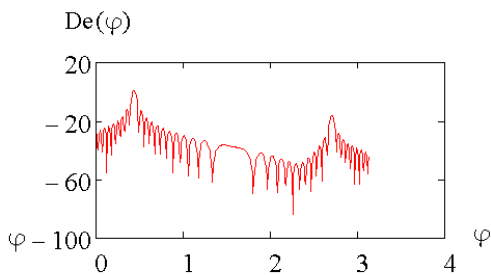
Рис. 5.

Е - поляризация РПМ2



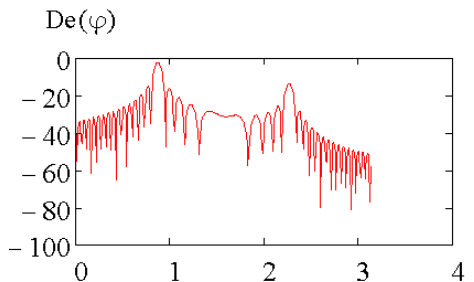
$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,11-0,06i$; $\alpha = 0$

Рис.6.



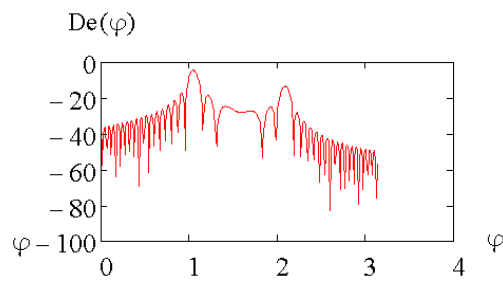
$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = 0,12-0,07i$; $\alpha = 25$

Рис.7.



$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,23-0,13i$; $\alpha = 50$

Рис.8.



$a = 40$; $b = 30$; $R = 1200$; $V_e = -0,3-0,19i$; $\alpha = 60$

Рис.9.

Н - поляризация РПМ1

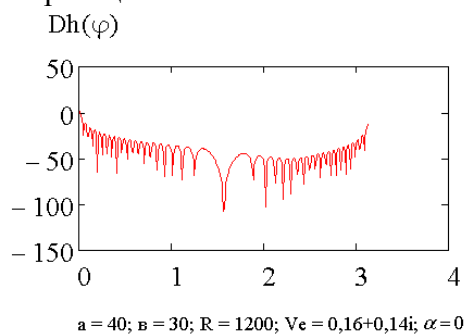


Рис.10.

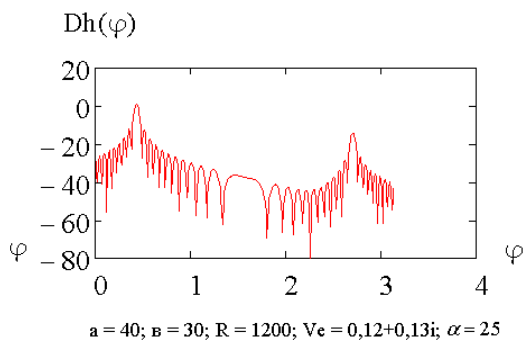


Рис.11.

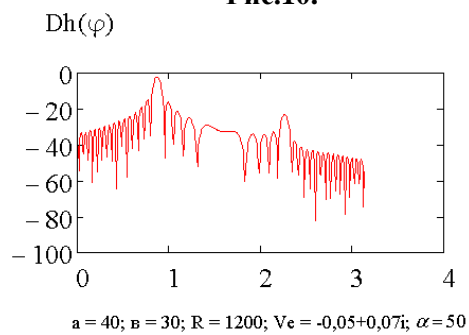


Рис.12.

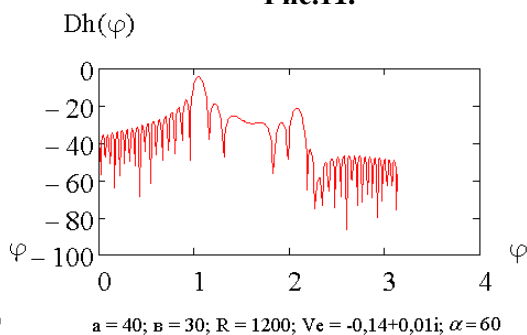


Рис.13.

Н - поляризация РПМ2

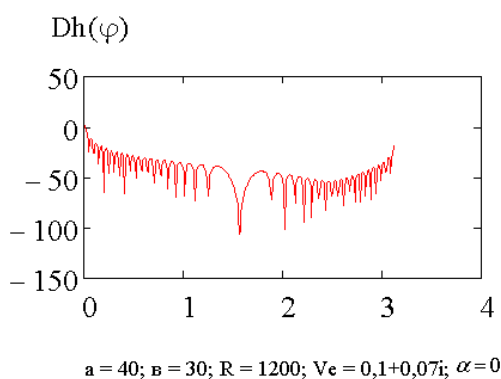


Рис.14.

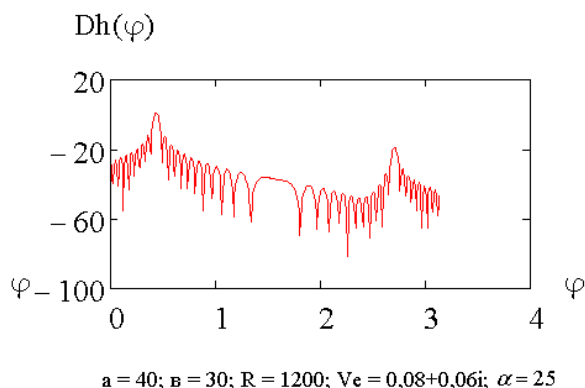


Рис.15.

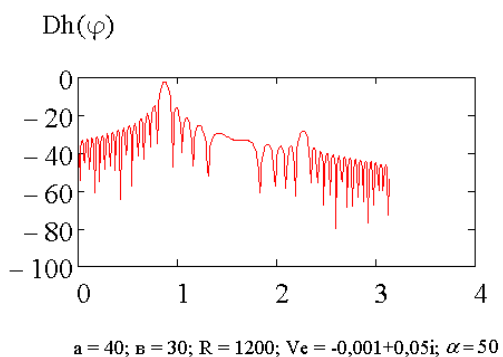


Рис.16.

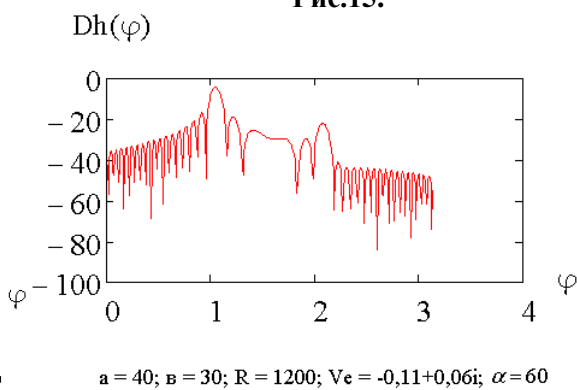


Рис.17.

Литература

1. П.Я. Уфимцев. "Метод краевых волн в физической теории дифракции". - М.: Изд. "Советское радио", 1962.
2. П.Я. Уфимцев. "Дифракция на черных телах и на полупрозрачных пластинах".- Известия вузов том XI, № 6. Радиофизика. 1968.
3. А.К. Черепанов. "Дифракция плоской электромагнитной волны на неограниченном поглощающем клине". - Межвузовский сборник научных трудов "Вопросы повышения эффективности радиоэлектронных систем", М.: Министерство образования и науки РФ, МГТУ МИРЭА, 2001.
4. Д.С. Кравченко, А.К. Черепанов «Дифракция плоской электромагнитной волны на непрозрачном прямоугольнике с заданным эффективным комплексным коэффициентом отражения при E - поляризации падающей волны». Доклад на VI Всероссийской научной конференции "Радиофизические методы в дистанционном зондировании". 27.05-29.05. 2014. Муром.