

Моделирование воздействия упругих волн на твердые протяженные объекты

Процесс распространения колебательного движения в среде называется волновым процессом или просто волной.

Если деформация тела достаточно мала, то по прекращении действия вызвавших деформацию внешних сил тело возвращается в исходное недеформированное состояние. Такие деформации называют упругими.

Упругие волны (У.в.) - упругие возмущения, распространяющиеся в твёрдой, жидкой и газообразных средах. При распространении У.в. в среде возникают механические деформации сжатия и сдвига, которые переносятся волной из одной точки среды в другую. При этом имеет место перенос энергии упругой деформации в отсутствие потока вещества

В зависимости от характера возникающих при этом упругих деформаций различают продольные и поперечные волны. В продольных волнах частицы среды колеблются вдоль направления распространения колебаний. В поперечных волнах частицы среды колеблются перпендикулярно направлению распространения волны. В твёрдых телах могут быть вызваны и продольные (Рис.1.), и поперечные волны (Рис.2.).

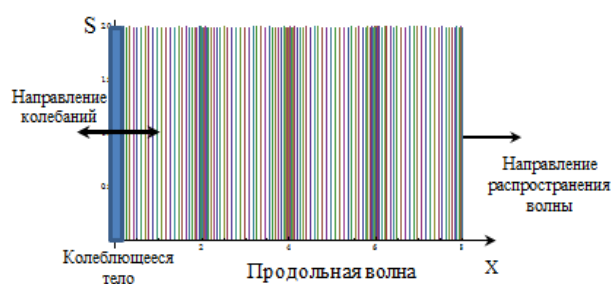


Рис. 1. Продольная волна

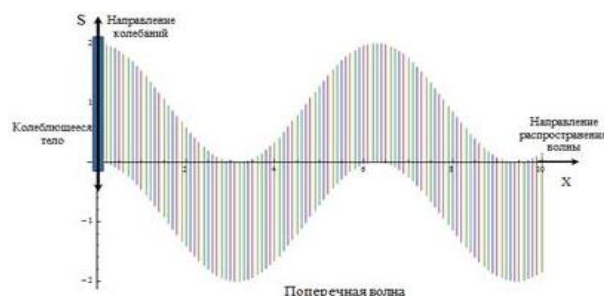


Рис.2. Поперечная волна

Продольная деформация стержня (однородная вдоль его сечения), на боковую поверхность которого не действуют никакие внешние силы, представляет собой простое растяжение или сжатие. Таким образом, продольные волны в стержне представляют собой распространяющиеся вдоль его длины простые растяжения или сжатия.

Для волн изгиба (поперечных волн) предполагается, что в стержнях колебания изгиба будут малыми. Скорость распространения волн изгиба по стержню пропорциональна волновому вектору, а не постоянна, как для волн в неограниченной трехмерной среде.

Программа (Рис.3.) предназначена для моделирования воздействия упругих продольных и поперечных волн на твердые протяженные объекты (далее – стержни). Для этого вычисляются параметры волны во время ее прохождения через стержни, а именно – скорость волны V и время ее прохождения t , и параметры, приобретаемые этими стержнями, в данном конкретном случае – частота собственных колебаний твердого тела w .

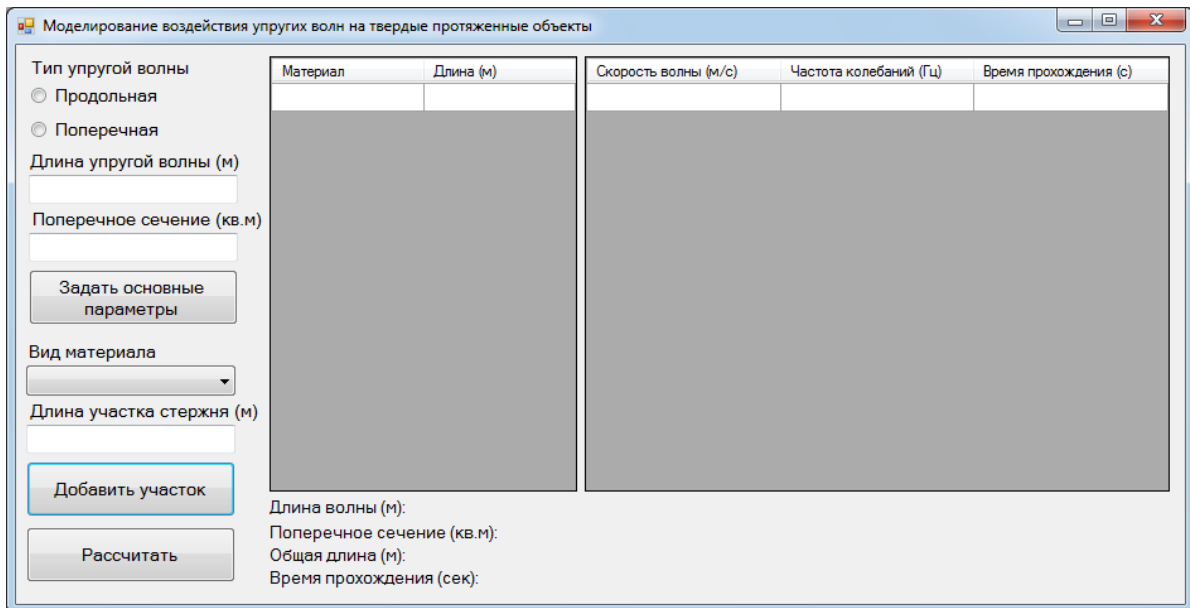


Рис.3. Общий вид программы

В данной работе за твердое тело принимается стержень длиной L , который может состоять из различных материалов — металлов, минералов, сплавов и т. п, участки из которых имеют соответственные длины l . Примем, что оба конца стержня одновременно свободны либо одновременно закреплены. Для таких случаев формулы вычисления скорости упругой волны и частоты собственных колебаний стержня имеют вид:

1) Для продольных волн:

$$V = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad w = \sqrt{\frac{E}{\rho}} * \frac{\pi}{l} * n$$

2) Для поперечных волн:

$$V = 2 * \sqrt{\frac{E * l}{\rho * S}} * k \quad w = \sqrt{\frac{E * l}{\rho * S}} * k$$

где ρ — плотность данного материала, l — длина стержня из данного материала, E — модуль Юнга (модуль растяжения) для данного материала, S — продольное сечение стержня, k — волновой вектор, равный $\frac{2\pi}{\lambda}$ (λ - длина волны).

Кроме вычисления скорости упругой волны и частоты колебаний стержня, программа также рассчитывает общее время прохождения волны сквозь весь стержень T , общую длину стержня и время, за которое волна пройдет определенную часть стержня:

$$T = \sum t_i; \quad L = \sum l_i; \quad t = \frac{l}{V}$$

Исходные (допускаются целые и дробные десятичные числа для числовых данных) и итоговые данные сводятся в таблицы (dataGridView) и строки (label) (Рис.4.).

Единицы измерения: согласно СИ: длина – метр, время – секунда, скорость – метр в секунду, частота – герц, плотность – килограмм на метр кубический, модуль Юнга – паскаль, продольное сечение – квадратный метр, волновой вектор – обратный метр.

Программа разработана в среде программирования MicrosoftVisualStudio 2013 на языке программирования C#.

В программе использованы следующие элементы WindowsForm:

- radioButton – переключатели типов упругих волн
- button – кнопки выполнения действий
- label – пояснительные строки и строки вывода
- textBox – строки ввода
- dataGridView – таблицы входных и выходных данных

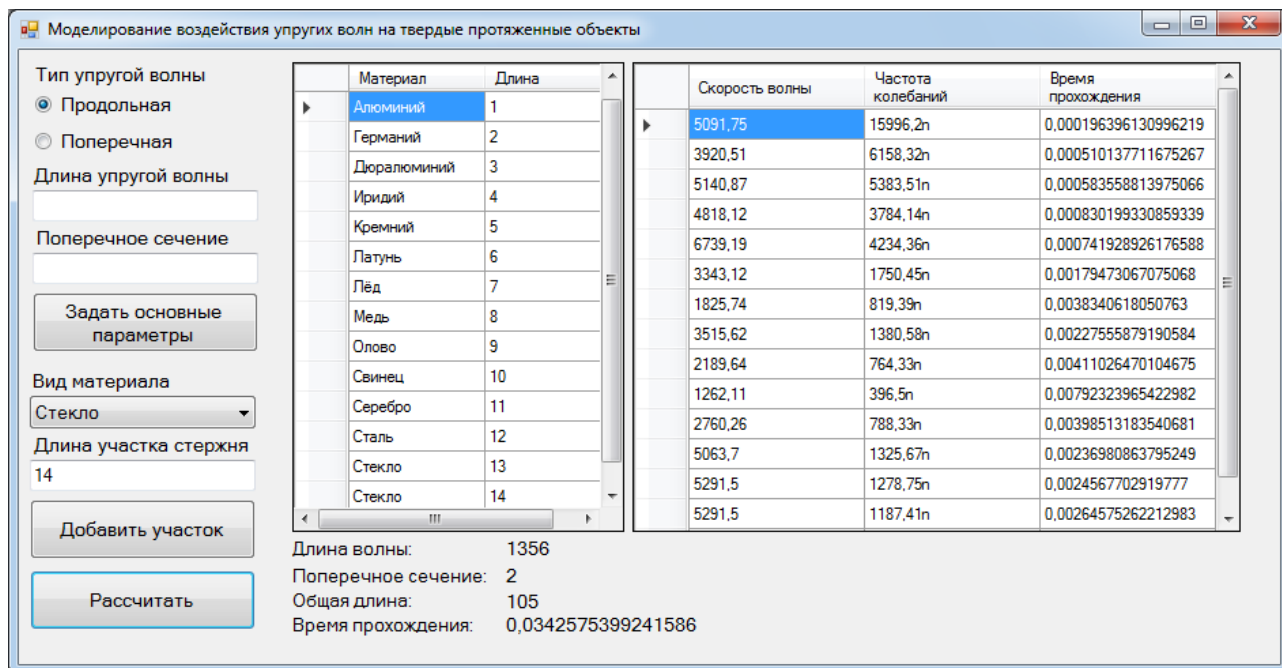


Рис.4. Вид программы с загруженными и обработанными данными

Литература

- 1) Л.Д.Ландау, Е.М.Лифлици. Теория упругости. - М.: Физматгиз, 1987. – 246 с.
- 2) Ю.Н.Работнов. Сопротивление материалов. - М.:Физматгиз, 1962. – 456 с.
- 3) И. Гриффитс. Программирование на C# 5.0. – М.:Эксмо, 2014. – 1136 с.
- 4) Дж.Албарахи, Б. Албарахи. C# 5.0. Справочник. Полное описание языка. – М.:ООО «И.Д.Вильямс», 2014. – 1008 с.