Я. В. Березинец
Научный руководитель: д.т.н. проф. В.В. Чекушкин
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, 23
E-mail: berezinec.yaroslav@mail.ru

Сравнительный анализ методов вычисления функций

Основой современных технических систем, информационно-измерительных систем и приборов являются цифровые вычислительные устройства, которые реализуют алгоритмы решения различных задач.

Для различных применений необходимо обеспечить погрешности порядка 4 ... 0.001%, (...), вводятся ограничения на программно-аппаратурные затраты и т.д. При решении конкретных задач с заданной погрешностью, быстродействием, программно-аппаратурными затратами необходимо выбирать наиболее эффективные численные методы и вычислительные алгоритмы, структуры реализации вычислительных устройств. Повышение эффективности связано с обеспечением предельно оптимальных соотношений по точностным характеристикам, быстродействию и программно-аппаратурным затратам применяемых численных методов решения вычислительных задач.

Выбор наиболее эффективных методов во многих случаях далеко не очевиден, особенно для оптимизации диапазона значений точностных характеристик, быстродействия, ограничений, связанных с программно-аппаратурными затратами.

Проведем сравнительный анализ полиномиальных методов воспроизведения функций и методов, основанных на аппроксимации кусочно-непрерывными функциями и параболами на примере воспроизведения гармонического сигнала. Предварительно воспроизведем этот сигнал с аппроксимацией его оптимально вписываемой в полуволну синусоиды. Моделирование в среде MathCad дает для метода кусочно-непрерывных функций значение максимальной погрешности (рис.1,2) Δmax =0,09.

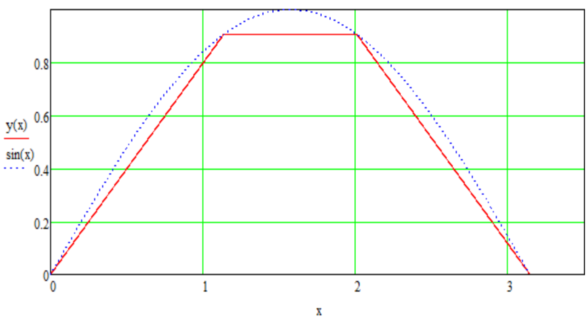

Рис 1. Аппроксимация функции трапецией

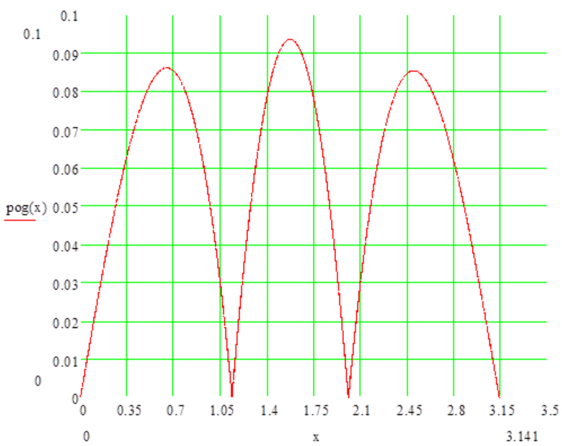

Рис 2. График зависимости погрешности

Для вычисления функции требуется задать три константы для определения интервала изменения аргумента в пределах x Є 0..π. Имеем:

$$x_0 \in [0; 1.135];$$
$$x_1 = 1.135\ ;$$
$$x_2 \in [1.135; 2.007]$$
$$x_3 \in [2.007; \pi]$$

Для x_0: $y_0 = a_1 * x = 0.799x$, т. к.

$$a_1 = a = \frac{y(x_1)}{x_1} = \frac{\sin(x_1)}{x_1} = 0.799$$

Для x_2: $y_2 = 0.799 * 1.135 = 0.907$;

Для x_3: $y_3 = 2.51 - a * x$

Определим наибольшее число операций вычисления функции данным методом. Для определения интервала необходимо затратить, в соответствии с блок-схемой алгоритма (рис.3), максимум 2 операции сравнения и 2 операции извлечения из памяти двух констант, всего — 4 операции.

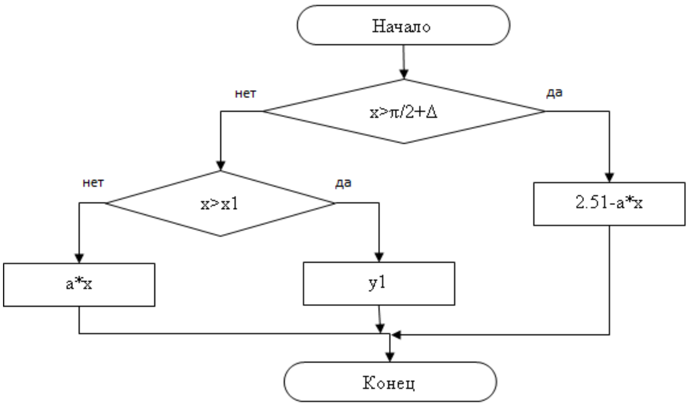

Рис. 3. Блок-схема поиска интервала при трапециировании

Другим методом является аппроксимация квадратичной функцией также на интервале x Є [0..π]. Графики функции sin(x) и её аппроксимация квадратичной функцией представлены на рис.4, абсолютная погрешность данного метода представления синусоидальной функции изображена на рис.5 (где □(x) – абсолютная погрешность). Максимальная погрешность равна 0.03, аппроксимирующее уравнение $y = -0.405 * \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 0.97$. Для вычисления функции необходимо 3 операции извлечения из памяти трех констант и 4 алгебраических операции. Итого: 7 операций.

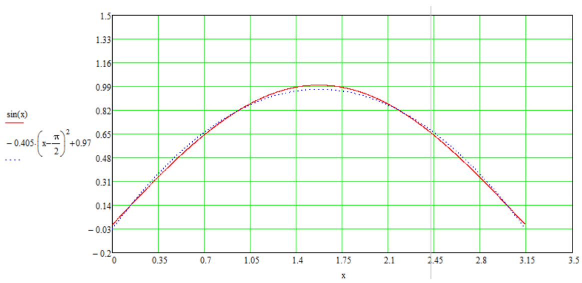

Рис.4. Квадратичная функция

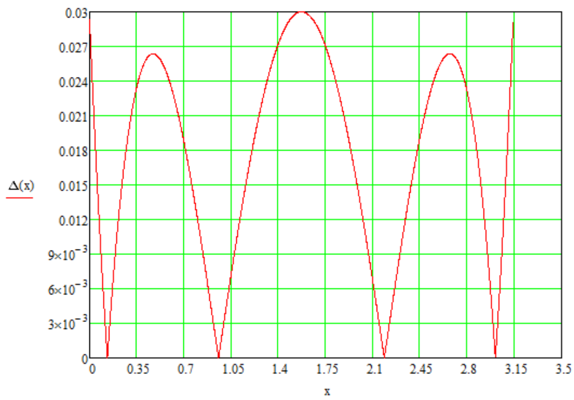

Рис.5. График погрешностей при аппроксимации квадратичной функцией

При аппроксимации методами трапеции и квадратичной функции необходимо соответственно 6 и 7 операций. Но большее количество операций при аппроксимации квадратичной функции нивелируется погрешностью 0.03, что в 3 раза меньше, чем погрешность при аппроксимации трапецией. При небольшом уменьшении производительности, но при трехкратном увеличении точности, аппроксимация функции гармонического сигнала методом квадратичной функции является более выгодной по сравнению с аппроксимацией методом трапеции.