

Погорелова А.С.

Научный руководитель: к.т.н., Р.В. Шаранов

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
E-mail: pogorelova.anastasiia@yandex.ru

Диффузионное перемешивание концентрации водородных ионов в грунтовых водах

Карстовые явления — совокупность сложных процессов, связанных с деятельностью грунтовых вод и выражающихся в растворении горных пород и образовании в них пустот. Строительство и эксплуатация зданий и сооружений в карстово-опасных районах сопряжены с риском возникновения в грунте под зданием карстовых полостей и воронок. Особенность этих явлений состоит в том, что к моменту начала строительства геологические изыскания могут свидетельствовать об отсутствии карстовых полостей под сооружением, однако в процессе эксплуатации возможна реализация условий для их появления и роста. Активизация карстовых процессов может привести к недопустимым деформациям грунта и, как следствие, к разрушению фундамента и самого сооружения [1]. Принимая во внимание, что движение воды в грунте относится к квадратичной области сопротивления гидравлическое моделирование осуществляется с использованием критерий динамического подобия — критерия Фруда. Критерий Фруда, который характеризует относительную величину силы тяжести, он является определяющим в случаях, когда для движения воды гравитационные факторы играют заметную роль. В данных системах процесс движения смеси: -воды и грунта происходит при наличии вынужденных сил — сил гидродинамического давления, создаваемое дополнительными источниками воды, как осадки, то критерия Фруда оказывается не достаточно для создания гидравлических моделей. Поэтому для моделирование процесса, где возникает необходимость учета наиболее глубоких свойств смеси рассмотрим задачу потока воды в грунте и ее перемешивания с ним. Вода с концентрацией c_{np} транспортируется по руслу с радиусом R_{np} и поступает в «чашу» с радиусом R_0 , с объемом воды W_0 , где из-за остановки движения воды появляется дополнительная концентрация грунта c_0 . Вследствие перемешивания воды с грунтом происходит изменения концентрации воды $c(t)$. В момент $t = t_1$ $c_0 > c(t)$, концентрация грунта в воде достигает величины c^* - опасное состояние воды.

Ниже рассмотрим задачу о диффузионном перемешивании воды с водородными ионами в грунтовых водах. На основе диффузионного перемешивания для осредненного по живому сечению потока можем написать:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div} \vec{j} + \sigma c = \text{div} \vec{i} \quad (1)$$

где: $\vec{j} = cV_r \vec{e}_r + cV_\theta \vec{e}_\theta - \left(cV_\theta + \varepsilon_{ss} \frac{\partial c}{\partial x} \right) \vec{e}_x$
 $\vec{i} = c_n \vec{V}_{np} \vec{e}_x$

где: ε_s — коэффициент турбулентной диффузии;

V_0 — средняя по живому сечению скорость притока свежей воды.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{div} \left(-cV_0 - \varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \text{div} \vec{i} \quad (2)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \text{div} \left(cV_0 + \varepsilon_s \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \text{div} \vec{i}$$

В случае отсутствия притока свежей воды уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial c}{\partial t} = V_0 \frac{\partial c}{\partial x} + W_0 \frac{\partial c}{\partial r} + \varepsilon_s \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (3)$$

Учитывая малости изменения концентрации ионов в радиальном направлении и осевой симметрии рассматриваемого явления уравнение (3) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + V_0 \frac{\partial c}{\partial x} + \sigma c = \varepsilon_s \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (4)$$

Введем безразмерные параметры $x = R_0 \hat{x}, t = \sqrt{\frac{R_0}{\varepsilon}} \tau$

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} - \sqrt{Fr} \frac{\partial c}{\partial \hat{x}^2} + \sigma_1 c = \varepsilon_s \sqrt{Fr} \frac{\partial^2 c}{\partial \hat{x}^2} \quad (5)$$

Для преобразования уравнения (6) в гидравлическое уравнение, основные параметры потока воды будем выражать через число Фруда и Рейнольдса и получим гидравлическое уравнение для описания движения смеси воды и грунта в виде безразмерных переменных:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + \sqrt{Fr} \frac{\partial c}{\partial \hat{x}} + \hat{\sigma}_1 c = \hat{\varepsilon}_s \sqrt{Fr} \frac{\partial^2 c}{\partial \hat{x}^2}, \text{ здесь } \hat{\varepsilon}_s = \frac{\varepsilon_s}{v_0 R_0}, \hat{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_1 \frac{R_0}{\varepsilon}; \quad (6)$$

Fr – число Фруда, который учитывает изменение осредненных по живому сечению основных гидравлических параметров: - средней по живому сечению скорости потока и гидравлического радиуса $R_0 = 0,5R_0$; ε^{\wedge} - число Рейнольдса в диффузионном процессе, который учитывает характеристику движения и влияния силы возмущения оказывающую подавляющее влияние поступательному движению воды. Диффузионное уравнение изменения концентрации за счет притока и оттока свежей воды в виде безразмерных переменных примет вид:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + \sqrt{Fr} \frac{\partial c}{\partial x} + \sigma_1 c = \sqrt{Fr} \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + f(\tau) \quad (7)$$

$$\text{где } f(\tau) = \frac{c_{np} \int_0^1 \ddot{Q}_{np} d\tau - c^* \int_0^1 \ddot{Q}_{от} d\tau}{1 + \int_0^1 \ddot{Q}_{np} d\tau - \int_0^1 \ddot{Q}_{от} d\tau}$$

$$\text{здесь } \ddot{Q}_{np} = \frac{Q_{np}}{Q_0}, \ddot{Q}_{от} = \frac{Q_{от}}{Q_0}, \ddot{Q}_0 = \frac{Q_0}{W_0} \sqrt{\frac{R_0}{\varepsilon}}$$

Q_0 – регулируемый расход воды.

Для решения уравнения (7) введем функцию $F(x)$:

$$c(\hat{x}, \tau) = e^{-\lambda \tau} F(\hat{x}) \text{ Место для формулы.}$$

Учитывая равенство (7) уравнение (8) приводится к виду: (8)

$$-\lambda F(\hat{x}) + \sqrt{Fr} \frac{dF}{d\hat{x}} + \sigma_1 c = \hat{\varepsilon}_s \sqrt{Fr} \frac{d^2 F}{d\hat{x}^2} + f(\tau) e^{\lambda \tau}$$

или

$$\sigma_1 F(\hat{x}) - \lambda F(\hat{x}) + \sqrt{Fr} \frac{dF}{d\hat{x}} = \hat{\varepsilon}_s \sqrt{Fr} \frac{d^2 F}{d\hat{x}^2} + m_0 \quad (9)$$

$$\text{где: } m_0 = f(\tau) e^{\lambda \tau}.$$

Предположим что подача воды осуществляется законом:

$$\ddot{Q}_{np} = e^{-\lambda \tau} \ddot{Q}_{np}^0$$

Тогда из последнего равенства будем иметь:

$$f(\tau) = \frac{c^* Q_{от}^0 - c_{np}^0 Q_{np}^0}{\lambda(Q_{np}^0 - Q_{от}^0)} e^{-\lambda \tau};$$

$$c_{np} = c_{np}^0 e^{-\lambda \tau}, \quad c^* = c^{0*} e^{-\lambda \tau}.$$

$$m_0 = f(\tau) e^{\lambda \tau} = \frac{c^* Q_{от}^0 - c_{np}^0 Q_{np}^0}{\lambda - Q_{np}^0} \quad (10)$$

Тогда для объема притока воды, имеем:

$$\tilde{W}_{np} = \frac{W_{np}}{\tilde{W}_0} = \frac{\int_0^1 \ddot{Q}_{np} d\tau}{W_0} \quad (11)$$

Поскольку имеет место неравенства $\frac{W_{np}}{W_0} \ll 1$.

$$\text{Откуда будем иметь: } W_0 c_0 + \tilde{W}_{np} c_{np} = c^* W_0 + \tilde{W}_{np} c^*$$

Таким образом, определен необходимый объем воды для получения необходимой концентрации ионов в воде:

$$\frac{\tilde{W}_{np}}{W_0} = \frac{c_0 - c^*}{c - c_{np}} \quad (12)$$

На основе теории диффузионного перемешивания жидкости получены гидравлические закономерности, описывающие изменения концентрации бактерий, [2] изменения давления воды с учетом изменения гидравлического сопротивления.

Литература

1. Короновский Н.В. Общая геология: учебник. - М.: КДУ. 2006. С. 152.
2. Погорелова А.С. Диффузионное перемешивание жидкости. // Машиностроение и безопасность жизнедеятельности. 2015. № 1.С.18-22.