

Пронин А.А.

*Научный руководитель: д.т.н., профессор В.В. Костров
Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного
учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
E-mail:pronin.aleksey106@yandex.ru*

Робастный фильтр Калмана

Фильтр Калмана – это один из самых распространенных алгоритмов фильтрации, который используется во многих областях науки и техники. Благодаря своей простоте и эффективности его можно встретить в системах управления производственными процессами и ракетами, в радиолокационных станциях, в системах траекторных измерений и GPS-приемниках, в устройствах обработки показаний датчиков, в химической промышленности, в бортовой автомобильной электронике и т.д. Фильтр был разработан для линейной динамической системы, которая работает в дискретном времени, а наблюдаемый процесс является аддитивной смесью полезного сигнала и шума. В фильтре Калмана есть возможность задать априорную информацию о характере системы, связи переменных и на основании этого строить более точную оценку, но даже в простейшем случае (без ввода априорной информации) он дает отличные результаты. Однако изменение статистических свойств шума, особенно отклонение от гауссовского распределения, приводит к потере оптимальности.

Целью данного доклада является повышение устойчивости фильтра Калмана к изменению характеристик шума канала наблюдения.

Фильтр Калмана – это мощнейший инструмент фильтрации данных. Основной его принцип состоит в том, что при фильтрации используется информация о физике самого явления. Скажем, если вы фильтруете данные со спидометра машины, то инерционность машины дает вам право воспринимать слишком быстрые скачки скорости как ошибку измерения. Фильтр может эффективно использоваться в системах управления, когда задаются управляющие воздействия и производится множество последовательных измерений для формирования оптимальной оценки состояния. Модель системы для фильтра Калмана подразумевает, что реальное состояние в момент времени k получается из состояния в момент времени $k-1$ по правилу:

$$x_k = F_k x_{k-1} + w_k,$$

где F_k – матрица, соответствующая модели преобразования системы со временем, применяемая к предыдущему состоянию x_{k-1} ; w_k – вектор погрешности, которая имеет нулевое математическое ожидание, нормальное гауссовское распределение.

В момент времени k производится наблюдение (или измерение) y_k реального состояния системы x_k в соответствии с моделью измерения

$$y_k = H_k x_k + v_k,$$

где H_k – матрица, соответствующая модели наблюдения, которая отображает пространство векторов реального состояния системы в пространство векторов результатов наблюдений, а v_k – вектор ошибки наблюдения с нулевым математическим ожиданием и нормальным распределением.

Исходный фильтр Калмана не является робастным, т.к. множество реальных динамических систем не полностью вписываются в эту модель. При этом фильтр Калмана теряет свои оптимальные свойства, поскольку по наблюдаемому процессу он линеен. Устойчивость рекуррентной процедуры фильтрации можно получить за счет нелинейного преобразования невязки, который приводит к робастному алгоритму

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k,k+1} + R_{k+1} f_{NL}(y_{k+1} - H \hat{x}_{k,k+1}),$$

где $\hat{x}_{k,k+1}$ - экстраполяционная оценка, R_{k+1} - коэффициент усиления фильтра Калмана, $f_{NL}(\ast)$ - нелинейное преобразование, зависящее от плотности распределения шума канала наблюдений.

Робастный фильтр Калмана также является разновидностью рекурсивного фильтра. Это означает, что только результат предыдущей итерации фильтра (в виде оценки состояния системы и оценки погрешности определения этого состояния) и текущие наблюдения нужны для расчета текущего состояния системы. При этом не требуется хранение всех предшествующих наблюдений, что снижает требования к памяти и быстродействию цифровой системы обработки данных. Статистическое моделирование робастного фильтра в условиях воздействия ε -загрязненных помех показало, что применение безынерционного нелинейного преобразователя позволяет в 3...10 раз снизить дисперсию ошибок оценивания (в зависимости от степени отклонения плотности распределения шума от гауссовской).

Фильтр Калмана широко используется в инженерных и эконометрических приложениях: от радаров и систем технического зрения до оценок параметров макроэкономических моделей. Калмановская фильтрация является важной частью теории управления, играет большую роль в создании систем управления. Совместно с линейно-квадратичным регулятором фильтр Калмана позволяет решить задачу линейно-квадратичного гауссовского управления. Фильтр Калмана и линейно-квадратичный регулятор – возможное решение большинства фундаментальных задач в теории управления. В качестве примера использования фильтра можно привести предоставление точной, поддерживаемой в актуальном состоянии информации о положении и скорости объекта при наличии серии измерений положения объекта, каждое из которых в некоторой степени неточно. Например, в РЛС при отслеживании цели мы имеем очень зашумлённую (неточную) информацию о положении, скорости и ускорении наблюдаемого объекта. Траекторный робастный фильтр Калмана использует известную нам математическую модель динамики объекта, которая описывает возможные изменения состояния объекта. Это позволяет снизить погрешности измерения и достичь хорошей точности измерения положения объекта в данный момент (фильтрация), в будущие моменты (предсказание), или в какие-то из прошедших моментов (интерполяция или сглаживание).

Литература

1. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учеб. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 2004. – 608 с.
2. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003. – 400 с.