СЕКЦИЯ 21

Физико-математические науки и математическое моделирование

Белов А.А., Проскуряков А.Ю.
Применение вейвлет-преобразования
и искусственных нейронных сетей
при прогнозировании временных рядов

Белякова А.С., Садыков С.С.
Исследование и оценка
математической модели прогноза дилатационной кардиомиопатии

Гаврилова М.С.
Математическая модель
циркадианного ритма артериального давления

Данилин С.Н., Макаров М.В., Щаников С.А.
Исследование коэффициентов влияния погрешностей элементов нейронов
на показатели качества работы устройств с нейросетевой архитектурой

Исследование параметров нейронной сети
при решении оптимизационной задачи

Данилин С.Н., Фролов В.А.
Исследование алгоритма
контроля отказоустойчивости нейронных сетей

Догадина Е.П.
К вопросу об оптимальном управлении запасами

Этапы решения задачи многокритериального управления
с учетом весовых коэффициентов важности критериев

Кутарова Е.И.
Межпредметная связь математики
с профессиональными дисциплинами

Мошнина Е.Н.
Практические примеры многомерных математических объектов

Павлова С.М.
Изучение температурной зависимости сопротивления полупроводника

Пантелеев И.В., Сарибжанов И.Р.
Ускоренный алгоритм вычисления функции $Z = \sqrt{A^2 + B^2}$

Пантелеев И.В., Сарибжанов И.Р., Чекушкин В.В.
Уменьшение необходимого объема памяти для хранения коэффициентов
полиномов наилучшего приближения

Перельмутер Н.Л., Садыкова О.И.
Математические модели в экологии

Пиньковецкая Ю.С.
Моделирование показателей деятельности
малых предприятий различных отраслей

Платонова А.С.
Математическое обеспечение информационной системы
контрольно-оценочной деятельности в школе

Свирилина Т.В.
Математическая модель инфекционного заболевания

Хаймин А.Ю.
Расчет периодических режимов
в рамках математического моделирования
в нелинейных неавтономных динамических системах

Чекушкин В.В., Михеев К.В.
Методы аппроксимации траектории движения инструмента
в перспективных системах управления станков с ЧПУ

Шумилов В.Ф.
О «критериях Ю.П. Петрова» в задачах сохранения устойчивости
как в управляемых, так и неуправляемых системах

А.А. Белов
А.Ю. Проскуряков
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Применение вейвлет-преобразования и искусственных нейронных сетей при прогнозировании временных рядов

При решении задач экологического мониторинга на выходе измерительной телекоммуникационной датчиковой подсистемы сбора имеют место временные ряды концентраций загрязняющих веществ, представляющие дискретные отсчеты сигналов с газовых датчиков. Одной из важнейших задач при работе с полученными временными рядами экспериментальных данных является прогнозирование значений временного ряда и восстановление утраченных отсчетов. Качественно проведенное прогнозирование обеспечит своевременное принятие управляющих решений, направленных на минимизацию выбросов и исключение аварийных ситуаций. На процесс прогнозирования существенное влияние оказывает флуктуация сигнала или присутствия значительной нелинейности в данных [1].

Одним из самых важных этапов в решении задачи нейросетевого прогнозирования является формирование обучающей выборки. Именно от состава, полноты, качества обучающей выборки существенно зависят время обучения нейронной сети (НС) и достоверность получаемых моделей. При этом процесс обработки и анализа временных рядов начинается с процедуры сглаживания на базе вейвлет-преобразования [2].

Общая концепция алгоритма прогнозирования значений временных рядов в нейросетевом базисе с применением вейвлет-преобразования представлена на рис. 1.

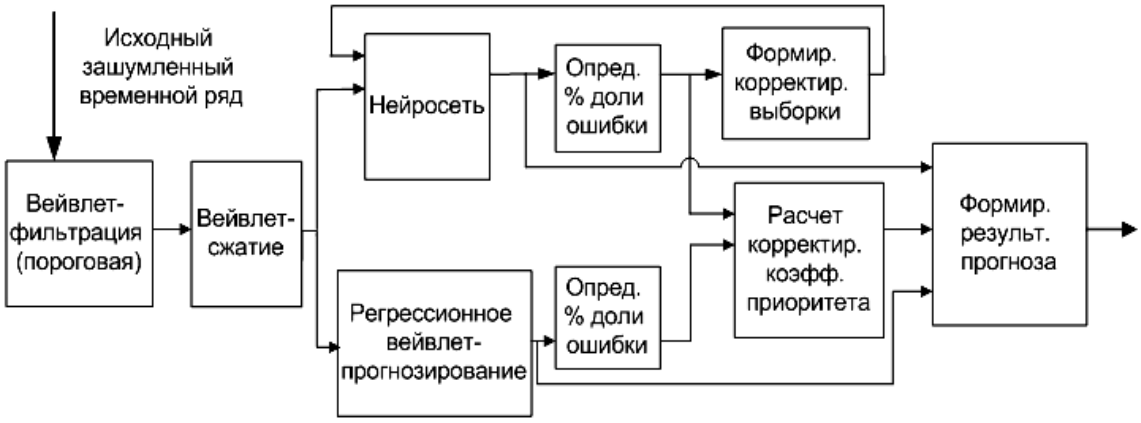


Рис. 1. Алгоритм комбинированного прогноза

После выполнения этапа предварительного вейвлет-преобразования (сглаживание и сжатие временного ряда), временной ряд подается на подсистемы прогнозирования и коррекции результатов.

Далее из множества значений ряда выделяются два непересекающихся подмножества (как правило, хронологически следующих одно за другим). Одно из них представляет собой обучающую выборку (ОВ), на которой будет выполняться обучение НС. Другое подмножество представляет собой контрольную выборку (КВ), которая не предъявляется НС в процессе обучения и используется для проверки качества прогноза. Таким образом, прогнозирование временного ряда сводится к задаче интерполяции функции многих переменных. НС используется для восстановления этой функции по множеству наборов, входящих в состав ОВ.

На этапе структурного синтеза производится выбор архитектуры НС и структуры связей между нейронами.

На этапе параметрического синтеза НС выполняется обучение НС. Как правило, используются методы градиентного спуска – в частности, алгоритм обратного распространения ошибки и его модификации.

Далее осуществляется проверка ошибки прогноза НС на КВ. В результате сравнения выходных данных с контрольными, вычисляется процентная доля ошибки для заданного входного временного ряда. Учитывая этот процент ошибки и разницу между выходным сигналом и КВ, формируется корректирующая выборка, представляющая собой модификацию весовых коэффициентов НС. Таким образом, помимо первого этапа формирования начальной процедуры обучения с применением ОВ происходит постоянная адаптация и усовершенствование НС с учетом накопленного опыта, то есть повторный переход к этапу параметрического синтеза и, следовательно, сведение вероятности появления ошибки НС к минимуму.

Стоит также отметить, что на начальном этапе работы в данной системе приоритет отдается регрессионному вейвлет-прогнозированию, так как НС требуется определенный период, чтобы результат был приемлемого качества – с низкой процентной долей ошибки. Поэтому при первых запусках системы, наряду с НС, для получения пусть и не эталонных, но относительно достоверных прогнозов параллельно включается замещающая подсистема регрессионного вейвлет-прогнозирования, работающая согласно следующему алгоритму [3].

1. Преобразуем временной ряд данных в массив (X_b, Y_b), в котором X_b – равномерно распределенные временные отрезки. Для каждого отрезка i находится среднее значение $Y_b(i)$ на данном отрезке.

2. Выполняем вейвлет-разложение сигнала $Y_b(i)$. На данном этапе, посредством скейлинг и вейвлет функций, осуществляется аппроксимация сигнала $Y_b(i)$ коэффициентами разложения. В результате получаются усредненные аппроксимирующие и детализирующие коэффициенты:

$$\overline{C}_{J,k} \approx \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{nb} Y_b(l)\cdot\varphi_{J\,k}(X_b(l)); \qquad \overline{d}_{J,k} \approx \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{nb} Y_b(l)\cdot\psi_{J\,k}(X_b(l)),$$

где J – уровень вейвлет-разложения,

l – номер временного интервала.

Полученные коэффициенты полностью характеризуют функцию регрессии $\overline{f}$, с помощью которой может быть выполнена операция экстраполяции.

3. С помощью обратного вейвлет-преобразования по коэффициентам $\overline{C}_{J,k}$ и $\overline{d}_{J,k}$ восстанавливается прогнозируемое значение временного ряда $y(j)$ для произвольного значения параметра $x(j)$, лежащего внутри или за границами исходного диапазона значений времени:

$$y(j) \approx \overline{C}_J \cdot \varphi_J(x(j)) + \sum_{m=1}^{J} \overline{d}_m \cdot \psi_J(x(j)).$$

Предусмотренная в разработанном алгоритме возможность замещения подсистем прогнозирования позволяет практически полностью исключить вероятность возникновения аварийной ситуации в телекоммуникационных системах мониторинга.

Литература

1. Белов, А.А. Автоматизированный анализ и обработка временных рядов данных о загрязняющих выбросах в системе экологического контроля / А.А Белов, Ю.А. Кропотов, А.Ю. Проскуряков // Информационные системы и технологии.– 2010.– №6(62).– С. 28 – 35.

2. Белов, А.А. Регрессионное прогнозирование и восстановление временных рядов на основе вейвлет-преобразования в системе экологического мониторинга / А.А Белов, А.Ю. Проскуряков // Проектирование и технология электронных средств.– 2010.– №1,– С. 27 – 31.

3. Белов, А.А. Вопросы обработки экспериментальных временных рядов в электронной системе автоматизированного контроля / А.А Белов, Ю.А. Кропотов, А.Ю. Проскуряков // Вопросы радиоэлектроники. Серия ОТ.– 2010.– Выпуск 1,– С. 95 – 100.

А.С. Белякова
С.С. Садыков
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: asbelyakova@rambler.ru

Исследование и оценка математической модели прогноза дилатационной кардиомиопатии

Дилатационная кардиомиопатия характеризуется нарушением основной функция мышцы сердца – сократительной. Мышца ослабляется. При этом диффузно (во все стороны) расширяются камеры сердца. Значительно реже поражается только одна из камер сердца. Согласно статистике, дилатационные кардиомиопатии составляют 9 % от всех случаев сердечной недостаточности. Частота заболеваний дилатационной кардиомиопатией – от 3 до 10 случаев на 100 000 человек.

Прогноз при этой болезни серьезный. Постепенно, несмотря на лечение, функция сердца ухудшается. В первые 5 лет от начала заболевания умирает около 70 % больных. Поэтому диагностика дилатационной кардиомиопатии на ранних стадиях является важной и актуальной задачей.

Для диагностики дилатационной кардиомиопатии необходимо проведение следующих обследований: осмотр и расспрос пациента, регистрация электрокардиограммы, УЗИ-исследования сердца, рентгенографии [1]; [2].

Рассмотрим выборку данных пациентов объемом N = 400 записей: 200 – здоровых, 200 – с исследуемой патологией. Анализируемые параметры представлены в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	Параметр	Название	№ п/п	Параметр	Название
1	x_1	Возраст	13	x_{13}	Конечный диастолический размер ЛЖ
2	x_2	Пол	14	x_{14}	Конечный систолический размер ЛЖ
3	x_3	ЧСС	15	x_{15}	Снижение фракции выброса
4	x_4	Индекс Соколова-Лайона	16	x_{16}	Конечный диастолический объем
5	x_5	Индекс уиндерле	17	x_{17}	Конечный систолический объем
6	x_6	Rmax+Smax	18	x_{18}	Сужение просвета (DS)
7	x_7	RaVL	19	x_{19}	Толщина в конце диастолы (hКД)
8	x_8	RaVF	20	x_{20}	Толщина в конце систолы (hКС)
9	x_9	SaVR	21	x_{21}	Систолическое утолщение (DT)
10	x_{10}	Индекс Левиса	22	x_{22}	Экскурсия (A)
11	x_{11}	Индекс Макфи	23	x_{23}	Средняя скорость утолщения (V)
12	x_{12}	Процент экстрасистол			

В результате регрессионного анализа исходных данных с учетом уровня значимости $p \le 0.05$ получено уравнение

$$y = 1{,}053 + 0{,}003x_4 + 0{,}037x_{13} + 0{,}151x_{14} + 0{,}063x_{16} + 0{,}054x_{17} - 0{,}093x_{18} + 0{,}011x_{19} - 0{,}044x_{21} - 0{,}038x_{22}\,.$$

В состав модели не вошла часть параметров, так как их вклад в формирование исхода мал и может не учитываться при построении модели.

Информативность полученной модели составила 97,3 %. Ошибки равны 2,7 % и обусловлены действием неконтролируемых факторов.

Рассмотрим работу модели на контрольной выборке данных объемом $N_1 = 214$ записей: 158 – здоровые, остальные имеют исследуемую патологию. В результате диагностики дилатационной кардиомиопатии с помощью полученной модели выявлено:

– у 53 пациентов выявлена дилатационная кардиомиопатия;

– здоровыми признаны 162 пациента;

– ошибка модели составила 4 %.

Таким образом, математические модели сердечных заболеваний могут быть использованы в качестве инструмента для их диагностики. Повышение точности моделей возможно за счет учета дополнительных, не анализируемых параметров деятельности сердца.

Литература:

1. Садыков, С.С. Математические модели некоторых сердечно-сосудистых заболеваний / С.С. Садыков, А.С. Белякова // Информационные технологии.– 2011.– №12,– С. 59 – 63.

2. Белякова, А.С. Основные признаки оценки состояния сердечно-сосудистой системы / А.С. Белякова // Алгоритмы, методы и системы обработки данных: сборник научных статей.– Выпуск 14. Под ред. С.С. Садыкова, Д.Е. Андрианова.– М.: Центр информационных технологий в природопользовании, 2009.– 208 с., С. 24 – 29.

М.С. Гаврилова
Ульяновский государственный университет
432063 г. Ульяновск, ул. Набережная реки Свияги, д. 40
e-mail: mary1112_86@inbox.ru

Математическая модель циркадианного ритма артериального давления

Гипертоническая болезнь (ГБ) является одним из наиболее распространенных неинфекционных заболеваний и представляет собой не только проблему кардиологии и терапии, но и социальную проблему [1]. В России более 40 млн человек страдают ГБ и ее осложнениями. ГБ представляет собой хроническое повышение артериального давления (АД) выше 140 на 90 мм рт. ст. Высокие средние значения АД способствуют развитию осложнений ГБ (ишемические и геморрагические инсульты, хроническая сердечная и почечная недостаточности, инфаркт миокарда и другие). В связи с этим актуальным является построение математических и компьютерных имитационных моделей циркадианного ритма АД.

Циркадианный ритм АД представляет собой медленные двухфазные колебания АД «день-ночь», имеющие периодический характер. Период таких колебаний приблизительно равен одним суткам и составляет 24±4 часа. Циркадианный ритм играет значительную роль в формировании суточного профиля АД.

Наиболее распространенным методом математического моделирования циркадианного ритма АД является его аппроксимация синусоидой [2]. Подобные модели просты и удобны в практическом применении. Проведенный анализ экспериментальных данных показал, что график циркадианного ритма АД значительно отличается от графика синусоиды. В настоящей работе предложен более корректный метод аппроксимации таких колебаний.

В качестве приближения циркадианного ритма систолического АД (САД) возьмем непрерывную функцию $C(t) = \lambda g(t) + \rho$ с периодом $T > 0$, где T – количество времени (в часах), в течение которого измерялось САД (будем считать, что $20 \le T \le 28$), $л > 0$ – амплитуда колебаний САД, $c > 0$ – средний уровень САД (по данным эксперимента) на $[0,T]$, мм рт. ст.

Пусть даны две числовые последовательности $\{t_i\}$ и $\{y_i\}$, i меняется от 0 до n–1. Число y_i – значение САД в мм рт. ст., полученное в момент времени $t_i \in [0,T]$ для любого i. Тогда параметры модели:

$$\rho = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1} y_i\ ,\ \lambda = \max_{0\le i\le n-1}\left|y_i - \rho\right|.$$

В новой модели циркадианного ритма САД необходимо учесть наличие промежутков стабилизации САД [3]. Пусть непрерывная функция $g(t)$, мм рт. ст., имеет вид:

$$g(t) = \begin{cases} a_1 t,\ 0 \le t < t^1 \\ c_1,\ t^1 \le t < t^2 \\ \alpha_1 \sin(\varphi_1 t + \beta_1) + \gamma_1,\ t^2 \le t \le t^0 \\ \alpha_2 \sin(\varphi_2 t + \beta_2) + \gamma_2,\ t^0 < t \le t^3 \\ c_2,\ t^3 < t \le t^4 \\ a_2 t + b_2,\ t^4 < t \le T \end{cases} \qquad (1)$$

В модели (1) промежутки $[0,t^0]$ и $(t^0,T]$ – дневной и ночной периоды суток, $t^0 \in (0,T)$. Отрезки $[t^1,t^2]$ и $[t^3,t^4]$ – дневной и ночной промежутки стабилизации САД. Параметры модели: $a_1 = \frac{c_1}{t^1}$, $a_2 = \frac{-c_2}{T - t^4}$, $b_2 = \frac{c_2 T}{T - t^4}$. Коэффициенты c_1, c_2, мм рт. ст., рассчитываются как выборочные средние значения последовательности $\{z_i\}$ на дневном и ночном промежутках стабилизации

САД соответственно, $z_i = \dfrac{y_i - \rho}{\lambda}$ для любого i. Параметры α_1, u_1, β_1, γ_1, α_2, u_2, β_2, γ_2 вычисляются с помощью методов многомерной условной оптимизации (например, метод наименьших квадратов в сочетании с методами барьерных функций и Хука-Дживса) при условиях непрерывности функции $g(t)$: $\alpha_1 \sin\left(\varphi_1 t^2 + \beta_1\right) + \gamma_1 = c_1$, $\alpha_1 \sin\left(\varphi_1 t^0 + \beta_1\right) + \gamma_1 = 0$, $\alpha_2 \sin\left(\varphi_2 t^0 + \beta_2\right) + \gamma_2 = 0$, $\alpha_2 \sin\left(\varphi_2 t^3 + \beta_2\right) + \gamma_2 = c_2$.

Функцию $g(t)$ (а значит, и $C(t)$) можно продолжить на любой промежуток времени $[0,H]$, где $H>T$. Если $M = \left[\dfrac{H}{T}\right]$ (функция $[L]$ — целая часть числа L), то на каждом промежутке $[iT,(i+1)T]$, $i = \overline{0,M}$, $g(t) = g(t - iT)$, и, следовательно, $C(t) = C(t - iT)$.

Уравнения модели (1), по сравнению с идеальной синусоидой, более адекватно описывают кривую циркадианного ритма, так как учитывают наличие промежутков стабилизации САД и изменение биологических параметров системы при переходе от дневного периода суток к ночному.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 гг, а также при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках постановления правительства РФ № 218.

Литература

1. Агеев, Ф.Т. Распространенность артериальной гипертонии в Европейской части Российской Федерации / Ф.Т. Агеев, И.В. Фомин, Ю.В. Мареев, Ю.Н Беленков // Данные исследования ЭПОХА. Кардиология.– 2004.– С. 50 – 54.

2. Санников, И.А. Математическая модель фазовой стабилизации артериального давления у больных артериальной гипертонией / И.А. Санников, А.А. Бутов, В.И. Рузов, Р.Х. Гимаев // Вестник аритмологии.– 2002.– № 27.– С. 71.

3. Гаврилова, М.С. Статистический анализ значений систолического артериального давления у больных гипертонической болезнью второй стадии / М.С. Гаврилова, А.А. Бутов, В.А. Разин // Труды всероссийской научно-практической конференции «Актуальные вопросы внутренней медицины (кардиологии, пульмонологии, гастроэнтерологии и эндокринологии)».– СПб., 2010.– С. 134 – 135.

С.Н. Данилин
М.В. Макаров
С.А. Щаников
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: nauka-murom@yandex.ru

Исследование коэффициентов влияния погрешностей элементов нейронов на показатели качества работы устройств с нейросетевой архитектурой

Определение точности нейросетевых устройств сводится к определению и согласованию между собой допусков на элементы нейронов и проверке обеспечения заданных допусков на выходные параметры. Для расчета допусков необходимо определить коэффициенты влияния, устанавливающие взаимосвязь погрешностей выходных параметров нейронной сети с погрешностями нейронов, входящих в нее.

Из известных методов определения коэффициентов влияния при расчете допусков наибольшее распространение получил расчетно-аналитический метод [1]. Выражения для определения коэффициентов влияния, используемые в расчетно-аналитическом методе, получают в результате преобразований функции выходного параметра.

Нейронные сети являются сложными многосвязными структурами и не поддаются строгому аналитическому описанию [2]. Еще одной особенностью нейронных сетей является отсутствие априорной информации о параметрах каждого из нейронов (весовые коэффициенты, функции активации, смещения) до окончания процесса обучения, имеющего бесконечное множество результатов. Эти обстоятельства принципиально исключают априорное определение точности функционирования необученной нейронной сети заданной конфигурации с достаточной для практики точностью.

В работе [3] предложен новый эффективный метод определения точности работы устройств с нейросетевой архитектурой. На основе данных, полученных по этому методу, на математических моделях специализированных вычислительных устройств с обученными нейронными сетями [4] было проведено определение коэффициентов влияния погрешностей элементов нейронов на показатели качества работы нейронной сети. Эксперименты по исследованию коэффициентов влияния погрешностей элементов нейронов проводились путем плавного изменения каждого из параметров в интервале от ± 1–10 %.

Анализ полученных результатов показывает, что коэффициенты влияния параметров элементов нейронов на критерий качества работы нейронной сети различаются между собой во много раз. Сами коэффициенты влияния являются существенно нелинейными функциями от значения погрешностей. Это обстоятельство затрудняет назначение оптимальных допусков теоретическими методами для элементов любой платформы реализации нейронных сетей.

Проведенные исследования показали эффективность разработанного авторами теоретико-экспериментального алгоритма определения точности работы нейронных сетей и нахождения коэффициентов влияния, а также перспективность развития данного направления теории нейронных сетей.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-97551.

Литература

1. Фомин, А.В. Допуски в радиоэлектронной аппаратуре / А.В. Фомин.– М.: «Сов. Радио», 1973.– 128 с.

2. Галушкин, А.И. Теория нейронных сетей / А.И. Галушкин.– М.: ИПРЖР, 2000.– 416 с.

3. Данилин, С.Н. Метод определения точности работы устройств с нейросетевой архитектурой / С.Н. Данилин, М.В. Макаров, С.А. Щаников // Методы и устройства передачи и обработки информации.– 2011.– вып 12.– С.68 – 70.

4. Данилин, С.Н. Аппроксимация базовых математических функций с использованием нейросетевых алгоритмов / С.Н. Данилин, М.В. Макаров, С.А. Щаников // Наука и инновация – 2009. Материалы V Международной научно-практической конференции.– Пшемысль: Наука и исследования, 2009.– Т.12.– С. 4 – 9.

С.Н. Данилин
М.В. Макаров
С.А. Щаников
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: nauka-murom@yandex.ru

Исследование параметров нейронной сети при решении оптимизационной задачи

Жесткие требования по основным техническим показателям, предъявляемые устройствам обработки информации с нейросетевой архитектурой, делают необходимым применение оптимизационных процессов на этапе проектирования.

В связи с этим возникает вопрос о возможности построения универсального алгоритма получения оптимальных параметров нейронной сети с сохранением показателей качества. Особый интерес представляет разрядность входной информации и весовых коэффициентов, так как именно эти параметры оказывают определяющее влияние на оптимальное использование ресурсов элементной базы при обеспечении наилучших технических показателей.

Согласно методике, изложенной и апробированной в работе [1], расширим перечень рассмотренных базовых математических функций, вычисляемых в нейросетевом логическом базисе и включим в него функцию $y = \exp(x)$.

Зависимость погрешности работы нейронной сети, реализующей вычисление заданной функции, от разрядности входной информации и разрядности весовых коэффициентов представлена в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость погрешности работы нейронной сети
от разрядности входов и разрядности весовых коэффициентов первого слоя

		Разрядность входной информации					
		12	11	10	9	8	7
Разрядность весовых коэффициентов	12	0.00046342	0.00075093	0.00089677	0.0017378	0.0019222	0.0026995
	11	0.0007827	0.0010797	0.0012283	0.0020631	0.0022558	0.0030107
	10	0.0014136	0.0017118	0.0018542	0.0026834	0.0028767	0.0035784
	9	0.002629	0.0030605	0.0032144	0.003907	0.0042458	0.0050461
	8	0.0051935	0.005667	0.0058197	0.0064726	0.0068504	0.0076409
	7	0.010322	0.01092	0.01107	0.011412	0.012099	0.01287
	6	0.020994	0.021585	0.021731	0.020547	0.022756	0.023489
	5	0.043283	0.042679	0.042524	0.044543	0.042038	0.042695
	4	0.088376	0.087772	0.087617	0.089636	0.086585	0.08646
	3	0.18644	0.18584	0.18568	0.1877	0.18465	0.18384
	2	0.41591	0.4153	0.41515	0.41717	0.41412	0.41331
	1	1.0697	1.0691	1.0689	1.071	1.0679	1.0671
		Разрядность входной информации					
		6	5	4	3	2	1
Разрядность весовых коэффициентов	12	0.0042613	0.0057748	0.073562	0.072779	0.32331	0.47489
	11	0.0045224	0.0060444	0.073562	0.073069	0.32331	0.47489
	10	0.0049829	0.0066051	0.073562	0.073583	0.32331	0.47489
	9	0.0066489	0.0076428	0.075946	0.074815	0.32475	0.47535
	8	0.0092242	0.010176	0.078342	0.07713	0.32621	0.47583
	7	0.014415	0.015052	0.083174	0.081853	0.32916	0.47683
	6	0.024956	0.024457	0.092991	0.091545	0.33522	0.47899
	5	0.044009	0.048641	0.11057	0.11237	0.34527	0.48133
	4	0.087479	0.093734	0.15102	0.15746	0.37061	0.4916
	3	0.18222	0.1918	0.23224	0.25553	0.42165	0.51419
	2	0.41168	0.42127	0.39551	0.48499	0.52536	0.57023
	1	1.0655	1.0751	0.996	1.1388	0.74626	0.64707

В качестве показателя качества работы нейронной сети выбрана относительная погрешность преобразования информации. Результаты экспериментальной оценки надежности нейронной сети для различных значений разрядности весовых коэффициентов и разрядности входной информации представлены на рис. 1.

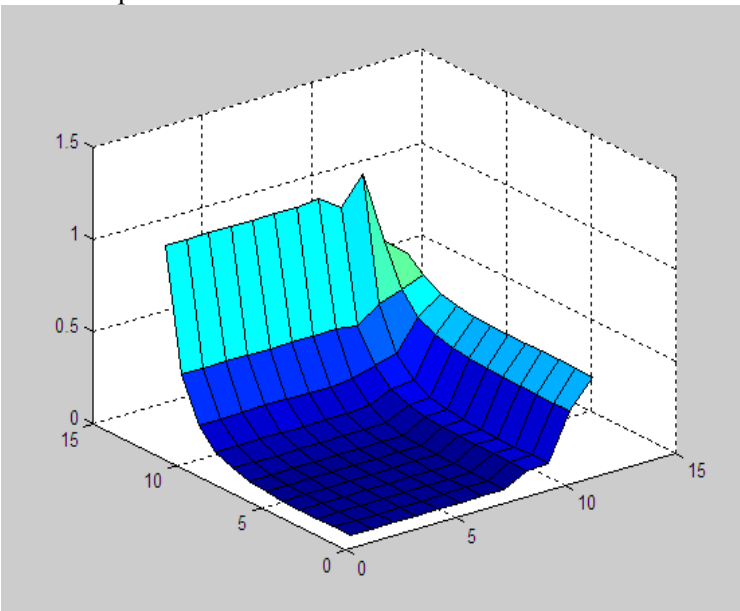


Рис. 1. Зависимость относительной погрешности работы нейронной при изменении разрядности входной информации и разрядности весовых коэффициентов 1-го слоя

Отметим, что нейронная сеть обучалась без учета ограничений на разрядность представления входных данных и весовых коэффициентов, но, тем не менее, после наложения ограничений показала хорошие результаты по качеству преобразования информации.

Результаты математического моделирования показывают, что уменьшение разрядности весовых коэффициентов с 12 до 2 и разрядности входной информации с 12 до 7 одинаково незначительно снижают качество работы нейронной сети от исходного уровня, после чего следует резкое падение качества (точности) функционирования нейронной сети реализующей функцию $y = \exp(x)$, что является недопустимым.

Проведенные исследования в очередной раз показали, что выбор оптимального значения разрядности входных данных и разрядности весовых коэффициентов позволяет оптимизировать архитектуру устройств, реализующих нейросетевые алгоритмы при обеспечении заданных или максимальных показателей качества функционирования. А наилучшим инструментом для выполнения данной процедуры является теоретико-экспериментальный метод.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-97551.

Литература

1. Данилин, С.Н. Оптимизация разрядности аппаратных средств при обеспечении требуемой точности работы нейронных сетей / С.Н. Данилин, М.В. Макаров, С.А. Щаников // Вопросы радиоэлектроники.– № 1.– М.: Центральный научно-исследовательский институт «Электроника», 2010.

С.Н. Данилин
В.А. Фролов
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: dsn-55@mail.ru

Исследование алгоритма контроля отказоустойчивости нейронных сетей

Устройства обработки информации с нейросетевой архитектурой или реализующие нейросетевые алгоритмы обладают потенциально высокими техническими показателями, такими как точность, отказоустойчивость, быстродействие, которые реализуются с учетом особенностей устройств (структуры, связей и других). Понятие отказоустойчивости в настоящее время трактуется двояко. Согласно одной точке зрения, отказоустойчивость – это свойство объекта, позволяющее ему продолжать работу в случае возникновения отказов какой-либо из его частей. Согласно другой точке зрения, отказоустойчивость является свойством объекта, характеризующим его надежность. В известных работах не сообщается о количественной оценке отказоустойчивости технических объектов или алгоритмов обработки информации.

Авторами ранее был предложен и исследован [1] количественный критерий (мера) U оценки отказоустойчивости нейронных сетей.

В данной работе реализован алгоритм контроля отказоустойчивости по критерию U для нейронной сети преобразования информации y=cos(2x). Нейронная сеть – двухслойная, прямого распространения, имеющая пять нейронов в первом слое и один во втором.

В нейрон ных сетях могут возникать два вида отказов – внезапные (катастрофические) и постепенные. Катастрофические отказы предсказываются с невысокой точностью, при этом они оказывают наибольшее влияние на параметры сети. Поэтому они более опасны, чем постепенные, время наступления которых можно рассчитать. При внезапных отказах нейронов возникает одно из двух состояний их структурных элементов – «1» или «0». Состояние «1» соответствует «холостому ходу» в нейронной сети. Состояние «0» – «короткому замыканию».

При исследовании постепенных отказов нейронов параметры весовых коэффициентов, пороговых смещений, сумматоров и функций активации изменялись на несколько процентов от номинальных значений. Исследование нейронной сети на отказоустойчивость проведено на ее математической модели в пакете прикладных программ MATHLAB.

При изучении катастрофических отказов структурным элементам нейронов задавались значения «0», затем «1» в порядке убывания номинальных значений структурных элементов. Затем сеть переобучалась.

Значения максимальной абсолютной погрешности работы сети подставлялись в выражение для количественной оценки отказоустойчивости U нейронной сети в зависимости от вариаций параметров ее структурных элементов. По полученным значениям построены графики и диаграммы.

При изучении постепенных отказов параметры структурных элементов каждого из нейронов варьировались на ± 10 %. Затем производилась симуляция работы сети. Определены значения отказоустойчивости нейронной сети по критерию U к вариациям параметров отдельных элементов, построены графики и диаграммы

Проведенная работа показала, что предложенный алгоритм контроля количественных значений отказоустойчивости нейронных сетей позволяет эффективно контролировать отказоустойчивость нейронных сетей, решающих различные задачи в научных и прикладных областях.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-97551.

Литература

1. Данилин, С.Н. Контроль отказоустойчивости нейронных сетей. / С.Н. Данилин, С.В. Пантелеев // Методы и устройства передачи и обработки информации. Вып.7. Под ред. В.В. Ромашова, В.В. Булкина.– СПб: Гидрометеоиздат, 2006.– С. 177 – 181.

Е.П. Догадина
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: delena09@yandex.ru

К вопросу об оптимальном управлении запасами

Для эффективного функционирования любой организации необходимо оптимальное управление запасами в соответствии с такими факторами, как спрос на данную продукцию, где имеют место качество товара и его стоимость. Актуальной является задача распределения запасов. В частности, интерес представляют задачи оптимизации [1, 4 – 5], самая простая из которых – определение комбинации (альтернатив, проектов), максимизирующей «общие выгоды» при ограничениях на издержки.

Общая постановка задачи определения комбинации альтернатив с максимальной эффективностью (или эффективностью на единицу требуемого запаса) заключается в определении сочетаний альтернатив, удовлетворяющих некоторым целевым функциям. Эффективность исходного множества альтернатив (запасов) рассчитывается на основе метода анализа иерархий, который предполагает декомпозицию проблемы на все более простые составляющие части и обработку суждений лица, принимающего решение [2, 3]. В результате определяется относительная значимость исследуемых альтернатив для всех критериев, находящихся в иерархии.

После построения иерархии устанавливается метод сравнения ее элементов. При применении метода попарного сравнения строится множество матриц парных сравнений. Для этого в иерархии выделяют элементы двух типов: элементы-“родители” и элементы-“потомки”. Элементы-“потомки” воздействуют на соответствующие элементы вышестоящего уровня иерархии, являющиеся по отношению к первым элементами-“родителями”. Матрицы парных сравнений строятся для всех элементов-“потомков”, относящихся к соответствующему элементу-“родителю”. Элементами-“родителями” могут являться элементы, принадлежащие любому иерархическому уровню, кроме последнего, на котором расположены, как правило, альтернативы. Полученные суждения выражаются в целых числах с учетом девятибалльной шкалы [1].

Чтобы заполнить матрицу парных сравнений, необходимо установить преобладание одной альтернативы над другой с учетом приоритета по девятибалльной шкале («одинаковая значимость», «слабая значимость», «сильная значимость», «очевидная значимость», «абсолютная значимость»).

Выбор наилучшего решения производится путем иерархического синтеза. Иерархический синтез используется для взвешивания собственных векторов матриц парных сравнений альтернатив весами критериев (элементов), имеющихся в иерархии, а также для вычисления суммы по всем соответствующим взвешенным компонентам собственных векторов нижележащего уровня иерархии. Векторы приоритетов альтернатив заносятся в столбцы одной матрицы. Результирующим вектором будет произведение матрицы приоритетов альтернатив по всем критериям и собственного вектора, определяющего приоритеты критериев. Общий вид выражения для вычисления векторов приоритетов альтернатив определяется следующим образом:

$$W^{A}_{E^{i}_{j}} = \left[W^{A}_{E^{i-1}_{1}}, W^{A}_{E^{i-1}_{2}} \ldots W^{A}_{E^{i-1}_{j}} \right] W^{E}_{E^{i-1}_{j}}, \qquad (1)$$

где $W^{A}_{E^{i}_{j}}$ – вектор приоритетов альтернатив относительно элемента E^{i-1}_{j}, определяющий j-й столбец матрицы; $W^{E}_{E^{i}_{j}}$ – вектор приоритетов элементов E^{i-1}_{1}, $E^{i-1}_{2}, \ldots, E^{i-1}_{n}$ связанных с элементом E^{i}_{j} вышележащего уровня иерархии.

Полученный собственный вектор будет определять эффективность каждой альтернативы.

В ходе исследования решена задача распределения запасов. Проведен анализ сочетаний альтернатив, удовлетворяющих некоторым целевым функциям. Эффективность исходного множества альтернатив (запасов) рассчитана на основе метода анализа иерархий. Оценка элементов иерархии и критериев осуществлена методом попарного сранения.

Литература

1. Саати, Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий: Пер.с англ. / Т. Саати.– М.: Радио и связь, 1989.– 316 с.

2. Андрейчиков, А.В. Анализ, синтез, планирование решений в экономике / А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова.– М.: Финансы и статистика, 2000.– 368 с.

3. Моисеев, Н.Н. Элементы теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев.– М., 1975.– 526 с.

4. Авен, О.И. Оценка качества и оптимизация вычислительных систем / О.И. Авен, Н.Н. Гурин, Я.А. Коган.– М.: Наука, 1982. – 464 с.

5. Хеллман О. Введение в теорию оптимального поиска. М.: Наука, 1985. – 435 с.

Е.П. Догадина
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: delena09@yandex.ru

Этапы решения задачи многокритериального управления с учетом весовых коэффициентов важности критериев

Проблема принятия решений при наличии нескольких критериев оптимальности занимает особое место в информационных технологиях и науки в целом. В большом числе практических задач системы или операции не могут быть оценены единственным показателем эффективности. В большинстве случаев системы являются многоцелевыми, поэтому критерий не может быть скалярной величиной, а является вектором [1, 2].

Под сложной системой будем понимать материальный или абстрактный объект, относительно которого может приниматься одно решение из множества возможных на основе анализа информации, описывающей данный объект.

При оценке оптимальности системы при заданных критериях главную роль играет лицо, принимающее решение (ЛПР), которое стремится поставить и принять решение в конкретной предметной области на основе своих представлений относительно важности параметров $x = (x_1,...,x_n)$ и характеристик $y = (y_1,...,y_m)$ описываемой сложной системы [3, 4].

Под математической моделью сложной системы будем понимать зависимость характеристик $y = (y_1,...,y_m)$ системы от ее параметров $x = (x_1,...,x_n)$:

$$\begin{cases} y_1 = y_1(x_1,...,x_n), \\ ... \\ y_m = y_m(x_1,...,x_n). \end{cases} \quad (1)$$

Выделим следующие этапы решения задачи многокритериального управления параметрами системы обслуживания:

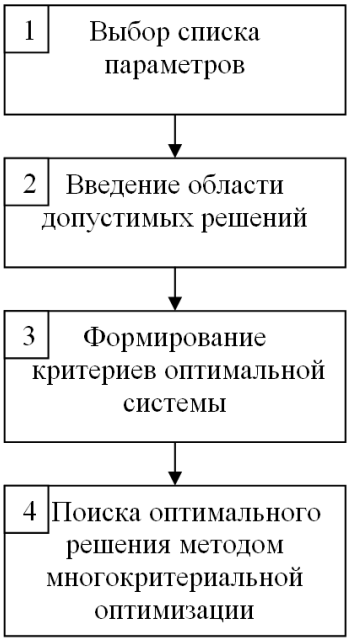


Рис. 1. Этапы решения задачи многокритериального управления

Первый и второй этапы представляют собой выбор тех параметров системы, необходимых оптимизированию, которые соответствуют области допустимых решений задачи. Для оценки относительной важности одного допустимого решения из области допустимых решений по

сравнению с другим допустимым решением из той же области вводятся критерии оптимальности, которые позволяют выявить, какое решение наиболее предпочтительно. Третий этап решения задачи оптимизации состоит в формировании критериев оптимальности системы (характеристик системы обслуживания, определяющих производительность системы или затраты на работу системы и т. д.). Четвертый этап связан с реализацией метода поиска оптимальных решений системы по выбранным критериям с учетом ограничений.

В общем случае область D допустимых решений может быть представлена в виде следующего множества:

$$D = \{x \mid g_k(x) \geq 0, \quad k = \overline{1, K} \tag{2}$$

В дальнейшем будем считать, что область D не пуста. Тогда для оценки относительной важности одного допустимого решения $x^k \in D$ по сравнению с другим допустимым решением $x^l \in D$ введем частный критерий оптимальности $Q_i(x), \quad i = \overline{1, N}$, который позволяет считать, что решение x^k не менее предпочтительно, чем решение x^l, если выполняется соотношение

$$x^k \succ x^l \Leftrightarrow Q_i(x^k) \leq Q_i(x^l), \tag{3}$$

где $Q_i(x)$ – численная оценка решения x в соответствии с частным критерием оптимальности Q_i.

Если в задаче принятия решений существует несколько частных критериев оптимальности $Q_i(x), \quad i = \overline{1, N}$, то ЛПР должно выбрать допустимое решение $x^k \in D$, обеспечивающее наименьшее значение N частным критериям оптимальности одновременно. Тогда математическая модель принятия решений представляет собой задачу многокритериальной (векторной) оптимизации:

$$\min_{x \in D} Q_1(x), \quad \min_{x \in D} Q_2(x), \quad ..., \quad \min_{x \in D} Q_N(x). \tag{4}$$

Решена общая задача выбора оптимального варианта (альтернативы) из предложенных в зависимости от оценок по критериям. Оценки предлагаемых вариантов по критериям приведена к нормализованному виду, определено множество Парето-оптимальных вариантов. Выбор оптимального варианта по критериям зависит от значений обобщенных критериев по вариантам, которые вычислены как аддитивные критерии оптимальности с помощью метода свертывания векторного критерия.

Литературы

1. Саати, Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Т.Л. Саати.– М.: Сов. радио, 1971.– 520 с.
2. Иголкин, В.Н. Об оптимизации одной системы массового обслуживания / В.Н. Иголкин // Вопросы механики и процессов управления. Вып.15.– СПб.: Изд-во СПбГУ, 1992.
3. Банди, Б. Методы оптимизации. Вводный курс: Пер. с англ. / Б. Банди. – М.: Радио и связь, 1988. – 128с.: ил.

Е.И. Кутарова
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23

Межпредметная связь математики с профессиональными дисциплинами

Математика объективно является сложной наукой. Для ее освоения требуется постоянная работа ума; изучение математики требует пространственного воображения, умения анализировать и делать выводы, логически мыслить. Преподаватель должен обеспечить качественную математическую подготовку каждому студенту, который должен увидеть необходимость применения математических методов при изучении специальных дисциплин, в которых рассматриваются математические модели [2].

В рамках действующих образовательных стандартов существует множество вариантов отбора конкретного содержания курса математики, ориентированного на виды профессиональной деятельности будущего выпускника. Поскольку математика является важной частью профессиональной подготовки будущего инженера, то преподаватель математики по определенному направлению подготовки должен иметь представление о содержании общепрофессиональных и специальных дисциплин, чтобы понять, в каких математических знаниях особенно остро нуждаются специалисты данного направления высшего технического образования. Появляется необходимость выявить ряд требований со стороны выпускающей кафедры и ведущих специалистов заводов г. Мурома к математической подготовке учащихся. Это поможет сблизить преподавание математики с требованиями практики, улучшить систему математической и, как следствие, профессиональной подготовки [1].

Был проведен опрос среди ведущих преподавателей профилирующих кафедр Муромского института ВлГУ и ведущих специалистов заводов г. Мурома: кафедра физики и прикладной математики (9 экспертов); кафедра радиотехники (14 экспертов); кафедра электроники и вычислительной техники (9 экспертов); специалисты завода радиоизмерительных приборов (РИП) (5 экспертов); специалисты радиозавода (МРЗ) (6 экспертов). Специалистам и профессорско-преподавательскому составу кафедр предлагалось оценить по степени значимости разделы курса математики, для дальнейшего применения студентами математического аппарата при изучении профессиональных дисциплин. Экспертная оценка значимости дидактических единиц курса математики показала, что для различных специальных дисциплин приоритетны разные разделы и темы дисциплины. Например, для одних курсов наибольшее внимание следует уделять изучению таких математических тем, как «Производная, применение производной», «Дифференциальные уравнения», «Элементы теории функции комплексного переменного», для других, кроме перечисленных – тем линейной и векторной алгебры.

В соответствии с результатами опроса были скорректированы содержания математических курсов по радиотехническому направлению подготовки. Курсы были дополнены примерами и задачами, тематика которые наиболее близка специальным дисциплинам данного направления подготовки, решение которых с помощью методов математического анализа в значительной степени упростит решения многих задач по дисциплинам профессионального и специального направления.

Таким образом, приобретает актуальность проблема органичного сочетания профессионального и фундаментального образования, которая осуществляется, прежде всего, путем установления межпредметных связей математики с общепрофессиональными и специальными дисциплинами [1].

По результатам анализа и экспертной оценки определен один из путей повышения уровня профессиональной подготовки студентов технического вуза посредством использования межпредметных связей курса математики и смежных дисциплин.

Литература

1. Криченко, О.Е. Межпредметные связи курса математики и смежных дисциплин в техническом вузе связи как средство профессиональной подготовки студентов: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. / О.Е. Криченко.– Орел, 2002.– 170 с.

2. Ильченко, А.Н. Математическая культура – основа профессиональной подготовки специалиста для инновационной экономики / А.Н. Ильченко, Б.Я Солон // Современные проблемы науки и образования.– 2010.– № 2.– С. 119 – 129.

Е.Н. Мошнина
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23

Практические примеры многомерных математических объектов

При изучении в вузе курса математики или отдельных дисциплин математического цикла «Математический анализ» или «Линейная алгебра» возникает необходимость работы с многомерными абстрактными математическими понятиями – многомерными объектами. Наиболее сложно это дается студентам первого курса, поскольку у них слабая школьная математическая подготовка, и абстрактные понятия на них “наводят тоску”.

Школьники привыкли: если речь идет о функции – то о функции одной переменной, если о пространстве – то о трехмерном пространстве, если о векторе – то о направленном отрезке на плоскости или в пространстве, имеющем начальную и конечную точки. Если же о системе уравнений – то о системе, состоящей из двух, максимум трех уравнений с таким же количеством неизвестных, которая либо несовместна, либо имеет конечное число решений.

При изучении векторной алгебры вводится понятие n-мерного вектора как упорядоченной системы n действительных чисел (и никаких отрезков!), n-мерного векторного пространства, как множества всех n-мерных векторов. В курсе «Линейной алгебры» приходится с самого первого занятия работать с матрицами, как таблицами чисел с некоторым количеством строк и столбцов, а затем исследовать системы любого количества линейных уравнений с произвольным числом неизвестных, которые могут иметь и бесчисленное множество решений, связанных между собой и заключенных в общем решении системы. В математическом анализе вводят понятие производной и дифференциала высших порядков, изучают функции многих переменных, их дифференцирование и интегрирование. При решении дифференциальных уравнений также получается бесчисленное множество решений из-за наличия множества первообразных функции, не говоря уже о таком специфическом и особенно трудном в понимании объекте исследования, как бесконечные суммы членов числовой или функциональной последовательностей – числовые и функциональные ряды.

Очень важно отметить, что большое количество переменных вводится лишь для того, чтобы не ограничиваться конкретным их числом при решении практических задач. Иногда, как в случае n-мерного линейного векторного пространства, название вводят по аналогии со знакомым трехмерным векторным пространством, иногда, как в случае с n-ой производной, производят с каждой последующей полученной функцией действия, аналогичные предыдущим. Не следует пытаться представить себе пространство размерностью больше трех, или определить механический смысл производной, выше второго порядка, однако использование многомерных объектов в задачах очень эффективно.

Для студентов экономических специальностей можно предложить задачу составления отчета о работе предприятия по выпуску некоторой продукции. Например, швейное предприятие выпускает ассортимент одежды в объеме, записанном вектором $\vec{X} = (x_1; x_2; ...x_n)$. Для этого используются ткани m типов, причем нормы расхода ткани каждого типа на каждое изделие ассортимента задаются матрицей размером n•m

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2m} \\ . & . & . & . \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nm} \end{pmatrix}.$$

Вектор $\vec{C} = (c_1; c_2; ...c_m)$ задает стоимость метра ткани каждого типа, а вектор $\vec{P} = (p_1; p_2; ...p_m)$ задает тариф перевозки метра ткани каждого типа к предприятию. Таким образом, большое количество переменных–компонент (координат) вектора $\vec{X}$ «отвечает» за ассортимент продукции, а элементов матрицы A – за разнообразие используемых тканей. Координаты векторов $\vec{C}$ и $\vec{P}$ есть цены.

Тогда результат перемножения вектора-ассортимента $\vec{X}$ и матрицы расхода ткани A даст вектор $\vec{X} \cdot A$ – общее количество ткани каждого типа, требуемое для выпуска этой продукции. Произведение матрицы A на вектор стоимости $\vec{C}$, записанный с столбец, даст вектор $A \cdot \vec{C}$ –

стоимость ткани, расходуемой на изготовление изделия каждого вида. Если вектор ассортимента $\vec{X}$ умножить на полученный вектор $A \cdot \vec{C}$, то есть найти скалярное произведение многомерных векторов, как сумму парных произведения одноименных координат, то получим число $\vec{X} \cdot A \cdot \vec{C}$ – стоимость всей требуемой ткани. Произведение $\vec{X} \cdot A \cdot \vec{P}$ – стоимость транспортировки ткани к предприятию. Для составления подобного отчета можно подготовить и программу вычислений, то есть автоматизировать процесс.

Применение примеров экономического содержания позволяет понять сущность многомерных векторов и действия над ними в многомерном пространстве, не пытаясь его представить.

С.М. Павлова
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23

Изучение температурной зависимости сопротивления полупроводника

Атомы в металлах, изоляторах, полупроводниках расположены регулярно и образуют кристаллическую решетку, свойства которой повторяются периодически. В отличие от металлов, у изоляторов и полупроводников валентные связи атомов при образовании решетки оказываются насыщенными, то есть электроны внешних атомных оболочек располагаются таким образом, что в невозбужденном кристалле число электронов и число квантовых состояний равно.

При низких температурах зона проводимости пуста, и поэтому ток в таких кристаллах возникнуть не может. Ток возникает тогда, когда создается асимметрия в движении электронов, например, вправо электронов движется больше, чем влево. Энергии электронов, движущихся вправо и влево, должны различаться. Если валентная зона заполнена, то выше ее верхнего края нет разрешенных электронных состояний, на которые могли бы перейти электроны, поэтому движение электронов, а следовательно, и тока появиться не может.

Для возникновения тока части электронов нужно сообщить энергию, превышающую ширину запрещенной зоны. Если каким-либо способом такую энергию электрону сообщить, то он может оказаться на одном из разрешенных уровней зоны проводимости, в которой возможно его свободное перемещение и появится электрический ток. Если удалить из валентной зоны электрон, то там появляется свободный уровень энергии. На этот вакантный уровень может переместиться другой электрон из валентной зоны. В результате вакансия переместится в направлении, противоположном перемещению электрона, то есть появление „свободного места“ соответствует движению положительного заряда.

Такой положительный заряд принято называть „дыркой“. В действительности в кристаллах нет подвижных положительных зарядов.

Можем сделать вывод, что невозбужденные идеальные кристаллы, которые не имеют примесей или дефектов, находящиеся при температуре абсолютного нуля ($T = 0$) в таких условиях не проводят ток. Далее рассмотрим условия, приводящие к возникновению электропроводности кристаллов.

Если температура кристалла конечна, то атомы кристаллической решетки совершают тепловые колебания. Частоты и амплитуды этих колебаний не произвольны. При этом колеблющуюся решетку можно рассматривать как некоторую среду, заполненную „газом“ фононов.

Число и энергия частиц в фононном газе зависит как от температуры, так и от свойств кристалла. При повышении температуры число фононов и их энергия очень быстро возрастают. При взаимодействии фононов с электронами валентной зоны последним может быть передана энергия, которой достаточно для преодоления запрещенной зоны.

Проделывая опыт в лабораторных условиях по изучению температурной зависимости сопротивления полупроводника и определения энергии активации, ввели температурный коэффициент сопротивления.

$$\alpha = \frac{1}{R} \cdot \frac{dR}{dT},$$

$$\alpha = -\frac{\Delta E}{2KT^2},$$

где ΔE – энергия активации, K – постоянная Больцмана.

Проделав расчеты для металла и полупроводника, пришли к выводу, что у металлов температурный коэффициент сопротивления слабо зависит от температуры в отличие от полупроводника.

Знак „минус“ показывает, что с повышением температуры сопротивление полупроводника уменьшается. Данный коэффициент у полупроводников по абсолютной величине на один порядок больше, чем у металлов. В связи с тем, что и сопротивление и температурный коэффициент очень сильно изменяются в зависимости от температуры, для термочувствительного сопротивления принято указывать эти величины для определенной температуры.

Данный расчет можно использовать для теплового контроля режима работы механизмов и машин, осуществить компенсацию температурного изменения сопротивления отдельных участков электрических цепей.

Таким образом, при нагревании полупроводника, в нем появляются электроны и дырки, и он становится проводящим.

И.В. Пантелеев
И.Р. Сарибжанов
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23

Ускоренный алгоритм вычисления функции Z = $\sqrt{A^2+B^2}$

Для быстрого нахождения значений функции Z=$\sqrt{A^2+B^2}$ известен алгоритм: Z =1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = A+0,4143B при A ≥ B или Z =1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = B+0,4143A при B > A [1]. Этот алгоритм дает максимальную относительную погрешность 4,079 %, при вычислительных затратах соответствующих трем операциям: сравнение, умножение и сложение. В результате моделирования установлено, что уточнение коэффициента при втором члене на значение 0,412 уменьшает относительную погрешность до 3,997 %.

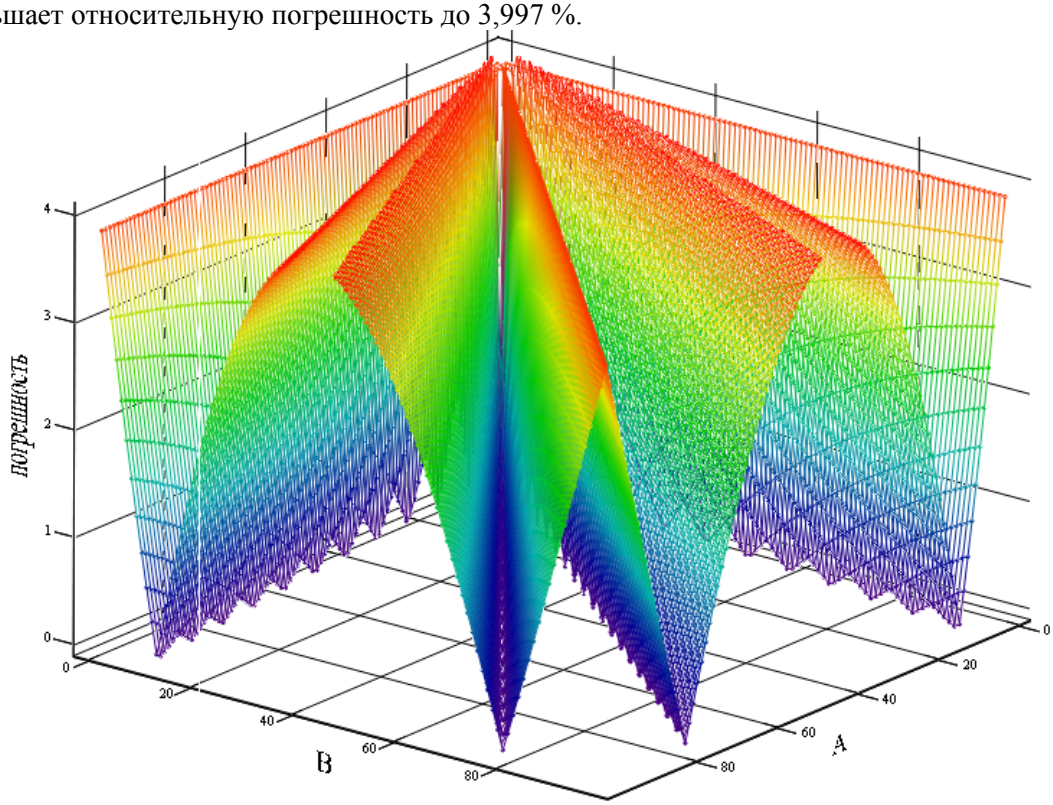


Рис. 1.

Для ряда практических применений необходимо иметь меньшее значение погрешности. Рассмотрим методы ее уменьшения. Анализируя график поведения относительной погрешности на интервале A[0..100], B [0..100], представленный на рис. 1. Отмечаем, что изменение погрешности сегментировано, то есть для отдельных секторов существует свой закон изменения погрешности с выраженными максимальными значениями. Необходимо выделить критические секторы и уменьшать относительную погрешность уже на каждом выделенном секторе. Поскольку график относительной погрешности симметричен, то достаточно получить законы воспроизведения погрешности только для одной половины координатной плоскости.

В результате дальнейшего анализа были выделены такие секторы: 0,15A>B; 0,15A ≤ B < 0.65A; 0,65A ≤ B < 0,85A; 0,85A ≤ B ≤ A – для каждого сектора были оптимизированы соответствующие аналитические выражения. Для первого сектора получаем уравнение Z = 1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = 1,05A при 0,15A>B.

Далее получены такие функции: Z = 1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = A+0,34B при 0,15A ≤ B < 0.65A; Z = 1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = A+0,4B при 0,65A ≤ B < 0.85A; Z = 1,04$\sqrt{A^2+B^2}$ = B+0,419A при 0,85A ≤ B ≤ A.

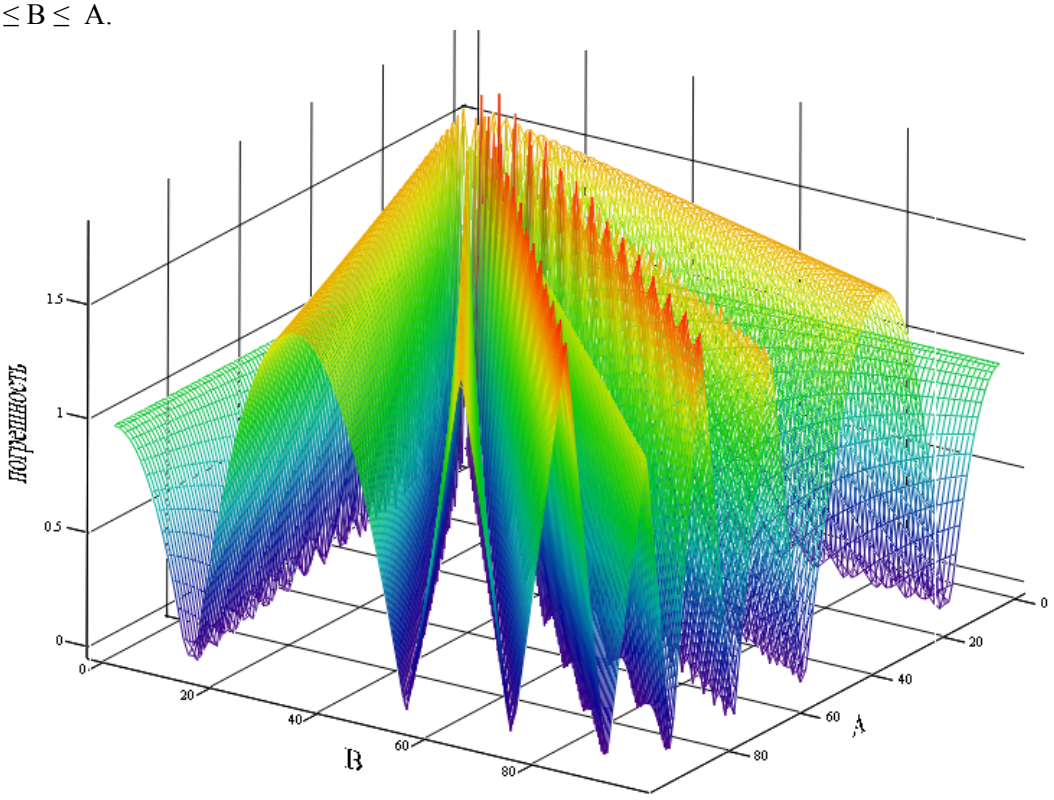


Рис. 2.

На рис. 2 изображен график относительной погрешности более точного алгоритма вычисления функции Z=$\sqrt{A^2+B^2}$. Количество вычислительных операций на самой длинной ветке алгоритма будет состоять из следующих операций: сравнение операндов, выбор половины (A > B или B > A); затем три условия выбора сектора; операция умножения и операция сложения.

Результатом данного моделирования является уменьшение относительной погрешности до значения 1,817 %, что в 2 раза лучше исходного [1]. Но в полученный алгоритм имеет несколько большее число вычислительных операций, что для ряда практических применений допустимо.

Литература

1. Чекушкин, В.В. Вычислительные процессы в информационно-измерительных системах / В.В. Чекушкин, В.В. Булкин.– Муром: Изд.- полиграфический центр МИ ВлГУ, 2009.– 120 с.

И.В. Пантелеев
И.Р. Сарибжанов
В.В. Чекушкин
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e–mail: ilya-panteleev@mail.ru

Уменьшение необходимого объема памяти для хранения коэффициентов полиномов наилучшего приближения

Для воспроизведения непрерывных функциональных зависимостей, например тригонометрических, используются полиномы наилучшего приближения. Эти полиномы оптимально приближают значения непрерывных функций [1]. Но если задаться задачей сокращения памяти для хранения этих функций, то мы обнаружим, что максимальный объем занимаемой памяти отводится для хранения констант – коэффициентов полинома.

Рассмотрим возможность урезания размера этих констант, например, от вида 0,99999661573 до 0,999545 без увеличения погрешности воспроизводящей функции.

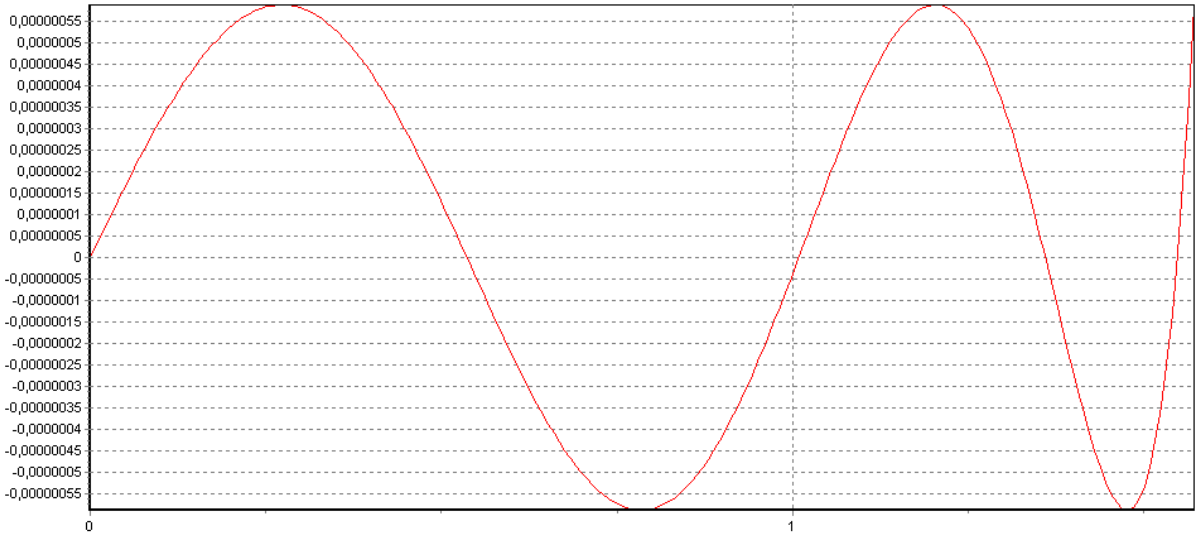


Рис.1.

На рис. 1 показан график абсолютной погрешности воспроизведения функции sin(x) на интервале от 0 до 90 градусов полиномом вида $P(x) = a_1 \cdot x + a_3 \cdot x^3 + a_5 \cdot x^5 + a_7 \cdot x^7$. Причем размеры констант составляют более 12 знаков после запятой. Если пользоваться стандартными библиотеками, то нет разницы, какого размера константы: они будут записаны в стандартном формате типа double и будут занимать 64 бита. Если же объемы памяти ограничены, есть возможность сократить количество значащих цифр констант полинома и изменить форму записи этих констант в память так, что они будут занимать меньше места.

Процесс урезания констант можно видеть в таблице 1. Как видно из таблицы, при убирании определенного количества цифр после запятой погрешность увеличивается. Но путем небольшого варьирования значением констант можно скомпенсировать выросшую погрешность.

Таблица 1

Форма записи констант	a_1	a_2	a_3	a_4	δ
1	0,99999661573	-0,166648283427	0,008306324986	-0,000183636492	$5{,}891 \cdot 10^{-7}$
2	0,999996	-0,166648	0,008306	-0,000183	$1{,}145 \cdot 10^{-5}$
3	0,999996	-0,166646	0,008304	-0,000183	$7{,}897 \cdot 10^{-7}$

После того, как формат представления констант максимально сокращен и используется несколько таких воспроизводящих полиномов, изменим вид их хранения. В память будем записывать лишь шесть значащих цифр константы после запятой, например, $a_1 = 999996$. При этом для хранения константы нам потребуется всего 20 бит вместо 64; таким образом, требуемый объем памяти для хранения подобной формулы сократится больше чем в 3 раза. Но следует учесть, что при использовании этих констант в вычислениях предварительно им нужно вернуть вид числа с плавающей запятой.

Литература

1. Аверьянов, А.М. Метод поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей, калибровки датчиков и измерительных систем / А.М. Аверьянов // 2009.– № 3.– С. 2 – 6.

Н.Л. Перельмутер
О.И. Садыкова
Российская открытая академия транспорта
г. Москва, ул. Часовая, д.22/2

Математические модели в экологии

Различные обобщения классической модели В. Вольтера «хищник – жертва» рассматривались во многих работах. Рассмотрим обобщенную модель Вольтера «хищник – жертва» вида

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = \left(K_1\left(N_1^* - N_1\right) - K_2 N_2\right)N_1, \\ \dot{N}_2 = \left(-K_3 + K_4 N_1\right)N_2. \end{cases} \tag{1}$$

где

N_1, N_2 – численность жертв и хищников,

$K_i\left(i = 1,2,3,4\right)$ – положительные постоянные,

N_1^* – стационарное значение численности жертв.

Рассматриваются условия, при которых источники корма для жертв ограничены, вследствие чего действует внутривидовая конкуренция.

Введем обозначения: $x = N_1 / N_1^*$, $y = N_2$, $a = K_1 N_1^*$, $b = K_2$, $d = K_4 N_1^*$. Тогда система (1) преобразуется к виду

$$\begin{cases} \dot{x} = \left(a - ax - by\right)x, \\ \dot{y} = \left(-c + dx\right)y. \end{cases} \tag{2}$$

Найдем состояния равновесия системы (2), для чего решим систему алгебраических уравнений

$$\begin{cases} a - ax - ay = 0, \\ \left(-c + dx\right)y = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Решая систему (3), мы получили три состояния равновесия $O(0,0)$, $A_1(1,0)$ и

$$A_2\left(\frac{c}{d}, \frac{a}{b}\left(1 - \frac{c}{d}\right)\right).$$

Состояние равновесия O соответствует случаю, когда оба вида животных вымерли. Состояние равновесия A_1 отвечает стационарному режиму, в котором существует только один вид. Состояние равновесия A_2 характеризует стационарный режим совместного существования обоих видов.

Исследуем каждое из состояний равновесия O, A_1 и A_2 на устойчивость в смысле Ляпунова, для этого составляем, решаем и анализируем характеристические уравнения для состояний равновесия O, A_1 и A_2. Состояние равновесия O неустойчиво по Ляпунову, так как корни $\lambda_1 = a$ и $\lambda_2 = -c$ характеристического уравнения вещественны и имеют противоположные знаки. Состояние равновесия A_1 устойчиво по Ляпунову при $d < c$, так как $\lambda_1 = -a$ и $\lambda_2 = -c + d$ вещественны и имеют один знак.

Исследуем состояние равновесия A_2. Пусть $\Delta = ac - 4d^2 + 4dc$. При $\Delta \geq 0$ корни

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left(-\frac{ac}{d} + \sqrt{\frac{a^2c^2}{d^2} - 4ac\left(1 - \frac{c}{d}\right)}\right), \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}\left(-\frac{ac}{d} - \sqrt{\frac{a^2c^2}{d^2} - 4ac\left(1 - \frac{c}{d}\right)}\right)$$

вещественны. Так как $-4ac(1 - c/d) < 0$, то $\lambda_1 < 0$ и $\lambda_2 < 0$. При $\Delta < 0$ корни λ_1 и λ_2 комплексны и $\operatorname{Re}\lambda_1 < 0$, $\operatorname{Re}\lambda_2 < 0$. Состояние равновесия A_2 существует при $c < d$ и устойчиво по Ляпунову.

Для изучаемой системы (1) найдены типы состояния равновесия, а по ним можно построить фазовый портрет данной системы.

Рассмотрим далее обобщенную модель Вольтера «хищник – жертва», учитывающую наличие убежищ для жертв вида

$$\begin{cases} \dot{N}_1 = K_1 N_1 - K_2 N_2 (N_1 - N_*), \\ \dot{N}_2 = -K_3 N_2 + K_4 N_2 (N_1 - N_*), \end{cases} \tag{4}$$

где N_1, N_2, $K_i (i = 1,2,3,4)$ – аналогично первому случаю, а N_* – постоянное число особей жертвы, которые могут найти убежище, делающее их недосягаемыми для хищника. Вводя обозначения $x = N_1 / N_*$, $y = N_2 / N_*$, $a = K_1$, $b = K_2 N_*$, $c = K_3$, $d = K_4 N_*$, получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - bxy + by, \\ \dot{y} = -cy + dxy - dy. \end{cases} \tag{5}$$

Состояния равновесия системы (5) определяются из системы алгебраических уравнений

$$\begin{cases} ax - bxy + by = 0, \\ -cy + dxy - dy = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Решая систему (6) получили два состояния равновесия:

$$O\ (0,0) \text{ и } A_1\left(1 + \frac{c}{d}, \frac{a}{b}\left(\frac{d}{c} + 1\right)\right).$$

Состояние равновесия О соответствует случаю, когда оба вида животных вымерли. Состояние равновесия A_1 характеризует стационарный режим совместного существования обоих видов животных. Отметим, что отвечающее экологическому смыслу задачи условие неотрицательности координат состояния равновесия A_1 выполнено при всех значениях входящих параметров.

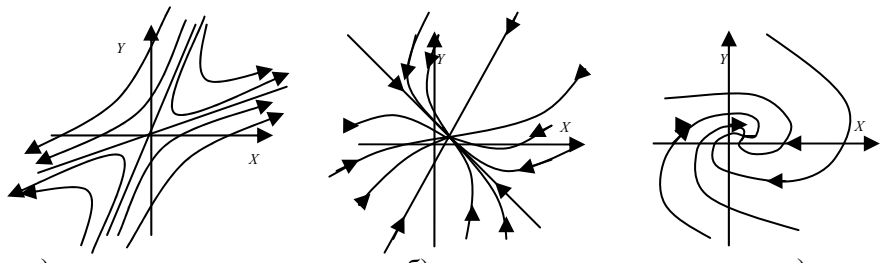
Исследуем каждое из состояний равновесия О и A_1 на устойчивость в смысле Ляпунова. Состояние равновесия О неустойчиво по Ляпунову, так как корни $\lambda_1 = a$ и $\lambda_2 = -c - d$ уравнения действительны и имеют противоположные знаки. Фазовый портрет – седло. Исследуем состояние равновесия A_1. Так как

$$\lambda_1 = \frac{1}{2}\left(-\frac{ad}{c} + \sqrt{\frac{a\left(ad^2 - 4c^3 + 4c^2 d\right)}{c^2}}\right), \quad \lambda_2 = \frac{1}{2}\left(-\frac{ad}{c} - \sqrt{\frac{a\left(ad^2 - 4c^3 + 4c^2 d\right)}{c^2}}\right),$$

то пусть $\Delta = ad^2 - 4c^3 + 4c^2 d$. В случае $\Delta \geq 0$ корни уравнения λ_1 и λ_2 действительны, следовательно, при $\Delta \geq 0$ состояние равновесия A_1 системы (2) устойчиво по Ляпунову. Фазовый портрет – устойчивый узел. При $\Delta < 0$ корни λ_1 и λ_2 комплексны. Легко видеть, что $\operatorname{Re}\lambda_1 < 0$ и $\operatorname{Re}\lambda_2 < 0$. Следовательно, состояние равновесия A_1 при $\Delta < 0$ также устойчиво по Ляпунову. Из выражения для характеристических чисел видно, что если выполнено условие

$$\frac{a^2 d^2}{c^2} \leq 4a(c - d),$$

то численности хищников и жертв совершают во времени затухающие колебания. Система имеет особую точку – устойчивый фокус. В качестве примера построен фазовый портрет этой системы:



а) б) в)

Рис. 1. Типы фазовых портретов в окрестности стационарных состояний для системы (2): седло (а), устойчивый узел (б), устойчивый фокус (в).

Рассмотрен вопрос об устойчивости равновесий в обобщенной модели Вольтера, учитывающей внутривидовую конкуренцию среди жертв и наличие убежищ для жертв. Получены достаточные устойчивости. Построены фазовые портреты.

Ю.С. Пиньковецкая
Ульяновский государственный университет
г. Ульяновск, ул. Л. Толстого, 42
e-mail: judy54@yandex.ru

Моделирование показателей деятельности малых предприятий различных отраслей

Актуальным направлением совершенствования малого бизнеса в нашей стране представляется исследование закономерностей развития малых предприятий, относящихся к различным видам экономической деятельности. Одним из аспектов этой проблемы явилось построение моделей, отражающих распределения трех основных показателей деятельности малых предприятий. Автором были рассмотрены следующие показатели: средняя численность работников одного малого предприятий (x_1, чел.), соответствующего вида деятельности, средний оборот в расчете на одного работника (x_2, тыс. руб.), а также средний оборот в расчете на одно малое предприятие (x_3, млн. руб.).

В качестве исходных данных использовались материалы Федеральной службы государственной статистики Российской Федерации за 2008 год [1]. Исследования проводились отдельно по каждому из субъектов Российской Федерации (республикам, краям, областям). В процессе исследования использовались методы логического, экономико-статистического анализа, математической статистики и эконометрики. Для решения поставленных задач и обработки информации применены компьютерные программы «Statistica», «Microsoft Excel», «Mathcad».

Рассматривалось пять основных видов деятельности, характерных для малых предприятий в нашей стране: торговли, обрабатывающего производства, строительства, транспорта и связи, операциии с недвижимым имуществом. Отметим, что количество малых предприятий, специализированных на этих видах деятельности, составляет 87,9 % от всех малых предприятий. Их оборот достигает 95,8 %, а численность работников – 85,2 % от общей численности работающих в малом бизнесе.

Исследования показали, что для всех указанных выше видов деятельности три рассматриваемых показателя распределены по так называемому логарифмически нормальному закону распределения. Соответствующие функции плотности вероятности имеют вид:

– для малых предприятий торговли

$$y_1(x_1) = \frac{92{,}9}{0{,}32 \cdot x_1\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{(\ln x_1 - 1{,}74)^2}{2\cdot 0{,}102}},$$

$$y_2(x_2) = \frac{59418}{0{,}46 \cdot x_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x_2 - 7{,}95)^2}{2\cdot 0{,}212}},$$

$$y_3(x_3) = \frac{304}{0{,}45 \cdot x_3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x_3 - 2{,}78)^2}{2\cdot 0{,}203}};$$

– для малых предприятий обрабатывающих производств

$$y_4(x_1) = \frac{182}{0{,}31 \cdot x_2\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x_1 - 2{,}49)^2}{2\cdot 0{,}096}},$$

$$y_5(x_2) = \frac{30400}{0.4 \cdot x_2 \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x_2 - 6.78)^2}{2\cdot 0.16}},$$

$$y_6(x_3) = \frac{363}{0{,}49 \cdot x_3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x_3 - 2{,}36)^2}{2\cdot 0{,}24}};$$

– для малых предприятий строительства

$$y_7(x_1) = \frac{287}{0{,}4 \cdot x_1\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_1 - 2{,}32)^2}{2 \cdot 0{,}16}},$$

$$y_8(x_2) = \frac{13680}{0{,}37 \cdot x_2\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_2 - 6{,}85)^2}{2 \cdot 0{,}137}},$$

$$y_9(x_3) = \frac{403}{0{,}48 \cdot x_3\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_3 - 2{,}26)^2}{2 \cdot 0{,}23}};$$

– для малых предприятий транспорта и связи

$$y_{10}(x_1) = \frac{129}{0.34 \cdot x_1\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_1 - 2.07)^2}{2 \cdot 0.116}},$$

$$y_{11}(x_2) = \frac{15200}{0.47 \cdot x_2\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_2 - 6.63)^2}{2 \cdot 0.221}},$$

$$y_{12}(x_3) = \frac{152}{0.54 \cdot x_3\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_3 - 1.79)^2}{2 \cdot 0.292}};$$

– для малых предприятий операций с недвижимым имуществом

$$y_{13}(x_1) = \frac{171}{0{,}4 \cdot x_1\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_1 - 1{,}95)^2}{2 \cdot 0{,}16}},$$

$$y_{14}(x_2) = \frac{11400}{0{,}4 \cdot x_2\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_2 - 6{,}33)^2}{2 \cdot 0{,}16}},$$

$$y_{15}(x_3) = \frac{101{,}33}{0{,}5 \cdot x_3\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln x_3 - 1{,}37)^2}{2 \cdot 0{,}25}}.$$

Проверка полученных функций проводилась по принятым критериям и показала высокое качество всех приведенных выше функций.

Использование полученных экономико-математических моделей при решении задач планирования развития малого бизнеса позволит существенно повысить обоснованность соответствующих расчетов.

Литература

1. Малое и среднее предпринимательство в России. 2009: статистический сб. / Росстат.– М., 2009.– 151 с.

А.С. Платонова
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
E-mail: allaplatonova@inbox.ru

Математическое обеспечение информационной системы контрольно-оценочной деятельности в школе

В рамках совершенствования системы контроля и оценки результатов образования обучаемых разрабатывается информационная система контрольно-оценочной деятельности на примере среднего образования. Текущей задачей является построение математической модели интегративной оценки достигнутого уровня результатов образования школьников.

После каждого этапа контроля может быть сформирована интегративная оценка достигнутого уровня результатов образования любого из учеников по запросу педагога, родителей или самого ученика. Интегративная оценка представляет собой массив, содержащий следующие элементы – группы параметров: IO={P,O,L,V}, где P – группа результатов контроля знаний и умений по предметам; O – группа результатов контроля общеучебных умений и навыков; L – группа результатов контроля характеристик личностного развития; V – группа результатов контроля воспитанности учащихся.

Группа результатов контроля знаний и умений по предметам представляется массивом $P = \{Ob, U_{ob}, K_{u.z.}, U_{u.z.}, K_{s.z.}, U_{s.z.}, K_{s.l.}, U_{s.l.}, K_t, U_t\}$, где Ob – обученность учащегося по предмету; $K_{u.z.}$ – коэффициент усвоения теоретического материала; $K_{s.z.}$ – коэффициент сформированности умений решать задачи; $K_{s.l.}$ – коэффициент сформированности умения выполнять лабораторные работы; K_t – коэффициент творчества; U_{cb} – уровень обученности; $U_{u.z.}$ – уровень усвоения теоретического материала; $U_{s.z.}$ – уровень сформированности умения решать задачи; $U_{s.l.}$ – уровень сформированности умения выполнять лабораторные работы; U_t – уровень творчества.

Коэффициент сформированности умения решать задачи $K_{u.z.} = \frac{S_f}{S_m}$, где S_f – количество баллов, фактически набранных учащимся за выполнение тестовых заданий. $S_f = \sum_{i=1}^{N} S_{f_i}$, где S_{f_i} – количество баллов, фактически набранных учащимся за выполнение каждого тестового задания, может принимать значения «0,5» или «1» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике). N – количество тестовых заданий; S_m – максимальное количество баллов, которое мог бы набрать ученик за выполнение всех тестовых заданий $S_m = \sum_{i=1}^{N} S_{m_i}$, S_{m_i} – максимальное количество баллов, которое учащийся может набрать за тестовое задание.

Коэффициент сформированности умения решать задачи $K_{s.z.} = \frac{S_f}{S_m}$. Здесь S_f – количество баллов, фактически набранных учащимся за решение контрольной работы. $S_f = S_f^1 \times 0{,}5 + S_f^2 + S_f^3 \times 2$, где S_f^1, S_f^2, S_f^2 – количество баллов, фактически набранных учащимся за решение задач первого, второго и третьего уровней сложности соответственно; 0,5, 1, 2 – поправочные коэффициент для задач первого, второго и третьего уровня сложности соответственно. Количество баллов, набранных за решение задачи любого уровня, определяется как $S_f = S_{f1} + S_{f2} + S_{f3} + S_{f4} + S_{f5} + S_{f6} + S_{f7}$, где S_{f1}, S_{f2}, S_{f3}, S_{f4}, S_{f5}, S_{f6}, S_{f7} – баллы, набранные учащимся за выполнение первого, второго, третьего, четвертого, пятого, шестого, и седьмого этапов задачи.

S_m – максимальное количество баллов, которое учащийся может набрать за решение контрольной работы. $S_m = S_m \times (N^1 \times 0{,}5 + N^2 + N^3 \times 2)$, где S – максимальное количество баллов, которое учащийся может за решение задачи любого уровня сложности, определяется как $S = S_{m1} + S_{m2} + S_{m3} + S_{m4} + S_{m5} + S_{m6} + S_{m7}$, где S_{m1}, S_{m2}, S_{m3}, S_{m4}, S_{m5}, S_{m6}, S_{m7} – баллы,

которые ученик мог набрать за выполнение первого, второго, третьего, четвертого, пятого, шестого и седьмого этапов задачи; N^1, N^2, N^3 – количество задач первого, второго и третьего уровней сложности.

Обученность по предмету определяется $Ob = (K_{u.z.} + K_{s.z.} + K_{s.l.} + K_{s.z.}) \times 0{,}25$, $O \in [0;1]$. Уровень обученности может принимать следующие значения:

$$U_{ob} = \begin{cases} \text{низкий}, & 0{,}00 \ll Ob \ll 0{,}20; \\ \text{ниже среднего}, & 0{,}21 \ll Ob \ll 0{,}40; \\ \text{средний}, & 0{,}41 \ll Ob \ll 0{,}60; \\ \text{выше среднего}, & 0{,}61 \ll Ob \ll 0{,}80; \\ \text{высокий}, & 0{,}81 \ll Ob \ll 1{,}00. \end{cases} \qquad U_t = \begin{cases} \text{низкий}, 0{,}20 \ll U_t \ll 0{,}40; \\ \text{средний}, 0{,}41 \ll U_t \ll 0{,}70; \\ \text{высокий}, 0{,}71 \ll U_t \ll 1{,}00. \end{cases}$$

Группа результатов контроля общеучебных умений и навыков представляется массивом $O = \{G^I, G^O, G^C\}$, где G^I – группа, к которой учащийся относится по сформированности интеллектуальных умений и навыков, G^O – группа, к которой учащийся относится по сформированности организационных умений и навыков, G^C – группа, к которой учащийся относится по сформированности коммуникативных умений и навыков. Группы могут быть: «слабая», «средняя» и «сильная» в зависимости от количества набранных учащимся баллов (согласно выбранной методике).

Группа результатов контроля характеристик личностного развития представляется массивом $L = \{Ms, V, P, Mt, Z, R, F, T\}$. Здесь Ms – группа результатов контроля развития мышления, $Ms = \{U^{Mt}, U^{Lg}, U^{Ln}, U^{Tc}\}$, где U^{Mt}, U^{Lg}, U^{Ln}, U^{Tc} – уровни развития математического, логического, лингвистического и технического развития мышлений соответственно, которые могут принимать значения «низкий», «средний», «высокий» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранным методикам). V – группа результатов контроля развития внимания, $V = \{U^K, U^U, O^O\}$, где K^V, U^V, O^V – уровни концентрации, устойчивости и объема внимания соответственно. Уровни концентрации внимания могут быть «очень высокий, высокий, средний, низкий или очень низкий», устойчивости – «высокий, средний или низкий», объема – «высокий, выше среднего, средний, ниже среднего или низкий» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранным методикам). P – группа результатов контроля развития памяти, $P = \{U^O, U^U\}$, где U^O – объем кратковременной зрительной памяти, U^U – уровень узнавания. Уровни объема кратковременной памяти могут быть «очень высокий», «высокий», «средний», «низкий» или «очень низкий», уровень узнавания $U^U \in [0;1]$ (в зависимости от набранных баллов согласно выбранным методикам).

Mt – мотивы учебной деятельности, может быть «коммуникативные», «мотивы избегания», «мотивы престижа», «профессиональные мотивы», «мотивы творческой самореализации», «учебно-познавательные» или «социальные» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике). Z – ценностные ориентации, которые могут быть «я-ценность», «другой-ценность», «познание как ценность», «общественно полезная деятельность» или «ответственность как ценность» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике). R – типы репрезентативной системы, которые могут быть «аудиальный», «визуальный» или «кинестетический» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике). F – типы рекомендуемых профессий, которые могут быть «человек-человек», «человек-природа», «человек-техника», «человек-художественный образ» или «человек-знак» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике). T – номера типов характерологических особенностей, $T \in [1;32]$ (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике).

Множество результатов контроля воспитанности представляется массивом $V = \{U^{VV}, U^{OR}, U^D, U^{OU}, U^{OUc}, U^{OT}\}$, где U^{VV} – внешний вид уровень, U^{OR} – общение и речь уровень, U^D – дисциплинированность уровень, U^{OU} – отношение с учителями, U^{OUc} – отношение с учениками, U^{OT} – отношение к школьному имуществу, труду других. Любой из уровней может быть «низкий», «средний», «хороший» или «высокий» (в зависимости от набранных баллов согласно выбранной методике).

В результате разработки математического обеспечения разрабатываемой информационной системы будет построена и программно реализована процедурная модель формирования интегративной оценки достигнутого уровня результатов образования любого из учащихся.

Т.В. Свирилина
Московский государственный университет пищевых производств
г. Москва, ул. Талалихина, д. 33
e-mail: stv200881@mail.ru

Математическая модель инфекционного заболевания

Рассмотрим модель противовирусного иммунного ответа, представленную системой дифференциальных уравнений с малым постоянным запаздыванием

$$
\begin{aligned}
&\dot{V}_f = nb_E C_V E + pb_m C_V - \gamma_m M V_f - \gamma_f V_f F - k\sigma C V_f,\\
&\dot{M}_f = \gamma_M M V_f - \alpha_M M_V - b_M M_V E,\\
&\dot{H}_E = b_H\left[\xi(m)\rho_H M_V(t-\tau_H)H_E(t-\tau_H) - M_V H_E\right] - b_p M_V H_E E + \alpha_H\left(H_E^* - H_E\right),\\
&\dot{H}_B = b_H^{(B)}\left[\xi(m)\rho_H^{(B)} M_V\left(t-\tau_H^{(B)}\right)H_B\left(t-\tau_H^{(B)}\right) - M_V H_B\right] - b_H^{(B)} M_V H_B B + \alpha_H^{(B)}\left(H_B^* - H_B\right),\\
&\dot{E} = b_p\left[\xi(m)\rho_E M_V(t-\tau_E)H_E(t-\tau_E)E(t-\tau_E) - M_V H_E E\right] - \eta_C b_E C_V E - \eta_M b_M M_V E +\\
&+\alpha_H\left(E^* - E\right), \dot{B} = b_p^{(B)}\left[\xi(m)\rho_B M_V(t-\tau_B)H_B(t-\tau_B)B(t-\tau_B) - M_V H_B B\right] + \alpha_B\left(B^* - B\right),\\
&\dot{P} = b_p^{(B)}\left[\xi(m)\rho_p M_V(t-\tau_B)H_B(t-\tau_B)B(t-\tau_B) - M_V H_B B\right] + \alpha_p\left(P^* - P\right),\\
&\dot{F} = \rho_f P - \eta_f \gamma_f V_f F - \alpha_f F, \dot{C}_V = \sigma C V_f - b_E C_V E - b_m C_V, \dot{m} = \mu b_E C_V E + \eta b_m C_V - \lambda m,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где $V_f(t)$ – количество «свободных» вирусов; $M_V(t)$ – количество стимулированных макрофагов; $H_E(t)$ – количество T-лимфоцитов-помощников, принимающих участие в клеточном ответе; $H_B(t)$ – количество T-лимфоцитов-помощников, принимающих участие в гуморальном ответе; $E(t)$ – количество T-клеток-эффекторов (киллеров); $B(t)$ – количество иммунокомпетентных B-лимфоцитов, способных принять сигнал к стимуляции от стимулированных макрофагов M_V и помощников H_B; $P(t)$ – количество плазматических клеток; $F(t)$ – количество антител; $C_V(t)$ – количество зараженных вирусом клеток органа; $m(t)$ – нефункционирующая часть пораженного вирусом органа. Положительные константы n и p означают среднее число освобождающихся вирусов из одной зараженной клетки, погибшей в результате лизиса эффекторами и вирусного поражения соответственно. Константа b_E характеризует степень взаимодействия между C_V и E, b_m – часть зараженных клеток, гибнущих за счет вирусного поражения, M – число макрофагов в организме, γ_m – коэффициент взаимодействия между макрофагами и V_f, C – число здоровых клеток в органе, σ – характеристика взаимодействия между C и V_f, k – количество вирусов, проникающих в одну здоровую клетку, $\gamma_M = \delta\gamma_m$, $\delta \le 1$, δ – величина, обратная количеству свободных вирусов, которое может провзаимодействовать с одним макрофагом, α_M – величина, обратная времени жизни стимулированных макрофагов, коэффициенты b_H, $b_H^{(B)}$, b_p, $b_p^{(B)}$ характеризуют взаимодействия, $\xi(m)$ описывает влияние степени поражения органа на стимуляцию иммунной системы, ρ_H и $\rho_H^{(B)}$ – среднее число образовавшихся клеток в одном клоне, τ_H и $\tau_H^{(B)}$ – время образования соответствующего клона, α_H и $\alpha_H^{(B)}$ – величины, обратные времени жизни соответственно помощников H_E и H_B, H_E^* и H_B^* – постоянные уровни соответствующих помощников в здоровом организме, η_C и η_M – количество T-киллеров E, необходимое для уничтожения одной зараженной клетки и макрофага.

Ставится задача нахождения условий, при которых зараженный малой дозой вирусов орган через время $t = \omega$ восстановится до первоначального состояния без медицинского вмешательства.

Введем новые обозначения:

$k = k_1$, $p = k_2$, $n = k_3$, $M\gamma_m = \lambda_1$, $\gamma_M = k_4\lambda_1$, $k_4 \le 1$, $\sigma C = \lambda_2$, $b_m = \lambda_3$, $\gamma_f = \lambda_4$, $b_E = \lambda_5$, $\alpha_M = \lambda_6$, $b_m = \lambda_7$, $\alpha_H = \lambda_8$, $b_H = \lambda_9$, $\rho_H = \lambda_{10}$, $b_p = \lambda_{11}$, $\alpha_H^{(B)} = \lambda_{12}$, $b_H^{(B)} = \lambda_{13}$, $\rho_H^{(B)} = \lambda_{14}$, $b_p^{(B)} = \lambda_{15}$, $\alpha_E = \lambda_{16}$, $\eta_C = \lambda_{17}$, $\eta_M = \lambda_{18}$, $\rho_E = \lambda_{19}$, $\alpha_B = \lambda_{20}$, $\rho_B = \lambda_{21}$, $\alpha_P = \lambda_{22}$, $\rho_P = \lambda_{23}$, $\rho_f = \lambda_{24}$, $\alpha_f = \lambda_{25}$, $\eta_f V_f = \lambda_{26}$,

$\eta = \lambda_{27}$, $\lambda = \lambda_{28}$, $\mu = \lambda_{29}$, $V_f = x_1$, $M_V = x_2$, $H_E = x_3$, $H_B = x_4$, $E = x_5$, $B = x_6$, $P = x_7$, $F = x_8$, $C_V = x_9$, $m = x_{10}$.

Тогда система (1) примет вид

$$\dot{x} = A(\lambda)x + \widetilde{f}(\lambda) + f\left(x, T_\mu x, \lambda\right), \tag{2}$$

где $T_\mu x = \left(x_2(\mu_1), x_2(\mu_2), x_2(\mu_3), x_2(\mu_4), x_3(\mu_1), x_3(\mu_3), x_4(\mu_2), x_4(\mu_4), x_5(\mu_3), x_6(\mu_4)\right)$,

$A(\lambda) = \left(colon\left(-\left(\lambda_1 + k_1\lambda_2\right), k_4\lambda_1, 0,0,0,0,0,0, \lambda_2, 0\right), colon\left(0, -\lambda_6, 0,0,0,0,0,0,0,0\right), colon\left(0,0,-\lambda_8,0,0,0,0,0,0,0\right),\right.$
$colon\left(0,0,0,-\lambda_{12},0,0,0,0,0,0\right), colon\left(0,0,0,0,-\lambda_{16},0,0,0,0,0\right), colon\left(0,0,0,0,0,-\lambda_{20},0,0,0,0\right), colon\left(0,0,0,0,0,0,-\lambda_{22},\lambda_{24}\right),$
$\left. colon\left(0,0,0,0,0,0,0,0,-\lambda_{25},0,0\right), colon\left(k_2\lambda_3,0,0,0,0,0,0,0,0,-\lambda_3,\lambda_3\lambda_{27},\right), colon\left(0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,-\lambda_{28}\right)\right)$

$f\left(x, T_\mu x, \lambda\right) = colon\left(-\lambda_4 x_1 x_8 + k_3\lambda_5 x_5 x_9, -\lambda_7 x_2 x_5, \lambda_9\left(\lambda_{10}\xi\left(x_{10}\right)y_1 y_5 - x_2 x_3\right) - \lambda_{11} x_2 x_3 x_5, \lambda_{13}\left(\lambda_{14}\xi\left(x_{10}\right)y_2 y_7 - x_2 x_4\right)\right.$
$- \lambda_{15} x_2 x_4 x_6, -\lambda_5\lambda_{17} x_5 x_9 - \lambda_7\lambda_{18} x_2 x_5 + \lambda_{11}\left(\lambda_{19}\xi\left(x_{10}\right)y_3 y_6 y_9 - x_2 x_3 x_5\right), \lambda_{15}\left(\lambda_{21}\xi\left(x_{10}\right)y_4 y_8 y_{10} - x_2 x_4 x_6\right), \lambda_{15}\lambda_{23}\xi\left(x_{10}\right)y_4 y_8 y_{10},$
$\left. - \lambda_{26} x_1 x_8, -\lambda_5 x_5 x_9, \lambda_5\lambda_{29} x_5 x_9\right),$

$\widetilde{f}(\lambda) = colon\left(0,0,\lambda_8 b_1, \lambda_{12} b_2, \lambda_{16} b_3, \lambda_{20} b_4, \lambda_{22} b_5, 0,0,0\right)$, b_i, $i = \overline{1,5}$, – постоянные положительные числа.

Решение системы (2) в момент времени $t = \omega$ можно представить в виде

$$x(\omega, \mu, \alpha, \lambda) = \left(E + H(\lambda)\right)\alpha + \bar{f}(\lambda) + o\left(\left|z\right|^2\right),$$

где $H(\lambda) = \omega A(\lambda)$, $\bar{f}(\lambda) = \omega\widetilde{f}(\lambda)$, $H(\lambda) = \omega A(\lambda)$, $z = (\alpha, \lambda)$.

Тогда условие существования решения двухточечной краевой задачи представляет собой систему уравнений $H(\lambda)\alpha + \bar{f}(\lambda) + o\left(\left|z\right|^2\right) = 0$. Обозначим вектор-функцию $u(z) = H(\lambda)\alpha + \bar{f}(\lambda)$, тогда система примет вид

$$u(z) = o\left(\left|z\right|^2\right). \tag{4}$$

Рассмотрим систему $u(z) = 0$ в развернутом виде

$$\begin{cases} -\left(\lambda_1 + k_1\lambda_2\right)\alpha_1 + k_2\lambda_3\alpha_9 = 0, \\ k_4\lambda_1\alpha_1 - \lambda_6\alpha_2 = 0, \\ \lambda_8\left(b_1 - \alpha_3\right) = 0, \\ \lambda_{12}\left(b_2 - \alpha_4\right) = 0, \\ \lambda_{16}\left(b_3 - \alpha_5\right) = 0, \\ \lambda_{20}\left(b_4 - \alpha_6\right) = 0, \\ \lambda_{22}\left(b_5 - \alpha_7\right) = 0, \\ \lambda_{24}\alpha_7 - \lambda_{25}\alpha_8 = 0, \\ \lambda_2\alpha_1 - \lambda_3\alpha_9 = 0, \\ \lambda_3\lambda_{27}\alpha_9 - \lambda_{28}\alpha_{10} = 0. \end{cases}$$

Решением системы $u(z) = 0$ является вектор $\alpha_0 = \left(0,0,b_1,b_2,b_3,b_4,b_5,\lambda_{24}b_5/\lambda_{25},0,0\right)$.

Матрица Якоби вектор-функции $u(z)$ имеет вид $U = \partial u/\partial\alpha = A(\lambda)$. Заметим, что $rangU = 10$, если $\lambda_1 \neq \left(k_2 - k_1\right)\lambda_2$ и $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1,28}$, следовательно, справедлива

Теорема. Если $\lambda_1 \neq \left(k_2 - k_1\right)\lambda_2$ и $\lambda_i > 0$, $i = \overline{1,28}$, то система дифференциальных уравнений (2) имеет ненулевое решение двухточечной краевой задачи $x = x\left(t, \mu, \alpha^*, \lambda^*\right)$.

В результате получены условия самопроизвольного возвращения системы противовирусного иммунного ответа за время $t = \omega$ в первоначальное состояние. В частности, если запаздывания являются периодическими функциями периода кратного ω, то в данной системе будут наблюдаться колебательные явления, характеризующие хроническое течение заболевания.

А.Ю. Хаймин
Псковский филиал
Санкт-петербургского государственного университета
сервиса и экономики
180005 г. Псков, Ленинградское шоссе, д. 24
e-mail: akhaimin@mail.ru

Расчет периодических режимов в рамках математического моделирования в нелинейных неавтономных динамических системах

Моделирование в научных исследованиях стало применяться еще в глубокой древности и постепенно захватывало все новые области научных знаний: техническое конструирование, строительство и архитектуру, астрономию, физику, химию, биологию и, наконец, общественные науки. Большие успехи и признание практически во всех отраслях современной науки принес методу моделирования XX век.

Главная особенность моделирования в том, что это метод опосредованного познания с помощью объектов-заместителей. Модель выступает как своеобразный инструмент познания, который исследователь ставит между собой и объектом и с помощью которого изучает интересующий его объект. Именно эта особенность метода моделирования определяет специфические формы использования абстракций, аналогий, гипотез, других категорий и методов познания.

Большинство объектов может быть охарактеризовано кибернетическим понятием «сложная система». Наиболее распространено понимание системы как совокупности элементов, находящихся во взаимодействии и образующих некоторую целостность, единство. Важным качеством любой системы является эмерджентность – наличие таких свойств, которые не присущи ни одному из элементов, входящих в систему.[1] Поэтому при изучении систем недостаточно пользоваться методом их расчленения на элементы с последующим изучением этих элементов в отдельности.

Задача расчета периодических режимов в нелинейных неавтономных моделях динамических систем сложна и многогранна. Расчет таких моделей невозможен в отрыве от предначальных условий. Согласно качественной теории нелинейных систем такие модели не обладают свойством конвергентности. Такие понятия, как: "катастрофа", "бифуркация", "предельный цикл", “странный аттрактор”, “диссипативная структура”, “бегущая волна” и т. д., возникшие при использовании сравнительно простых нелинейных моделей, позволяют глубже проникнуть в суть многих процессов в таких процессах [2].

Анализ динамики нелинейных неавтономных моделей динамических систем возможен в общем случае только с помощью численных методов. В последнее время вырос интерес к использованию аналитических методов, связанных с описаниями искомых решений уравнений динамики моделей в виде функционально-степенных рядов. [3] Достоинствами этих методов являются: возможность получения областей существования неизвестных точных значений решений, а так же реализации расчета с шагом, являющимся функцией собственных свойств самой модели.

При выполнении расчета нелинейных неавтономных моделей с помощью численного метода, основывающегося на аппарате функционально-степенных рядов, на каждом шаге расчета вычисляются коэффициенты ряда Тейлора для искомых периодических решений. Для описания периодических решений уравнений динамики моделей целесообразно и более эффективно использовать аппарат рядов Фурье. Вследствие этого актуальна задача построения процедуры расчета периодических режимов на основе взаимодействия дифференциальных и амплитудно-фазовых спектров координат моделей. Для этого выявлены взаимосвязи между описаниями искомых периодических решений рядами Тейлора и Фурье.

На основе указанных взаимосвязей строятся портреты взаимодействия дифференциальных и амплитудно-фазовых спектров координат нелинейных неавтономных моделей. После построения портретов определяют количество интервалов, в пределах которых действуют описания периодических режимов в виде многочленов Фурье ограниченного порядка.

Частоту периодического режима находят, используя результаты анализа динамики модели, полученные с помощью численного метода, обладающего оценкой полной погрешности расчета. В этом случае можно определить верхнюю и нижнюю оценки неизвестного точного значения частоты искомого периодического решения уравнения динамики модели. Выбрав одно из приближенных значений частоты искомого периодического режима и располагая указанными взаимосвязями, формируют системы тригонометрических уравнений ограниченного порядка, решая которые, находят неизвестные амплитуды и начальные фазы гармоник периодического режима при описании его многочленом Фурье. Системы формируют на каждом интервале, полученном при построении портретов.

Проверочным этапом описанного выше алгоритма является построение портретов сначала на основе аппарата рядов Тейлора, а затем – аппарата рядов Фурье. При несовпадении построенных портретов выбирают другое приближенное значение частоты и процедуру расчета повторяют, начиная с формирования систем тригонометрических уравнений.

С помощью предложенного вычислительного алгоритма можно не только рассчитывать периодические режимы, но и отделять так называемые хаотические режимы от периодических.

Литература

1. Ашманов, С. Математические модели и методы в экономике. / С. Ашманов.– Изд-во Московского ун-та, 1980.– 199 с.

2. Данилов, Л. Теория нелинейных электрических цепей/ Л. Данилов, П. Матханов, Е. Филиппов.– Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.

3. Бычков, Ю. Аналитически-численный метод расчета динамических систем / Ю. Бычков, С. Щербаков.– СПб.: Энергоатомиздат, 2002.

В.В. Чекушкин
К.В. Михеев
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23
e-mail: kiri-mikheev@yandex.ru

Методы аппроксимации траектории движения инструмента в перспективных системах управления станков с ЧПУ

В настоящее время траекторию перемещения, которую должен пройти режущий инструмент при механообработке, обычно делят на элементарные перемещения из отрезков прямых линий и дуг окружности. Такие перемещения в ЧПУ называются интерполяциями. В связи с этим производимые в настоящее время системы ЧПУ оснащаются специальным электронным блоком – интерполятором, благодаря которым они имеют способность управлять взаимным перемещением инструмента и заготовки по прямой линии или по окружности путем автоматического расчета промежуточных точек траектории выполняемого перемещения [1].

Современные изделия, производимые на станках с ЧПУ, отличаются разнообразием сложности формы, часто состоящей из параболических, винтовых или сплайновых поверхностей. Каждую такую поверхность также можно представить в виде сочетания элементарных отрезков прямых линий и круговых дуг.

Постановка задачи анализа состоит в сравнении двух способов сглаживания криволинейных траекторий движения инструмента на станках с ЧПУ. Для достижения результата рассмотрим способы: сплайн-аппроксимация, круговая аппроксимация и кривые Безье.

Сплайн-аппроксимация – приближенное представление функции или приближенное восстановление функции из заданного класса по неполной информации (например, по значениям на сетке) с помощью сплайнов.

Круговая аппроксимация – приближенное выражение некоторых величин или объектов через другие более простые величины, в данном случае окружность [2].

При проведении аппроксимации участок разделяется на ограниченное число отрезков, на каждом из которых строится кривая Безье. Для построенной траектории производится проверка близости, вплоть до удовлетворения условий. Затем траектория, составленная из сегментов сплайна Безье и отрезков прямых, преобразуется в единое описание сплайном.

Методы формирования траекторий траекторий производятся по времени их воспроизведения с ограничением перегрузок. В обоих случаях обработка ведется на рабочих подачах. В результате сплайн-аппроксимации, видно, что характерными участками траектории, где происходит снижение подачи, являются стыки между длинными, протяженными сегментами и скруглениями траектории с малыми радиусами для устранения перегрузок.

Результат анализа заключается в том, что использование сплайн-аппроксимации, как способа повышения качества воспроизведения траектории движения инструмента, обеспечивает сокращение времени обработки на 15 %,по сравнению с круговой аппроксимацией – 6 %. Данные существенно зависят от средней кривизны траектории. В целом, за счет применения сплайн-аппроксимации реализованное сглаживание криволинейных траекторий дает заметное сокращение времени обработки, которое возрастает с увеличением средней кривизны траектории и рабочей подачи.

Таким образом, необходимо дальнейшее исследование данного метода, в котором наряду со сглаживанием угловых точек траектории, будет ограничиваться и темп изменения кривизны воспроизводимой траектории с контролем параметров скорости и ускорения.

Литература

1. Белкин, В.К. Аппроксимация табличной функции на плоскости параметрическим кубическим сплайном с использованием метода наименьших квадратов / В.К. Белкин, В.Д. Вермель, П.М Николаев // Труды ЦАГИ. Вып. 2555.– 1995.

2. Вермель, В.Д. Геометрические модели для программирования обработки на станках с ЧПУ / В.Д. Вермель, П.М. Николаев // САПР и графика.– 2001.– № 1.– С. 38 – 40.

В.Ф. Шумилов
Муромский институт Владимирского государственного университета
602264 г. Муром, Владимирской обл., ул. Орловская, д. 23

О «критериях Ю.П. Петрова» в задачах сохранения устойчивости как в управляемых, так и неуправляемых системах

Обеспечение сохранения устойчивости при вариациях параметров тесно связано с теорией оптимального управления. В работе [1] указывается, что еще в 60-е годы прошлого века получили развитие теория синтеза оптимальных управляющих воздействий в каналах обратной связи, теория синтеза оптимальных регуляторов, которые обеспечивали значительное улучшение качества управления по сравнению с ранее используемыми регуляторами и системами.

Использование оптимальных регуляторов, замена ими прежних систем управления могли принести большой экономический и оборонный эффект, и поэтому теория оптимального управления интенсивно разрабатывалась как в нашей стране, так и за рубежом. Однако при реализации оптимальных систем управления быстро стало обнаруживаться, что они в ряде случаев способны терять устойчивость даже при очень малых отклонениях параметров регулятора или объекта управления от расчетных значений. Разумеется, обнаружение подобных случаев, каждый из которых грозил серьезной аварией, сразу подрывало все доверие к теории оптимального управления, перекрывало возможности ее практического применения, тем более, что причина потери устойчивости оставалась не раскрытой. Долгое время считалось, что появление регуляторов, теряющих устойчивость при вариациях параметров, зависит от недостатков используемых методов синтеза оптимальных систем управления, и поэтому продолжались поиски таких методов синтеза, которые обеспечивали бы наилучшее возможное качество управления и в то же время гарантировали сохранение устойчивости при неизбежных на практике вариациях параметров.

Использование «критерия Ю. П. Петрова» в виде неравенства [1] $p \geq m + q - 1$, зависящего от известных параметров спектральной плотности p, q возмущающего воздействия, полинома степени m от оператора дифференцирования при управляющем воздействии позволило прекратить аварии в оптимальных системах, они продолжались в других областях, поскольку не исследованное до конца изменение корректности при эквивалентных преобразованиях происходило, естественно, не только при синтезе оптимальных систем управления, но и при расчете других технических объектов. Отметим, что инженеры и исследователи США избавлялись от аварий при синтезе оптимальных систем управления другим путем при проектировании оптимальной системы (и только при проектировании!) они вводили в математическую модель системы фиктивные "белые шумы", которые позволяли уменьшить чувствительность системы к будущим вариациям параметров и создавать тем самым вполне надежные и хорошо работающие системы управления (но это достигалось, что нелишне отметить, за счет более существенной жертвы в критерии качества систем управления, чем при использовании методики, разработанной в СССР). Однако истинная причина неприятностей, иногда возникающих после эквивалентных преобразований математических моделей, не была раскрыта и в США, поэтому некоторую часть из тех многих аварий, произошедших в США, причины которых не были установлены, следует отнести за счет изменения корректности при эквивалентных преобразованиях, использованных при расчете и проектировании [1].

Литература

1. Петров, Ю.П. Неожиданное в математике и его связь с авариями и катастрофами / Ю.П. Петров, Л.Ю. Петров – 4-е изд.– СПб.: БХВ-Петербург, 2005.– 240 с.