

Привезенцев Д.Г., Жизняков А.Л.

*Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»*  
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23  
E-mail: dgprivezenцев@mail.ru

### Нечеткая фрактальная модель цифрового изображения

Разработанная и описанная в [1-3] фрактальная модель цифрового изображения реализует систему итерируемых функций и может быть представлена выражением:

$$f' = \sum_{i=1}^M (B_{n_i, m_i}^{r_i})^* \left[ s_i \left( \tilde{w} \left( B_{k_i, l_i}^{d_i} \right) [f] \right) + o_i \right], \quad (1)$$

где

$$D = \left( B_{k_i, l_i}^{d_i} \right) [f] \quad (2)$$

– это оператор извлечения доменного блока с индексом  $d_i$  из исходного изображения  $f$ . Преобразование, которое выполняет изменение цветовых характеристик доменного блока и геометрическое преобразование имеет следующий вид:

$$D' = s_i(\tilde{w}[D]) + o_i. \quad (3)$$

После выполнения всех преобразований над исходным доменным блоком результат вставляется в изображение:

$$f' = \sum_{i=1}^M (B_{n_i, m_i}^{r_i})^* [D']. \quad (4)$$

Используя (1), (2) и (3) можно составить выражение рангового блока изображения через доменный блок:

$$R_i = D' = s_i(\tilde{w}[D]) + o_i \quad (5)$$

Для сравнения двух изображений  $f, h$  используется среднеквадратическая метрика:

$$g(f, h) = \sum_{i,j} \sqrt{\frac{1}{m \cdot n} [f(i, j) - h(i, j)]^2}, \quad (6)$$

где  $m, n$  – размеры изображений.

Т.е. для каждого рангового блока изображения  $R_i$  подбирается доменный блок  $D_i$ , который наилучшим образом аппроксимирует ранговый блок. Другими словами, находится такая пара  $(R_i, D_i)$  для которой метрика (6) будет минимальна:

$$d(R_i, D') \rightarrow \min.$$

Для формирования фрактального кода изображения используется квадродерево ранговых блоков. Корнем дерева выступает само изображение.

С учетом вышесказанного выражение (5) можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} R_i &= D' + \xi_i, \\ \xi_i &= g(R_i, D'), \\ \Phi &= \{R, D\} \end{aligned} \quad (7)$$

Другими словами, фрактальная модель описывает исходное изображение с помощью квадродерева. Каждый лист дерева представляет собой ранговый блок изображения, которому ставится в соответствие доменный блок так, чтобы ошибка аппроксимации была минимальна.

Нечеткое множество  $A$  на множестве  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  представляет собой множество, которое может быть представлено следующим образом:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \quad (8)$$

где  $\mu_A(x)$  – функция принадлежности элемента  $x$  к множеству  $A$ :

$$\mu_A(x): X \rightarrow [0, 1].$$

Также существует обратная функция функции принадлежности  $\nu_A(x)$ :

$$\nu_A(x): X \rightarrow [0, 1],$$

причем

$$0 \leq \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1.$$

Для использования всех возможностей нечетких множеств необходимо модифицировать модель (5) и привести ее к нечеткому виду.

Во время построения фрактального кода изображения формируется множество ранговых блоков, доменных блоков и величин ошибок аппроксимации:

$$R = \{R_i\}, R_i = \{D_j, \xi_{i,j}\}. \quad (9)$$

Тогда, используя (8), выражение (9) можно выразить с использованием нечеткого множества

$$R = \{D_j, \mu_R(D_j), 1 - \mu_R(D_j) | D_j \in D\} \quad (10)$$

Тогда функция принадлежности  $\mu_R(D_j)$  будет иметь вид:

$$\mu_R(D_j) = \frac{\xi_j}{\xi_{\max}},$$

где  $\xi_{\max}$  – максимальная ошибка аппроксимации, которая определяется как разница между абсолютно черным и абсолютно белым изображениями

$$\xi_{\max} = \frac{255}{\sqrt{m \cdot n}},$$

где  $m, n$  – размеры изображений.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 17-47-330073.

### Литература

1. Привезенцев Д.Г., Жизняков А.Л. Фрактальная модель цифрового изображения // Алгоритмы, методы и системы обработки данных. 2010. № 15. С. 147-152.
2. Жизняков А.Л., Привезенцев Д.Г. Использование характера распределения самоподобия в качестве признака цифрового изображения в задаче обнаружения объектов по аэрофотоснимкам // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2013. № 4 (12). С. 44-50.
3. Привезенцев Д.Г., Жизняков А.Л. Выделение локальных признаков самоподобия цифрового изображения // Методы и устройства передачи и обработки информации. 2010. № 12. С. 54-58.