

Чекушкин В.В., Жиганов С.Н.

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
E-mail: s_zh_72@mail.ru

Анализ методов аппроксимации гармонической функции

При реализации алгоритмов обработки радиотехнической информации на специальных вычислительных устройствах возникает задача наиболее эффективной аппроксимации различных функциональных зависимостей. Эта задача может быть решена различными методами аппроксимации (см., например, [1, 2]). Простым является метод непрерывных кусочно-линейных функций, в котором функция на ограниченном интервале значений заменяется отрезками прямых. Метод, основанный на полиномиальном представлении аппроксимируемой функции так же достаточно широко используется при представлении функциональных зависимостей.

Целью работы является провести сравнительный анализ методов аппроксимации функциональных зависимостей, основанных на: непрерывных кусочно-линейных функциях и полиномиальном представлении на примере тригонометрической функции $\sin(x)$, с помощью которой на интервале $x \in [0, 2\pi]$ воспроизводится гармонический сигнал.

Проведём аппроксимацию функции $\sin(x)$ (сплошная кривая) на интервале $x \in [0, \pi]$ тремя кусочно-непрерывными функциями (точечные линии), как показано на рис. 1. При построении аппроксимирующей функции $y(x)$ использовались абсциссы $x_1 = 1,135$, $x_2 = 2,007$ с одинаковой ординатой $\sin(x_1) = \sin(x_2) = 0,9066$. Аппроксимирующая функция на интервале $x \in [0, \pi]$ определяется выражением

$$y(x) = \begin{cases} 0,799x, & \text{при } 0 \leq x \leq 1,135; \\ 0,9066, & \text{при } 1,135 \leq x \leq 2,007; \\ 2,51 - 0,799x, & \text{при } 2,007 \leq x \leq 3,1416. \end{cases} \quad (1)$$

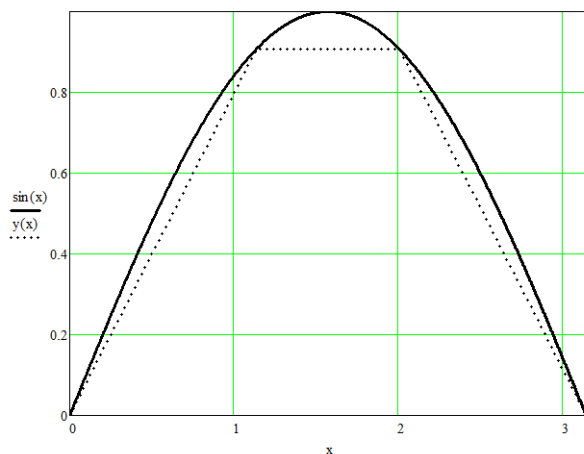


Рис. 1. Аппроксимация функции трапецией

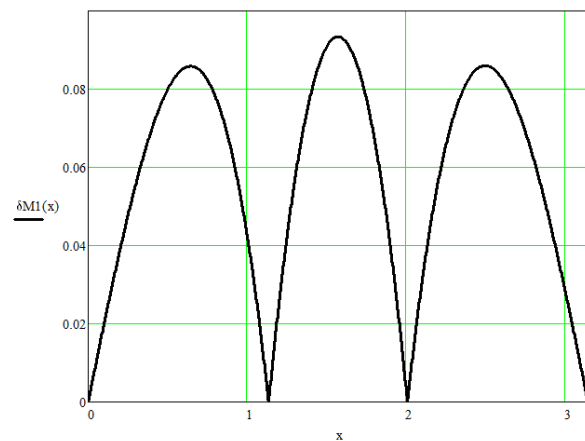


Рис.2. График погрешности аппроксимации

На рис. 2 приведён график зависимости максимальных ошибок аппроксимации функции $\sin(x)$ при помощи уравнений (1). Из рис. 2 видно, значение максимальной погрешности метода равно $\delta_{M1} = 0,093$.

В тоже время наилучшее значение отношения числа двоичных разрядов к числу операций может быть получено, когда используются стратегии максимальной идентичности графиков воспроизводимых функциональных зависимостей аппроксимируемых функций [3]. В этом плане

представляет интерес аппроксимация полуволны синусоиды квадратичной функцией на том же интервале $x \in [0, \pi]$. Графики функции $\sin(x)$ и её аппроксимация функцией

$$y(x) = -0,405 \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2 + 0,97 \quad (2)$$

приведены на рис. 3. График изменения погрешности приведён на рис. 4.

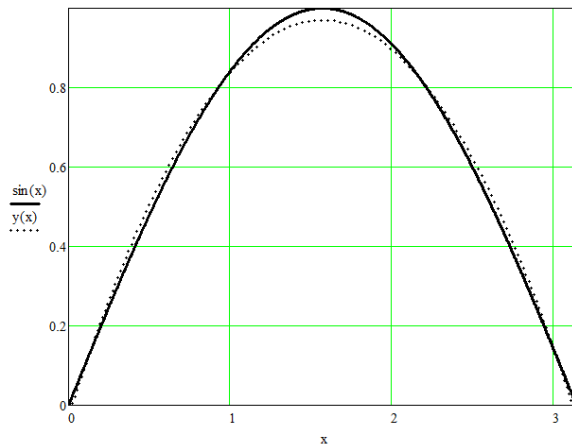


Рис. 4. Аппроксимация квадратичной функцией

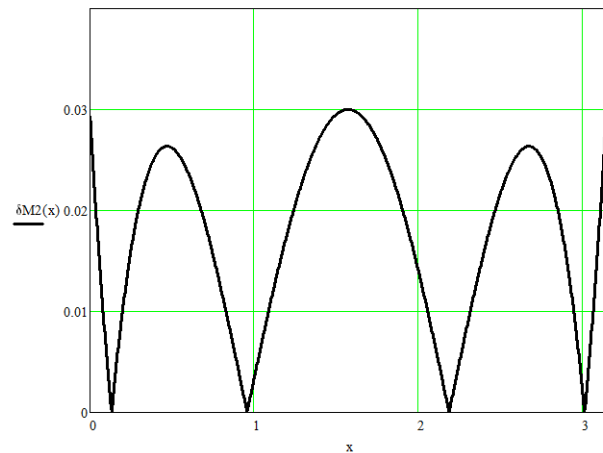


Рис.5. График погрешности при аппроксимации квадратичной функцией

Из рис. 5 видно, что максимальная погрешность метода равна $\delta_{M2} = 0,03$ при 6 значащих цифрах функции $\sin(x)$. Для вычисления функции (2) необходимо 3 операции извлечения из памяти трёх констант и 4 алгебраических операции. Отношение числа разрядов представления функции к числу операций составляет $6/7 = 0,86$.

Общее количество необходимых операций при использовании второго метода составляет 7, что на одну операцию больше, чем при использовании метода на основе кусочно-линейных функций, но точность при использовании в качестве аппроксимирующей функции (2) более чем в три раза выше по сравнению с функцией (1). Применение второго метода аппроксимации более выгодно по сравнению с первым методом.

Литература

1. Курилов И.А., Аверьянов А.М., Павельев Д.В. Построение траектории движения воздушных объектов на основе непрерывных кусочно-линейных функций // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиолокационная техника. Вып. 1. 2011. С. 210–217.
2. Чекушкин В.В., Михеев К.В., Жиганов С.Н., Быков А.А. Математическое моделирование и вычислительные алгоритмы в радиотехнических системах. // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». № 1, 2017. – С. 98-104.
3. Чекушкин В.В., Михеев К.В., Пантелеев И.В. Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения функциональных зависимостей в информационно-измерительных системах. // Измерительная техника. № 4. 2015 г. – С. 16-21.