

Еремеев С.В.

*Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23*

Сопоставление пространственных объектов с использованием методов персистентной гомологии¹

Соотнесение пространственных объектов на картах одной и той же местности уже давно является актуальной задачей. Она имеет множество различных приложений, среди которых обновление и сопоставление разномасштабных карт, поиск объектов, выборка похожих объектов по определенным признакам.

После генерализации пространственные объекты упрощаются, происходит деформация исходного объекта, что затрудняет применение стандартных алгоритмов для сопоставления объектов на разных масштабах. Однако один и тот же объект при генерализации сохраняет свою структуру и глобальные топологические признаки. Таким образом, естественно использовать топологические свойства объектов, которые инвариантны к подобным деформациям и искажениям [1].

Основная суть метода персистентной гомологии заключается в следующем. Из множества вершин $V = \{v_{\alpha_1}, v_{\alpha_2}, \dots, v_{\alpha_n}\}$ строятся симплексы $\sigma_n = \langle v_{\alpha_1}, v_{\alpha_2}, \dots, v_{\alpha_n} \rangle$. Будем рассматривать следующие симплексы: точка, линия и треугольник, то есть $\sigma_1 = \langle v_{\alpha_1} \rangle$, $\sigma_2 = \langle v_{\alpha_1}, v_{\alpha_2} \rangle$ и $\sigma_3 = \langle v_{\alpha_1}, v_{\alpha_2}, v_{\alpha_3} \rangle$.

Симплициальный комплекс K представляет собой объединение симплексов при условии, что: граница каждого симплекса принадлежит K и для двух любых симплексов справедливо: $\sigma_1 \cap \sigma_2 = \emptyset$ или $\sigma_1 \cap \sigma_2$ имеют общую грань ($\sigma_1, \sigma_2 \in K$).

Процесс составления баркода состоит из двух алгоритмов, выполняющихся при каждом увеличении расстояния поиска соседних объектов r : алгоритм поиска симплексов и алгоритм составления структур симплексов. Начальным расстоянием поиска r является минимальное расстояние между объектами на карте, максимальное – равно наибольшему расстоянию между объектами соответственно. При увеличении расстояния количество симплексов и структур изменяется: число симплексов увеличивается, составляя новые структуры и впоследствии объединяя их. На самом большом расстоянии r число структур равно единице, так как все имеющиеся структуры объединяются в одну.

В качестве примера рассматривается часть реки на разномасштабных картах, контуры которых показаны на рис. 1(a-d). На рисунке 1(a) показаны объекты с большим числом деталей в отличие от рис.1(d).

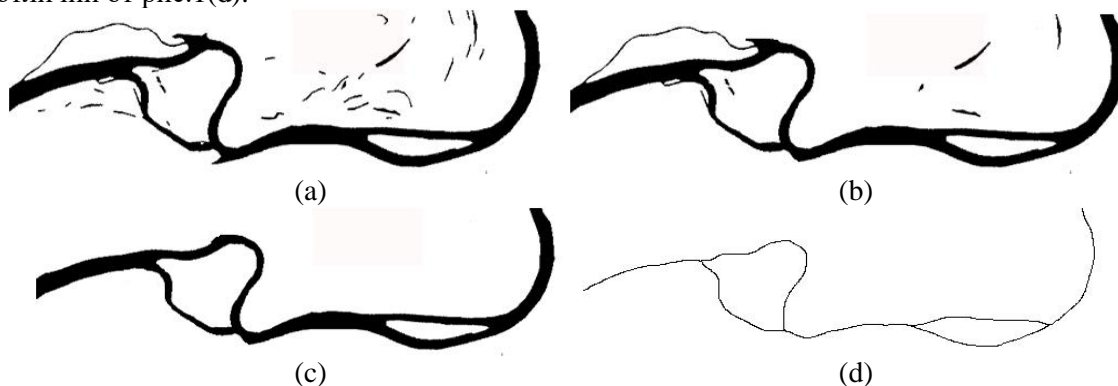


Рис. 1. Контурсы карт рек на разных масштабах с разной детализацией.

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и администрации Владимирской области в рамках научного проекта № 17-47-330387

Баркод будем строить на основе разреженного множества точек (рис. 2(a-d)).

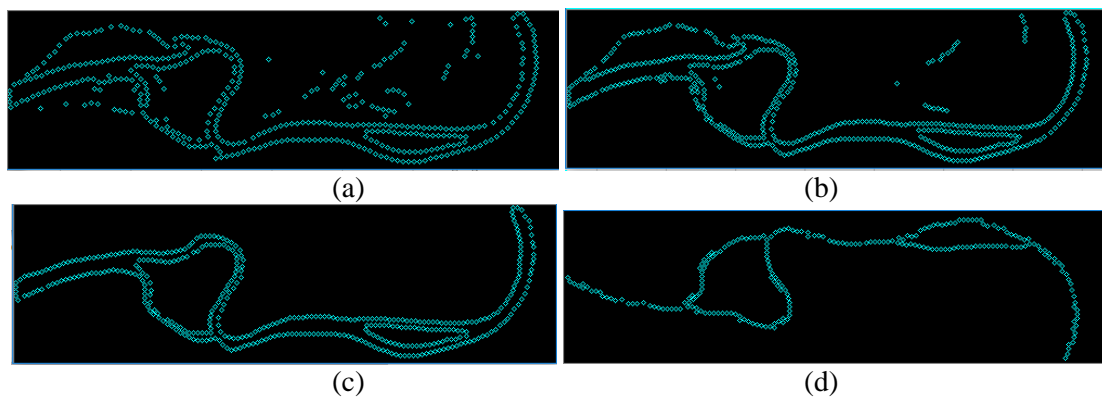


Рис. 2. Разреженное пространство точек природных объектов на разных масштабах.

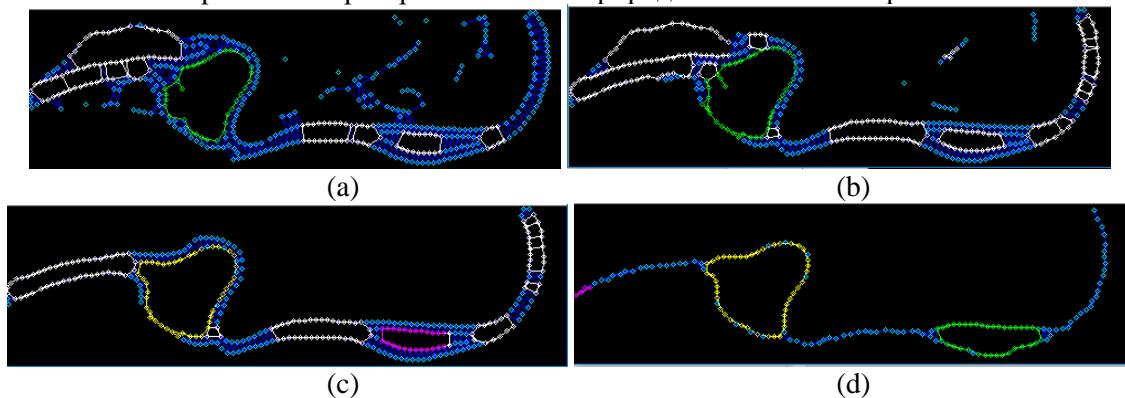


Рис. 3. Комплексы в процессе формирования баркода природных объектов на разных масштабах, на которых можно визуально видеть общие структурные элементы (дыры).

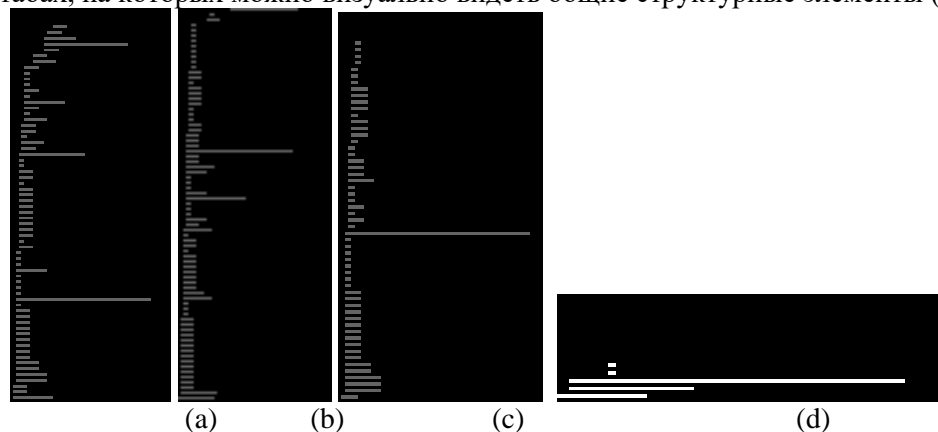


Рис. 4. Баркоды дыр природных объектов на разных масштабах.

Сравнивая баркоды (рис.4(a-c)) видим их визуальную схожесть, хотя объекты карты на каждом новом масштабе имеют меньше деталей по сравнению с предыдущим. Их форма становится более грубой и угловатой. Однако топологические свойства в виде дыр сохраняются (рис. 3(a-d)). От всех баркодов отличается баркод на рис. 4d. Это отличие вызвано сильным упрощением исходной карты.

Литература

1. Eremeev S., Kuptsov K., Romanov S. (2018) An Approach to Establishing the Correspondence of Spatial Objects on Heterogeneous Maps Based on Methods of Computational Topology. In: van der Aalst W. et al. (eds) Analysis of Images, Social Networks and Texts. AIST 2017. Lecture Notes in Computer Science, vol 10716. Springer, pp. 172–182.