Обратные задачи локально-оптимальной фильтрации и управления

В.А. Ермолаев

Муромский институт Владимирского государственного университета. 602264, Муром, Владимирская область, ул. Орловская, 23. E-mail: sapres@mivlgu.ru.

Методы локально-оптимальной фильтрации и управления – это методы приближенного решения задач оптимизации и обработки сигналов. Общим для этих методов является представление искомых решений на последовательности конечных интервалов в виде многочленов по системе независимых функций. Это позволяет отнести указанные методы к классу проекционных методов [1]. Проецирование при этом заключается в отображении пространства наблюдаемых сигналов в пространство многочленов по выбранной системе функций. Точность отображения зависит, очевидно, как от свойств выбранной системы, так и от длины интервала Θ аппроксимации.

Коэффициенты многочленов определяются чаще всего с помощью метода наименьших квадратов. Использование методов максимума апостериорной вероятности и максимального правдоподобия приводит к задачам нелинейной оптимизации.

Искомый сигнал в рамках рассматриваемого метода представляется на каждом интервале $[(k-1)\Theta, k\Theta)$ многочленом вида

$$y(t) = \sum_{n=1}^{m} a_{kn} u_n(t) = \mathbf{a}_k^T \mathbf{u}(t),\ t \in [(k-1)\Theta, k\Theta),\ k = 1, 2, \dots, \infty .$$

Здесь введены вектор коэффициентов $\mathbf{a}_k = \begin{pmatrix} a_{k1} & \cdots & a_{km} \end{pmatrix}^T$ и вектор базисных функций $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 & \cdots & u_m \end{pmatrix}^T$. Коэффициенты определяются в результате решения задачи минимизации:

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \arg\min_{\mathbf{a}_k} \frac{1}{2} \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k\right)^T \Gamma \left(\mathbf{y}_k - \mathbf{x}_k\right),$$

где векторы $\mathbf{x}_k = \begin{pmatrix} x(t_{k,1}) & \cdots & x(t_{k,L}) \end{pmatrix}^T$ и $\mathbf{y}_k = \begin{pmatrix} y(t_{k,1}) & \cdots & y(t_{k,L}) \end{pmatrix}^T$ имеют своими компонентами выборки наблюдаемого сигнала $x(t)$ и значения многочлена $y(t)$, соответственно, в моменты $t_{k,l}$, а матрица Γ обозначает весовую или обратную корреляционную матрицу помех $n(t)$. При этом $x(t) = s(t) + n(t)$.

Если ввести вектор $\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{u}(t_{k,1}) & \cdots & \mathbf{u}(t_{k,L}) \end{pmatrix}$, задачу определения коэффициентов можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \arg\min_{\mathbf{a}_k} \frac{1}{2} \left(\mathbf{U}_k^T \mathbf{a}_k - \mathbf{x}_k\right)^T \Gamma \left(\mathbf{U}_k^T \mathbf{a}_k - \mathbf{x}_k\right).$$

В такой постановке задача встречается при описании статических объектов. Однако она обобщается и на случай динамических объектов, как дискретных, так и непрерывных. Более того, данный подход оказывается применимым и при рассмотрении нелинейных систем, в частности, нелинейных систем Вольтера.

Естественно, что локально-оптимальная фильтрация и управление представляют интерес не только в связи с прямой, но и с обратной задачей анализа и синтеза систем [2, 3], состоящей в определении входного воздействия по требуемому или известному выходному сигналу. Эта задача рассматривалась, в частности, в работах [4, 5]. Близкая задача по локально-оптимальной фильтрации изменяющихся коэффициентов систем с переменными параметрами решена в [6].

Методу локально-оптимальной фильтрации в рассмотренной выше постановке свойственна проблема, связанная с сопряжением отдельных локальных решений на соседних интервалах. В общем случае указанные решения в точке сопряжения могут не совпадать, то есть иметь разрывный характер. Аналогично, разрывный характер могут иметь и значения производных в этих точках. Эта проблема может быть преодолена, если ввести ограничения типа равенства на решения в точках их сопряжения по непрерывности или гладкости. Данный метод использован в [6, 7] для восстановления переменных коэффициентов нестационарной системы и гладкой фильтрации интенсивности сигнала. В результате алгоритм восстановления приобретает черты, характерные для систем с обратной связью.

Присущая этому методу потенциальная неустойчивость налагает соответствующие ограничения на схему расположения наблюдаемых данных и интервала фильтрации. Повысить устойчивость представляется возможным с помощью соответствующим образом подобранных интегральных функционалов, ограничивающих поведение решения на каждом интервале во временной и частотной области, например функционалов

$$H_k(y(t)) = \int_{b_k}^{c_k} \left(d_0^2 y(t)^2 + d_1 \dot{y}^2(t)\right) dt \ \text{ и } \ H_k(\omega) = \int_{\omega\in\Omega_k} h(\omega) \left|Y(i\omega)\right|^2 d\omega .$$

В результате задача минимизации принимает вид

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \arg\min_{\mathbf{a}_k} \frac{1}{2}\left(\mathbf{U}_k^T \mathbf{a}_k - \mathbf{x}_k\right)^T \Gamma \left(\mathbf{U}_k^T \mathbf{a}_k - \mathbf{x}_k\right) + \sum_{n=0}^{r} \lambda_n \left(\mathbf{u}_k^{(n)T}(\bar{t})\mathbf{a}_k - \mathbf{u}_{k-1}^{(n)T}(\bar{\bar{t}})\mathbf{a}_{k-1}\right) +$$

$$+ \int_{b_k}^{c_k} \left(d_0^2 (\mathbf{u}_k^T(t)\mathbf{a}_k)^2 + d_1 (\dot{\mathbf{u}}_k^T(t)\mathbf{a}_k)^2(t)\right) dt + \int_{\omega\in\Omega_k} h(\omega) \left|\tilde{\mathbf{u}}_k^T(i\omega)\mathbf{a}_k\right|^2 d\omega .$$

Квадратичная относительно неизвестных коэффициентов, эта задача может быть решена в явном виде. При этом если уравнения и параметры системы известны, то в качестве наблюдаемых данных при локально-оптимальной фильтрации могут быть использованы выборки ее выходного сигнала. Если же стоит задача синтеза обратной системы [2, 3], то в качестве наблюдаемых данных выступает входной сигнал системы, по которому, по аналогии с [6], можно определить искомые параметры системы. Похожая методика синтеза используется в нейросетевых системах управления.

Литература

1. Нестационарные системы автоматического управления: анализ, синтез и оптимизация / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.

2. Пугачев В.С., Синицын И.Н. Теория стохастических систем. – М.: Логос, 2004.

3. Крутько П.Д. Обратные задачи динамики в теории автоматического управления. – М.: Машиностроение, 2004.

4. Коган М.М., Неймарк Ю.И. Функциональные возможности адаптивного локально-оптимального управления // Автоматика и телемеханика, 1994, №6, с. 94 – 105.

5. Герасимов В.В., Корноушенко Е.К. Восстановление одномерных входных сигналов в дискретных нестационарных линейных системах с помощью метода наименьших квадратов // Автоматика и телемеханика, 1994, №6, с. 3 – 10.

6. Ермолаев В. А., Ерёменко В. Т., Карасёв О. Е., Кропотов Ю. А. Идентификация моделей дискретных линейных систем с переменными, медленно изменяющимися параметрами // Радиотехника и электроника, 2010, том 55, № 1, с. 57 – 62.

7. Ермолаев В.А., Карасёв О.Е., Кропотов Ю.А. Метод интерполяционной фильтрации в задачах обработки речевых сигналов во временной области // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2008, №7, с.12 – 17.