

## Вопросы формирования и применения OFDM сигналов в современных системах связи и телекоммуникаций

С.Н.Рухлин

*Открытое акционерное общество научно-производственное предприятие «Полёт»,  
603950, г. Нижний Новгород, пл. Комсомольская, д. 1  
E-mail: polyot@atnp.ru*

*Рассматривается структура OFDM сигналов. Приведено сравнение OFDM с другими типами модуляции. Рассматриваются фазовые соотношения для получения минимального пик-фактора (PAR) излучаемого сигнала.*

*The article deals with issues of forming OFDM signals. It provides comparison of OFDM with other modulation types. Phase characteristics were analysed in connection with providing minimum peak-to-average power ratio (PAR).*

### Введение

В современных электронных словарях дается следующий перевод аббревиатуры:

OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) мультиплексирование с ортогональным частотным разделением сигналов, канал OFDM схема модуляции и тип физического канала для высокоскоростной передачи данных.

В иностранной литературе OFDM упоминается как модуляция или техника или даже как концепция построения приемо-передатчиков. Издание Wireless Communications от 2003 года дает следующую оценку значения применения OFDM-схем модуляции:

Orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) is emerging as the preferred modulation scheme in modern high data rate wireless communication systems. OFDM has been adopted in the European digital audio and video broadcast radio system and is being investigated for broadband indoor wireless communications. Standards such as HIPERLAN2 (High Performance Local Area Network) and IEEE 802.11a and IEEE 802.11g have emerged to support IP-based services.

«Communication\ICI\Пособие.pdf»

Эта цитата показывает, что интерес к исследованиям этого направления техники, не ослабевает, несмотря на уже имеющееся широкое внедрение этой техники на практике в виде стандартов и оборудования, которое работает по этим стандартам. Этот интерес в свою очередь связан с большим спектром возможностей, которые предоставляет этот вид модуляции.

К сожалению, автору неизвестно (не удалось найти информации) о каких либо успехах в практической реализации этой техники в России. Мы располагаем лишь достаточно разрозненным набором статей, которые рассматривают те или иные аспекты и технические параметры этого вида модуляции безотносительно к какой либо практической реализации.

Этот доклад ставит целью открыть рассмотрение именно практических аспектов реализации техники OFDM и будет посвящена параметрам, необходимым для эффективной работы радиопередатчиков, усилителей, а именно снижению пик-фактора излучаемого OFDM сигнала и соответственно снижения требований к оборудованию по динамическому диапазону мощности излучения.

Как известно пик-фактор (ПФ или peak-to-average power ratio (PAR)) определяется как отношение максимальной (пиковой) мгновенной мощности сигнала к его средней мощности. В общем случае выражение для PAR имеет вид:

$$PAR = \frac{MAX(S_k^2)}{\sum_k S_k^2},$$

где  $MAX(S_k^2)$  - максимум по отсчетам дискретизированного сигнала,

$S_k$  -  $k$ -ый отсчет сигнала.

Также известно, что увеличение этого параметра негативно сказывается на сложности конструкции высокочастотного тракта от усилителей до антенны, ведет к снижению КПД высокочастотного оборудования, ведет к увеличению нелинейных искажений.

Как в зарубежной, так и в отечественной литературе по OFDM модуляции много написано о проблеме ПФ OFDM сигналов. Далее, чтобы определиться с постановкой задачи, мы должны сначала рассмотреть структуру OFDM сигнала.

### **Структура OFDM сигнала**

Следует сразу отметить, что структура OFDM сигнала может быть очень сложной поскольку складывается из множества компонент. Перечислим основные из них:

1. структура частотно временного деления:
  - а. по сетке частот заданная: начальной частотой, шагом сетки частот, количеством поднесущих;
  - б. по временным слотам заданная: длительностью символа, длительностью защитного интервала.
2. вид манипуляции: фазовая простая, фазовая дифференциальная, смешанная фазовая-амплитудная;
3. вид символьной синхронизации;
4. наличие и вид избыточного кодирования;
5. наличие и вид перемежения данных.

В первую очередь мы должны сформулировать и решить задачу получения минимального ПФ самого простого (элементарного) OFDM сигнала без манипуляции, с тем, чтобы затем определить методы влияния фазовой (например) манипуляции на полученную аналитику и учесть это влияние в результатах решения для более сложных задач.

### **Сравнение OFDM модуляции с другими видами модуляции**

Следует обратить особое внимание, что метод OFDM модуляции принципиально отличается от ранее известных традиционных типов модуляции, например, амплитудной или фазовой. Отличие состоит в том, что традиционные методы модуляции применяются во временной области, а метод OFDM модуляции применяется в частотной области.

Это приводит к тому, что и сам модулирующий сигнал определяется в частотной области (рис.1). Параметрами сигнала являются шаг сетки частот  $F_c$ , первая или нижняя частота в сетке поднесущих  $F_H$ , верхняя частота в сетке поднесущих  $F_B$ . Соответственно заданные  $F_c, F_H, F_B$  определяют количество поднесущих:

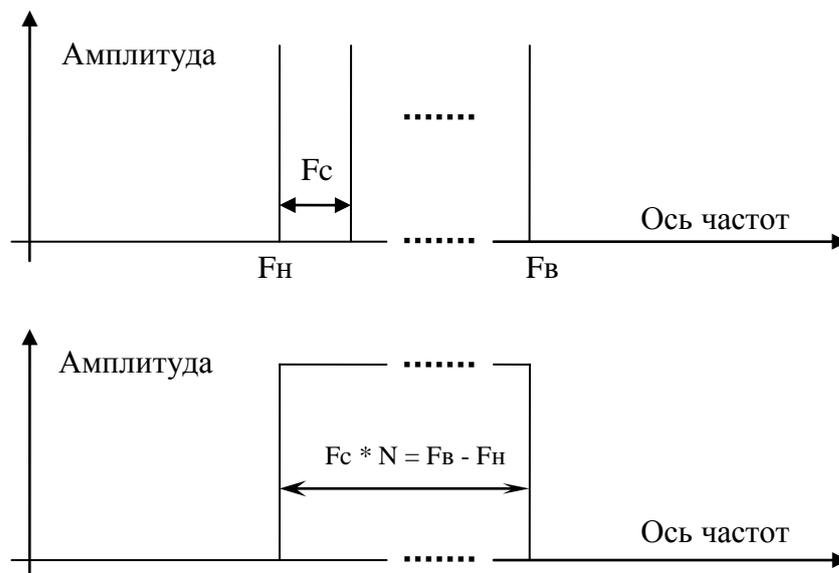
$$N = (F_B - F_H) / F_c.$$

Как известно для представления сигнала в частотной области существует, вообще говоря, неограниченное множество представлений сигнала во временной области, одну из которых мы легко получим с помощью обратного преобразования Фурье от приведенного спектра (рис.2).

По приведенному графику без всяких расчетов видно значительное превышение максимального значения сигнала над средним уровнем сигнала, а значит можно сделать вывод о неприемлемом значении параметра Пик-Фактор для данного сигнала.

Для численной оценки этого значения достаточно воспользоваться тем фактом, что обратное преобразование Фурье в данном случае вырождается в простую сумму  $N$  гармоник.

И поскольку ПФ одной гармоники равен:



**Рис.1. Представление элементарного OFDM сигнала в частотной области.**

$$PAR = \frac{\text{MAX}(S_k^2)}{\sum_k S_k^2} = \frac{\text{MAX}(\cos^2(Wk))}{\sum_k \cos^2(Wk)} = 2$$

Или в децибелах:

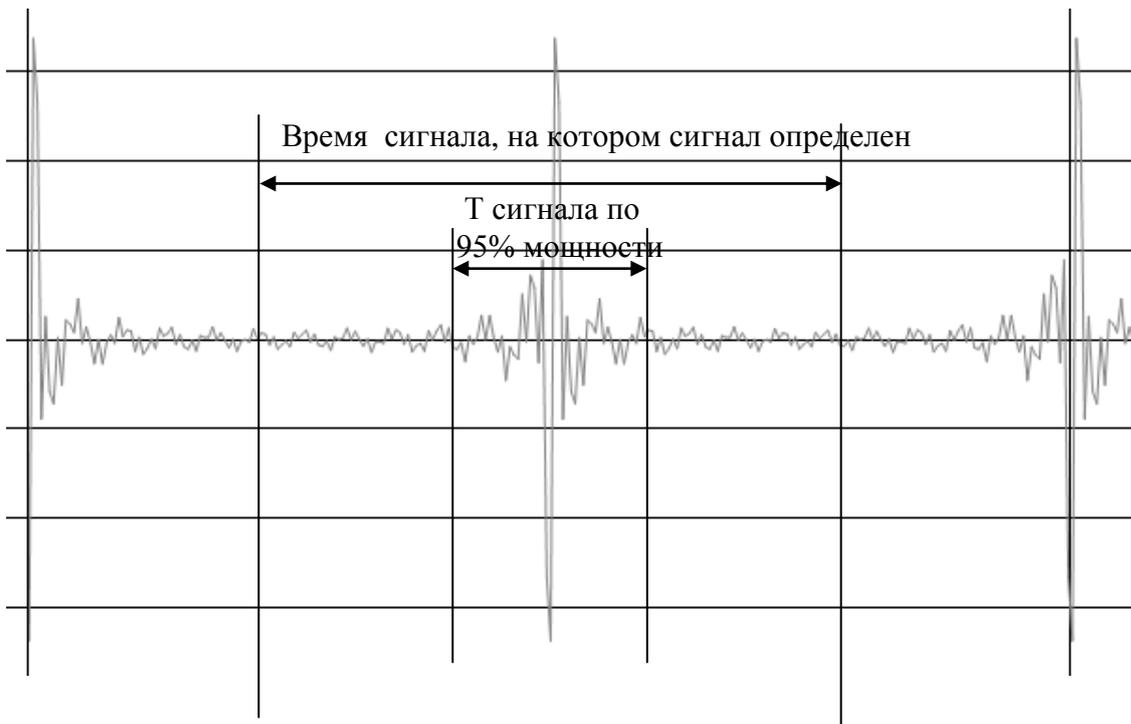
$$PAR = 10 \log 2 = 3 \text{ дБ.}$$

Максимальный ПФ суммы  $N$  гармоник равен:

$$PAR = \frac{\text{MAX}(\sum_{n=1}^N \sum_k \cos^2(W_n k))}{\sum_{n=1}^N \sum_k \cos^2(W_n k)} = 2N$$

На рис.2 сигнал представляет сумму 39 гармоник, соответственно его ПФ можно оценить как  $\text{ПФ} = 39 \cdot 2 = 78$  или 19 дБ и результаты расчетов на математической модели подтверждают эту оценку.

Таким образом, мы получили сигнал с максимальным ПФ, нам же требуется решить противоположную задачу – определить предел минимизации ПФ и получить метод которым эта минимизация достигается. Поскольку структура OFDM сигнала жестко регламентирует АЧХ сигнала приходим к очевидному выводу, что задачу надо решать методом подбора или вычисления фазовой частотной характеристики (ФЧХ).



**Рис.2. Одно из представлений элементарного OFDM сигнала во временной области.**

### **Отличие времени, на котором сигнал определен и эффективной длительности сигнала**

Одним из следствий теоремы Котельникова по [1] является формула для определения числа степеней свободы (или базы  $B$ ) сигнала ограниченного во времени и по полосе частот:

$$B = 2FT + 1,$$

где  $F$  – ширина спектра сигнала,

$T$  – длительность сигнала.

Смысл этой величины по [1] состоит в определении минимального количества независимых параметров, которые однозначно определяют сигнал во временной или в частотной области, нас же интересует тот же абстрактный сигнал с точки зрения его способности переносить информацию, объем которой, очевидно, задается тем же количеством независимых параметров, которые можно задать для сигнала. То есть для нас важно, что число степеней свободы сигнала определяет максимальный объем информации, которую способен переносить сигнал в единицу времени или информационную емкость сигнала.

Здесь необходимо отметить, что формула и само следствие теоремы получаются при введении специального допущения [1] на физическую реализацию сигнала. Это

допущение состоит в том, что поскольку сигнал одновременно ограниченный по времени и по спектру существовать не может, в формулу входит не время, на котором определен сигнал (которое, строго говоря, является бесконечным), а время, на котором сосредоточена значительная часть энергии сигнала. Таким образом, определяется эффективное время сигнала, которое задается процентным соотношением мощности, сосредоточенной на указанном периоде времени к полной мощности сигнала(рис.2).

### **Формулировка и решение задачи поиска сигнала с минимальным ПФ**

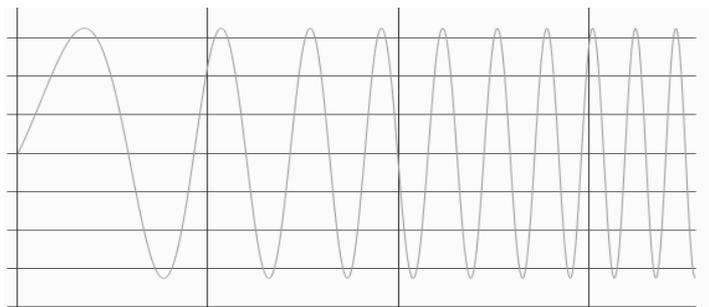
Выше уже было высказано предположение о том, что ПФ сигнала, который задан отсчетами АЧХ можно снизить с помощью выбора ФЧХ, то есть мы должны найти связь закона изменения фазы в частотной области с законом распределения энергии сигнала во времени. На первый взгляд задача не имеет аналитического решения. На самом деле постановка задачи в такой формулировке просто не корректна, потому что получение такой связи или зависимости формы ФЧХ от ПФ является промежуточной задачей, после решения которой нужно было бы искать методы определения минимума относительно ПФ на этой зависимости.

Если более четко сформулировать требования к искомому сигналу задача формулируется достаточно четко и решается достаточно просто. Вот эти требования, их всего два:

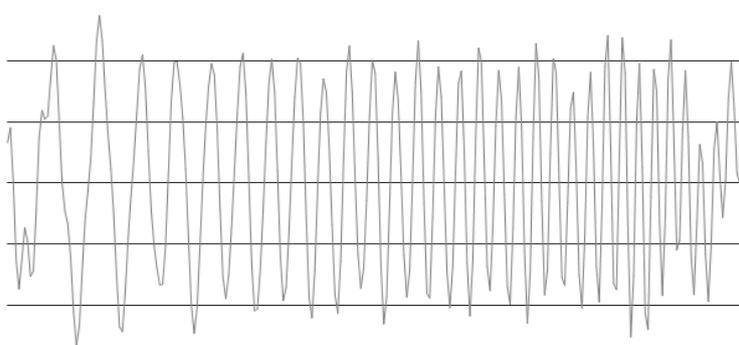
1. У сигнала должен быть прямоугольный амплитудный спектр (или близкий к прямоугольному);
2. Сигнал должен иметь постоянную амплитуду во времени.

Задача состоит в том, что нужно найти сигнал во временной области, который подходит под эти требования, соответственно с помощью преобразования Фурье такого сигнала мы получим прямоугольный амплитудный спектр (поскольку сигнал должен соответствовать требованиям) и искомую фазовую характеристику.

Сигнал, который удовлетворяет обоим этим требованиям уже давно известен – это сигнал с линейным изменением частоты от времени, известный также как сигнал с линейной частотной модуляцией или ЛЧМ сигнал(рис.3).



**Рис.3.ЛЧМ сигнал.**



**Рис.4. Сигнал с дискретизированным спектром.**

Фазовая характеристика такого сигнала определяется формулой [1]:

$$\phi(\omega) = \frac{\pi(f - f_0)^2}{4f_{\text{оес}}^2} 2f_{\text{оес}}T + \text{arctg} \frac{S(u_1) - S(u_2)}{C(u_1) - C(u_2)},$$

где  $S(u)$  и  $C(u)$  интегралы Френеля.

При достаточно больших  $T$  второе слагаемое в этой формуле стремится к постоянной величине  $\pi/4$  и может быть опущено. Таким образом, если ЛЧМ сигнал определен на достаточно большом периоде  $T$ , форма его АЧХ приближается к прямоугольной [1] как и требуется, а фазовая характеристика принимает вид квадратичной параболы[1]:

$$\phi(\omega) = \frac{\pi(f - f_0)^2}{4f_{\text{оес}}^2} 2f_{\text{оес}}T.$$

И если перейти к дискретной частоте  $\omega \rightarrow kf_{st}$ , где  $f_{st}$  - частота шага дискретизации получим:

$$\phi(kf_{st}) = \frac{\pi(kf_{st})^2}{4(Nf_{st})^2} 2Nf_{st} \frac{1}{f_{st}}.$$

Или:

$$\phi(k) = \frac{\pi k^2}{2N}.$$

Графики распределения фаз для разного количества гармоник  $N$  составляющих OFDM сигнал приведены на рис. 5.

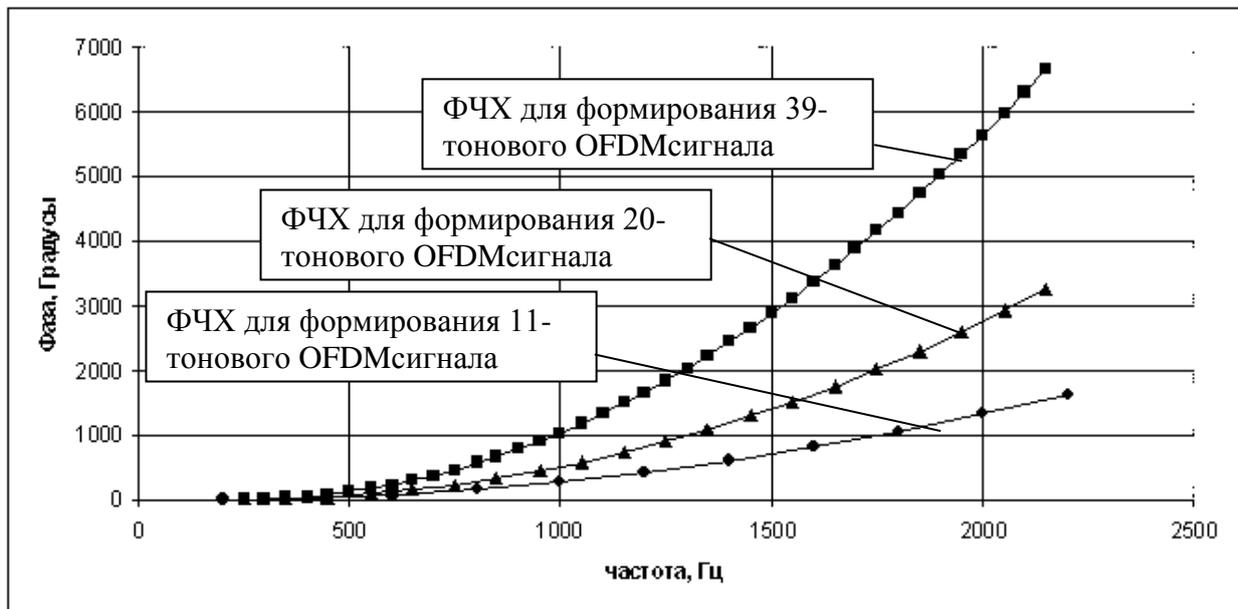


Рис.5. Распределение фаз в зависимости от количества гармоник  $N$ .

Моделирование суммы 39 гармоник со значениями начальных фаз рассчитанными по закону квадратичной параболы рис.4. подтверждают верность этого решения.

Можно классифицировать такой метод получения дискретной фазовой характеристики как аппроксимацию исходного идеального сигнала (в данном случае ЛЧМ сигнала) дискретными комплексными отсчетами в частотной области.

