

## **Биэкспоненциальное распределение флуктуаций как следствие наличия микроструктуры рассеивающей среды**

С.Ф. Коломиец, А.Г. Горелик

<sup>1</sup>*Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Московская область, г. Долгопрудный, пер. Институтский, д. 9,  
[radiometeo@mail.ru](mailto:radiometeo@mail.ru)*

*Доклад посвящен обсуждению возможных поправок к модели рэлеевского рассеяния, применимых к интерпретации радиоэха от разреженных сред, встречающихся в атмосферном зондировании.*

*Model of backscattering signal in rarefied medium with modified exponential distributions  
The report is devoted to the discussion of possible amendments to the model of Rayleigh scattering applicable to the interpretation of radio-echo from rarified media in the atmosphere.*

### **Введение**

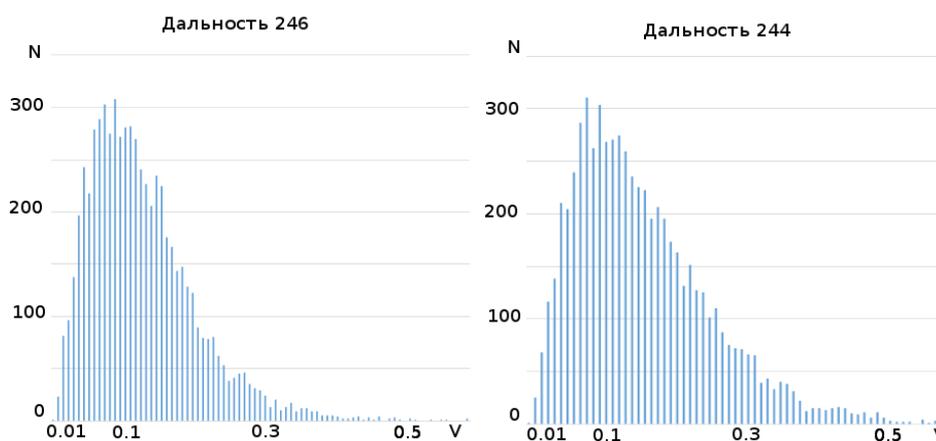
В рамках классической рэлеевской модели возможности оценки микроструктуры рассеивающей среды практически отсутствуют. Для этой цели в радиолокационной метеорологии развиваются одноволновые системы дистанционного зондирования, интенсивно использующие поляриметрические методы. Ожидается также, что в рамках многоволнового зондирования оценки распределения частиц рассеивающей среды по размерам могут быть получены с большей надежностью, информативностью и достоверностью. Однако уже первые попытки интерпретации результатов многоволновых экспериментов показывают наличие эффектов, не объяснимых в рамках устоявшихся представлений о формировании рассеянного поля на частицах случайных разреженных сред [1-5].

Ранее было показано, что эффект от наложения периодических структур падающего излучения и корреляции в пространственном распределении материи рассеивающей среды (возникающий из-за конечных размеров рассеивателей) может составлять порядка 10 дБ (зависит от микроструктуры) при разнице длин волн порядка двух октав [2, 5]. Совместно с рэлеевской зависимостью обратного рассеяния от четвертой степени длины волны зондирующего излучения этот результат может быть использован для интерпретации экспериментальных данных двухволнового зондирования облачности и осадков. Однако для этого требуется изменить точку зрения на модель рассеяния в дождях, которые в настоящее время считаются классическими разреженными средами.

Совместно с предлагаемыми в настоящем докладе усовершенствованиями к модели формирования рассеянного поля в разреженных средах, экспериментальные данные [2] указывают на принципиальную возможность, получения дополнительной информации о микроструктуре разреженных сред с использованием длин волн, соответствующих только рэлеевскому рассеянию. Это открывает новые возможности для создания радиолокационных инструментов многоволнового зондирования, работающих с небольшим разнесением по частоте. Антенные системы в этом случае будут менее сложными, поэтому добиться качественной их юстировки будет проще, а соответствующие модели рассеяния, могут открыть пути к эффективной и тонкой классификации рассеивающих сред с использованием относительно простых средств дистанционного зондирования.

### Нерэлеевские разреженные среды

Объяснение разницы между ожидаемой и фактической интенсивностью рассеяния в 3-х и 10 см диапазонах, заявленной в [2], требует привлечения новых гипотез о строении рассеивающей среды, что и делается в ряде работ, например [6-9]. Одной из гипотез, которые необходимо рассматривать в поиске причин указанных отклонений, является иной механизм формирования рассеянного поля. Актуальность её рассмотрения иллюстрируется Рис. 1, где приведены распределения плотности огибающей сигнала обратного рассеяния в дождях. Как видно из рисунка, плотность вероятности огибающей реальных сигналов имеет различный во времени и пространстве коэффициент асимметрии. Причем, в подавляющем большинстве измерений, он флуктуирует от 0.8 до 1.2, что ощутимо больше ожидаемого значения 0.63, которое справедливо для рэлеевского распределения.



**Рис. 1. Плотность распределения огибающей в двух точках одного дождя**

Различные формы основного уравнения радиолокации облаков и осадков представляют собой произведение оценки мощности, рассеянной на отдельном рассеивателе, и оценки количества таких рассеивателей. Вывод указанных составляющих уравнения различными способами отличает формулы одна от другой.

В целом, можно выделить корреляционную и рэлеевскую формы записи уравнения метеорологической радиолокации. Первая предполагает нераскрытым корреляционный интеграл в бесконечных пределах, а для перехода к рэлеевскому представлению используется положение о разреженности пространственного распределения рассеивателей, позволяющее применить алгебраическое правило сложения мощностей вместо интегральных корреляционных соотношений и громоздкого векторного сложения полей.

Следует отметить, что применение положений корреляционной и спектральной теорий (широко используемых при выводе и преобразованиях обсуждаемого уравнения) к средам, состоящим из дискретных рассеивателей, не имеет строгого обоснования. Тем не менее, полагается эмпирически доказанным, что основное уравнение облаков и осадков позволяет с достаточной точностью и достоверностью оценивать величину обратного рассеяния, как в разреженных средах, так и в средах, микроструктура которых соответствует условиям сплошной среды.

Сложившаяся практика измерений в сантиметровом диапазоне длин волн зондирующего излучения в дождях, априорно считающихся классическими разреженными средами, заключается в использовании рэлеевского вида основного

уравнения, а для интерпретации измерений в облаках обычно используется корреляционная его форма, так как последние считаются сплошными средами.

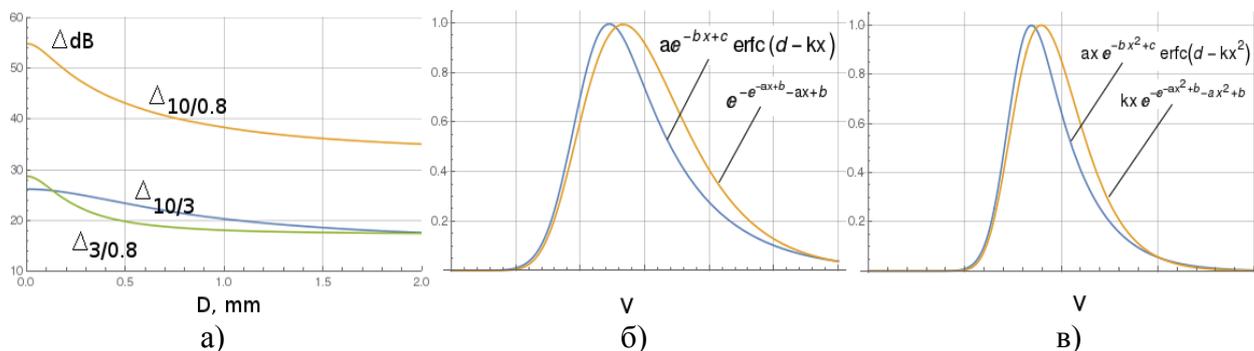
Важно подчеркнуть, что сам факт использования положений корреляционной и спектральной теорий подразумевает стационарность, случайных процессов, рассматриваемых в основном уравнении радиолокации облаков и осадков.

Учитывая, что нет никаких оснований считать реальное распределение отражающих свойств среды на пути распространения стационарным, классический способ вывода обсуждаемого уравнения предлагает рассматривать остаточный стационарный процесс с нулевым средним, который получается после умозрительного исключения медленно меняющейся нестационарной составляющей из общей флуктуации рассеивающих свойств среды вдоль пути распространения.

В то же время, если рассеивающие центры представить одиночными случайными скачками рассеивающих свойств (по сравнению с параметрами окружающего пространства), и если частицы рассеивающей среды достаточно плотно сгруппированы, то импульсы, представляющие такие частицы в одномерной, например, модели, могут смыкаться, образуя непрерывное распределение рассеивающих свойств материи вдоль направления распространения [3, 4].

Статистически, подобная модель случайных импульсов совпадает с моделями, предлагавшимися при изучении дробового эффекта. Формирование непрерывных в пространстве флуктуаций разреженными частицами открывает возможность использования “корреляционного”, а не “рэлеевского” вида основного уравнения радиолокации облаков и осадков [4, 5].

Обращает на себя внимание, что при одновременном учете как дифракционных эффектов на отдельном рассеивателе, так корреляционных зависимостей (которые выпадают из рассмотрения в рэлеевской форме записи уравнения) распределения рассеивающих свойств среды на пути распространения, отношение мощностей обратного рассеяния для длин волн 10 см и 3 см асимптотически стремиться к 18 дБ, как показано на Рис. 2 а. Наиболее вероятному размеру капель, наблюдавшихся в обсуждаемом здесь эксперименте, соответствует значение 20 дБ. Это можно считать хорошим совпадением с полученными в [2] экспериментально 19 дБ, учитывая заявленные 3 дБ точности калибровки. Но, несмотря на это, усовершенствования моделей, требуемых для интерпретации многоволновых экспериментов нельзя считать завершенными.



**Рис. 2. Отношение мощностей обратного рассеяния (а) на разных длинах волн и усовершенствованные модели флуктуаций мощности (б) и огибающей (в)**

### **Интерференционные компенсации в разреженных средах**

При достаточно высокой концентрации рассеивателей, формирующих непрерывное распределение рассеивающих свойств на пути распространения электромагнитной

волны, неизбежно формируется их постоянная составляющая. Она не учитывается в зависимостях, полученных с использованием экспоненциальной корреляционной функции. Последняя, с одной стороны, стремится к нулю на бесконечности, указывая отсутствие стационарного среднего у соответствующего ей процесса, с другой – спектр мощности, который ей соответствует, имеет ненулевую нулевую гармонику. (Известно, что алгебраическая площадь под графиком корреляционной функции процесса с нулевым значением нулевой гармоники спектра мощности равняется нулю и для экспоненциальной функции это условие не соблюдается.) В этом смысле хотелось бы отметить, что приведенный на Рис. 2 а асимптотический характер соотношения средних мощностей на разных длинах волн сохраняется для различных корреляционных функций, в том числе тех, что имеют нулевую площадь под кривой в бесконечных пределах и соответствуют нулевым значениям нулевой гармоники спектра мощности (нулевой постоянной составляющей случайного процесса).

С другой стороны, исключение медленно меняющегося среднего предполагается в классическом выводе уравнения радиолокации, определяет, равенство нулю постоянной составляющей остаточного процесса.

Таким образом, в задачах рассеяния на случайных рассеивателях флуктуации остаточного процесса распределения рассеивающих свойств среды на пути распространения, и флуктуации поля в раскрыве антенны являются случайными процессами с нулевым средним в то время, как распределение рассеивающих свойств среды на пути распространения может иметь среднее любой величины.

Иными словами, предполагаемый в классическом выводе уравнения процесс исключения среднего (переход к рассеянию на флуктуациях) должен привести к изменению характера корреляционной функции эффективного (то есть влияющего на мощность обратного рассеяния) распределения по сравнению с распределением отражающих свойств среды, оцениваемым исходя из количества материи на пути распространения. Требуется учета также и само исключаемое среднее.

Использование экспоненциальной модели корреляционных зависимостей оправданно лишь в случаях, когда динамические (корреляционные) и энергетические параметры процесса исследуются независимо. В случаях, когда корреляция и интенсивность процесса связаны (что соответствует рассеянию электромагнитных волн на частицах случайных сред) связь среднего во времени порождающего случайного процесса распределения рассеивающих свойств среды в пространстве и нулевой гармоники его спектра требует физически ясной интерпретации.

Из вышеприведенных рассуждений следует, что среднее значение распределения рассеивающих свойств среды на пути распространения не получает должного теоретического представления, если при выводе основного уравнения радиолокации использовать упрощенную, экспоненциальную модель корреляционных зависимостей. Последняя, в более строгом рассмотрении, должна быть заменена на корректную зависимость с учетом равенства нулю площади под графиком функции корреляции, а оценки микроструктуры среды, проводимые на основе такого уравнения должны учитывать возможность наличия некоторой постоянной составляющей в распределении концентрации частиц на пути распространения.

Следует отметить, что для дифференциальных измерений, как показывают численные эксперименты, требование равенства нулю площади под корреляционной функцией является несущественным. Аналогично, требование корректного учета постоянной составляющей распределения рассеивающих свойств на пути распространения может быть опущено, что предварительно подтверждается экспериментальными данными [2]. Иными словами, в существующем виде основное уравнение радиолокации пригодно для многоволновых дифференциальных измерений,

причем границы применимости “рэлеевской” и “корреляционной” форм этого уравнения могут определяться в рамках предлагаемой модели импульсных процессов, как средства моделирования распределения рассеивающих свойств среды на трассе распространения. Однако, абсолютные оценки (неизбежно требуемые, например, для калибровки радиолокаторов и при оценке количества выпадающей на землю влаги) требуют более адекватного учета постоянной составляющей.

Интенсивность рассеяния принято связывать с флуктуациями рассеивающих свойств среды, поэтому постоянная составляющая рассеивать не должна. Её наличие в случайных средах равносильно известному эффекту интерференционных компенсаций поля при рассеянии в сплошной среде, характеризующейся практически постоянной концентрацией рассеивающих свойств. Соответственно, при наличии рассматриваемой постоянной составляющей следует ожидать, что начиная с некоторой концентрации частиц в случайных средах некоторая их фракция, в классическом подходе считающаяся взаимодействующей с излучением и формирующей обратное рассеяние, на самом деле ни одним из приемников обратного рассеяния обнаружена быть не может.

### **Флуктуации обратного рассеяния в нерэлеевских разреженных средах**

Обсуждаемая модель рассеяния позволяет рассмотреть вопрос о соответствующих коррекциях к закону распределения плотности вероятности огибающей флуктуаций. Необходимо принять во внимание, что среднее значение рассеивающих свойств в объеме зондирования в рамках этой модели может флуктуировать в некоторых пределах и такие флуктуации должны модулировать величину мощности суммарного обратного рассеяния.

Считая, что фракция частиц, формирующая среднее значение, исключается из рассмотрения, величина наиболее вероятной дисперсии рассеивающих свойств вдоль пути распространения, которая формируется оставшимися частицами так же должна быть скорректирована. Иными словами, при неизменном общем количестве частиц непостоянное от импульса к импульсу число частиц, рассеяние на которых компенсируется, определяет непостоянное число частиц, “эффективно” участвующих в формировании обратного рассеяния. То есть при наличии среднего, распределение плотности вероятности флуктуаций обратного рассеяния может отличаться от этого же распределения в классическом случае редких частиц. Как известно, мощность обратного рассеяния в последнем случае флуктуирует по экспоненте, а напряженность по закону Рэлея. Усовершенствование классических зависимостей в простейшем случае может быть представлена экспоненциально модифицированным нормальным распределением с плотностью вероятности:

$$f(x, \mu, \sigma, \lambda) = \frac{\lambda}{2} e^{\frac{\lambda}{2}(2\mu + \lambda\sigma^2 - 2x)} \operatorname{erfc}\left(\frac{\mu + \lambda\sigma^2 - x}{\sqrt{2}\sigma}\right),$$

где:

$$\operatorname{erfc}(x) = 1 - \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

и первым предельным распределением с плотностью вероятности вида  $f(x) = e^{-x-e^{-x}}$ . Графики соответствующих распределений и соответствующие им распределения огибающей приведены на Рис. 2 б, в.

В то время, как первое соотношение вытекает из тезиса о модуляции обратного рассеяния флуктуирующим средним в случае принятия гауссова закона флуктуаций, строгое обоснование использования первого предельного распределения требует ревизии вопроса о распределении плотности вероятности флуктуаций выборочной дисперсии нормального и экспоненциального распределения на больших выборках, которому в современной литературе уделяется недостаточно внимания.

В отличие от ассиметричного нормального распределения обе предложенных зависимости характеризуются экспоненциальной зависимостью при стремлении независимой переменной к бесконечности и могут рассматриваться как аналоги обобщенного рэлеевского распределения, допускающие, однако, более простые физические интерпретации. В устной части настоящего доклада будут рассмотрены возможные варианты последних.

### **Выводы**

Показано, что корректный учет дифракционных эффектов на изолированном рассеивателе (обратная пропорциональность мощности рассеяния четвертой степени длины волны) и корреляционных свойств на трассе распространения позволяет достаточно точно интерпретировать наиболее надежные экспериментальные данные двухволновых измерений мощности обратного рассеяния на 3 см и 10 см в дождях, имеющиеся в настоящее время.

Исследованы отклонения в оценках обратного рассеяния при использовании экспоненциальной корреляционной функции вместо теоретически точной, интеграл от которой в бесконечных пределах был бы равен нулю. Сделан вывод о несущественности подобных требований при проведении дифференциальных оценок на двух длинах волн, характеризующихся рэлеевскими условиями дифракции.

Отмечено, что наличие постоянной составляющей в распределении рассеивающих свойств на пути распространения (неизбежное при достаточно высокой концентрации частиц в среде, которая в трехмерном представлении остаётся разреженной) никак не учитывается в уравнении радиолокации. Имеющиеся экспериментальные данные указывают на то, что в составе многоволновых измерений её учет останется по-прежнему невозможен. Тем не менее в некотором интервале концентраций следует ожидать наличия связи между характером изменения дисперсией флуктуаций в выборках (плотностью вероятности флуктуаций выборочной дисперсии) и неучитываемым средним. Подобный процесс может модулировать величину обратного рассеяния, формируя обобщенно-рэлеевский характер распределения огибающей и мощности сигнала обратного рассеяния.

Обобщения рэлеевского распределения трудно интерпретируемы в условиях разреженных сред. Поэтому с целью интерпретации получаемых в эксперименте несимметричных распределений огибающей и мощности предложено использовать модифицированное нормальное распределение и первое предельное распределение.

### **Литература**

1. Коломиец С.Ф., Анализ и интерпретация радиоэхо от растущей конвективной облачности в широком диапазоне длин волн. Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 168, 2011. – с. 13-20.
2. C.A. Knight, L.J. Miller. Early Radar Echoes from Small, Warm Cumulus: Bragg and Hydrometeor Scattering, J. Atm. Sci., vol. 55, 18, 1998.
3. A.R. Jameson, A.B. Kostinski, Direct Observations of Coherent Backscatter of Radar Waves in Precipitation. J. Atm. Sci., vol. 67, 9, 2010

4. Горелик А.Г., Коломиец С.Ф., Статистический подход к описанию рассеяния электромагнитных волн на частицах разреженных сред. Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 179, 2013. – с. 27-33.
5. Горелик А.Г., Коломиец С.Ф., Использование корреляционного интеграла в моделях рэлеевского рассеяния / Научный вестник МГТУ ГА, Серия "Радиофизика и электроника", вып. 210, 2014. – с. 29-32.
6. Lasher-Trapp, S.G., C.A. Knight, and J. M. Straka, 2001: Earlyradar echoes from ultragraining aerosol in a cumulus congestus: Modeling and observations. *J. Atmos. Sci.*, 58, 3545–3562.
7. Wakimoto, R.M., Murphey H.V., et al. 2004. Mantle Echoes Associated with Deep Convection: Observations and Numerical Simulations. *Monthly Weather Review*, 132, V. 7, 1701-1720.
8. Jameson, A.R. and A.B. Kostinski, 2010: Partially Coherent Backscatter in Radar Observations of Precipitation. *J. Atmos. Sci.*, 67, 1928–1946,
9. French J.R., Vali G., Kelly R.D. 1999. Evolution of small cumulus clouds in Florida: observations of pulsating growth, *Atmospheric Research*, V. 52, Is. 1–2, 143-165.