

К вопросу о доплеровском смещении частоты при рассеянии на локальном плазменном образовании

А.С. Крюковский¹, Е.В. Михалёва¹, М.С. Домнина¹.

¹ АНО ВО «Российский новый университет»

105005, г. Москва, ул. Радио, 22.

E-mail: kryukovsky56@yandex.ru

Исследовано доплеровское смещение частоты при зондировании перемещающейся плазменной неоднородности радиоволнами дециметрового диапазона. Показано, что в случае рассеянии радиоволн неоднородностью доплеровский сдвиг стремится к нулю на центральной оси, а в случае отражения радиоволн от плазменного образования, стремится к максимальному значению, что совпадает с известными результатами в радиолокации металлических объектов. Получены приближенные формулы зависимости доплеровского сдвига от угла наблюдения, совпадающая с результатами применения метода бихарактеристик. Ключевые слова: радиолокация, плазма, доплеровский сдвиг, перемещающаяся неоднородность, лучи, бихарактеристики

On the Doppler frequency shift during scattering on a local plasma formation

A.S. Kryukovsky¹, E.V. Mikhaleva¹, M.S. Domnina¹.

¹ Russian New University.

The Doppler frequency shift is investigated when probing a moving plasma irregularity with decimeter-range radio waves. It is shown that in the case of radio wave scattering by irregularity, the Doppler shift tends to zero on the central axis, and in the case of radio wave reflection from the plasma formation, it tends to the maximum value, which coincides with the known results in the radiolocation of metal objects. Approximate formulas for the dependence of the Doppler shift on the observation angle are obtained, which coincide with the results of applying the bicharacteristic method.

Keywords: radar, plasma, Doppler shift, moving inhomogeneity, rays, bicharacteristics

Введение

В задачах активной и пассивной радиолокации важным инструментом исследования характера движения перемещающегося объекта является доплеровский сдвиг частоты. Хорошо известно [1], что смещение частоты зависит от скорости движения и определяется формулой:

$$f = f_0 \frac{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}{1 + (v / c) \cos \alpha}, \quad \Delta f = f - f_0 \approx -f_0 \frac{v}{c} \cos \alpha, \quad |v| \ll c \quad (1)$$

причем при радиолокации доплеровское смещение удваивается.

В формуле (1) v – абсолютная величина скорости, c – скорость света, f_0 – начальная частота, f – принятая частота, α – угол между вектором скорости \vec{v} и направлением наблюдения. Если объект удаляется от источника излучения скорость v считается положительной, а если приближается – отрицательной.

С другой стороны, для описания распространения радиоволн через неоднородную среду справедлива бихарактеристическая система уравнений [2-4]:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{k}c^2 \left(\frac{\partial(\varepsilon\omega^2)}{\partial\omega} \right)^{-1}, \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = -\omega^2 \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{r}} \left(\frac{\partial(\varepsilon\omega^2)}{\partial\omega} \right)^{-1}, \quad \frac{d\omega}{dt} = -\omega^2 \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} \left(\frac{\partial(\varepsilon\omega^2)}{\partial\omega} \right)^{-1} \quad (2)$$

с начальными условиями:

$$x(0) = y(0) = z(0) = 0, \quad k_x(0) = \frac{\omega}{c} \cos \alpha, \quad k_y(0) = 0, \quad k_z(0) = \frac{\omega}{c} \sin \alpha, \quad \omega(0) = \frac{f_0}{2\pi}, \quad (3)$$

в которой последнее уравнение также определяет доплеровский сдвиг. В формулах (2)–(3) ω – круговая частота, t – время, $\vec{r} = (x, y, z)$ – координаты луча, \vec{k} – волновой вектор.

Математическое моделирование

Рассмотрим перемещающееся плазменное образование (ППО) в виде эллипсоида:

$$N(\vec{r}) = \delta \exp \left(-\frac{z^2}{z_\Delta^2} - \frac{y^2}{y_\Delta^2} - \frac{(x_d - x + vt)^2}{x_\Delta^2} \right) \quad (4)$$

При вычислениях будем считать, что параметры, определяющие характерные размеры и положение эллипсоида по координатам равны: $x_\Delta \approx 40$ км, $y_\Delta \approx 40$ км, $z_\Delta \approx 40$ км, $x_d = 100$ км.

Для холодной немагнитиченной плазмы эффективную диэлектрическую проницаемость можно записать как

$$\varepsilon(\vec{r}) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 N(\vec{r})}{m_e}, \quad (5)$$

ω_p – плазменная частота, e – заряд электрона, m_e – масса электрона.

Численные результаты

В приведённых ниже вычислениях предполагалось, что начальная частота равна $f_0 = 5.9$ МГц, ППО движется в горизонтальном направлении, а модуль скорости равен $|\vec{v}| = 200$ м/с. На рис. 1 показаны линии равных уровней электронной концентрации при $\delta \approx 3.8 \cdot 10^5$ см⁻³. Красной точкой отмечено положение источника излучения.

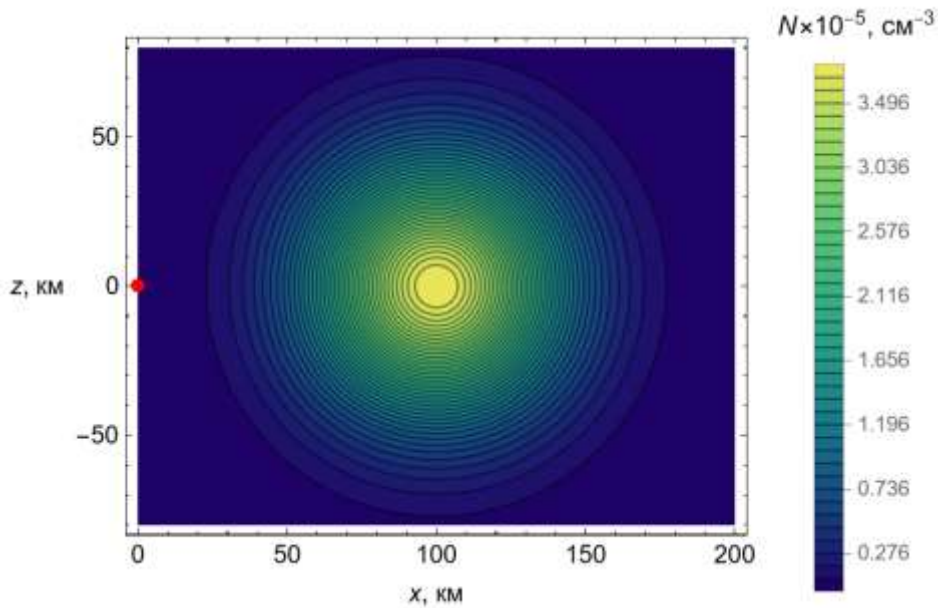


Рис. 1. Линии равных уровней электронной концентрации.

В этом случае все лучи проходят неоднородность, как показано на рис. 2.

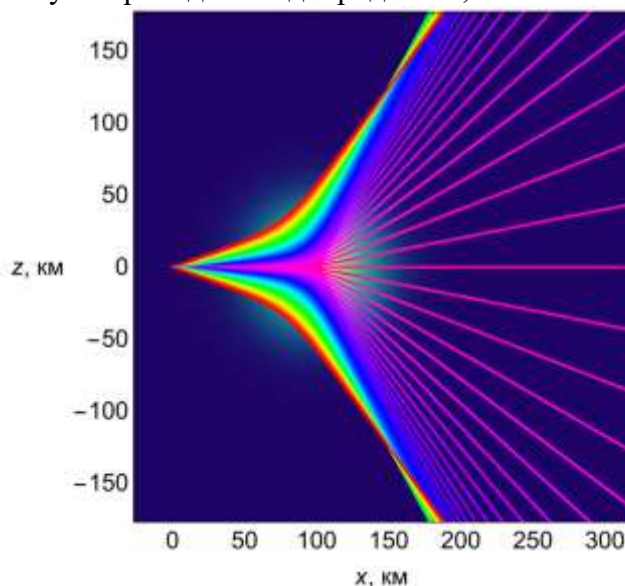


Рис. 2. Лучевые траектории, проходящие плазменное локальное образование.

Угол раствора выходящих лучей $\alpha = \pm 20^\circ$. Плазменная неоднородность отклоняет лучи, причём чем больше начальный угол α , тем отклонение больше. На высотах порядка 130 км, лучи пересекаются, что указывает на образование каустики [5].

На рис. 3 показано доплеровское смещение частоты в зависимости от горизонтальной координаты вдоль лучей в двух случаях: ППО движется на источник излучения, $v < 0$ – (а) и ППО движется от источника, $v > 0$ – (б).

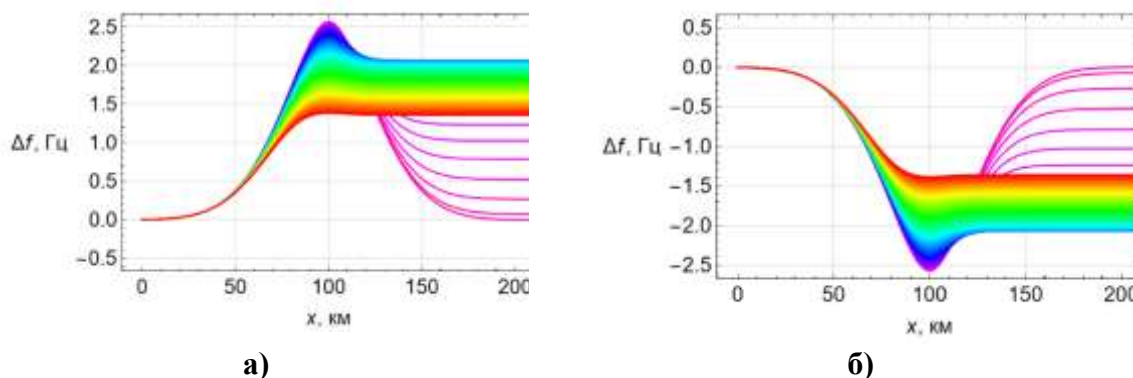


Рис. 3. Зависимость доплеровского сдвига частоты от горизонтальной координаты при рассеянии, $v < 0$ – (а) и $v > 0$ – (б)

Видно, что в первом случае доплеровский сдвиг в целом положительный, а во втором – отрицательный, то есть частота уменьшается. Наибольшее (по модулю) доплеровское смещение частоты происходит в центре ППО, причём самое большое значение соответствует лучу, направленному в центр ППО. Для крайних красных лучей ($\alpha = \pm 20^\circ$) доплеровское смещение быстро выходит на константу с минимальным абсолютным значением (за исключением фиолетовых лучей). Важно отметить, что луч, направленный в центр ППО (фиолетовый) имеет практически нулевой доплеровский сдвиг при выходе из неоднородности. Поэтому наблюдатель, находящийся на одной линии с источником и центром симметричной ППО, не сможет её обнаружить по доплеровскому сдвигу. Конечно, как это видно из рис.2 и 3, если исследовать

доплеровский сдвиг, рассматривая ППО под некоторым углом к линии источник – центр ППО, то неоднородность можно обнаружить.

Это иллюстрирует рис. 4, на котором показаны зависимости доплеровского смещения частоты от высоты на удалении 100 км от центра неоднородности ($x=200$ км) при $v<0$ – (а) и при $v>0$ – (б).

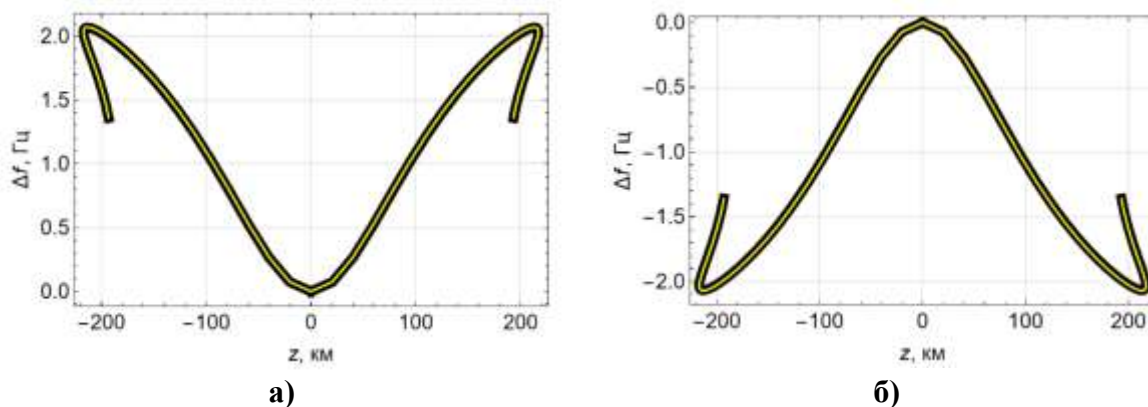


Рис. 4. Зависимости доплеровского смещения частоты при рассеянии, $x=200$ км, (а) – $v<0$, (б) – $v>0$.

Петли на концах линий указывают на образование каустик и зон многолучевости.

Теперь рассмотрим случай, когда электромагнитная волна отражается от неоднородности ($\delta \approx 5.7 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$). На рис. 5 показаны лучевые траектории в этом случае. Угол раствора выходящих лучей $\alpha = \pm 8^\circ$.

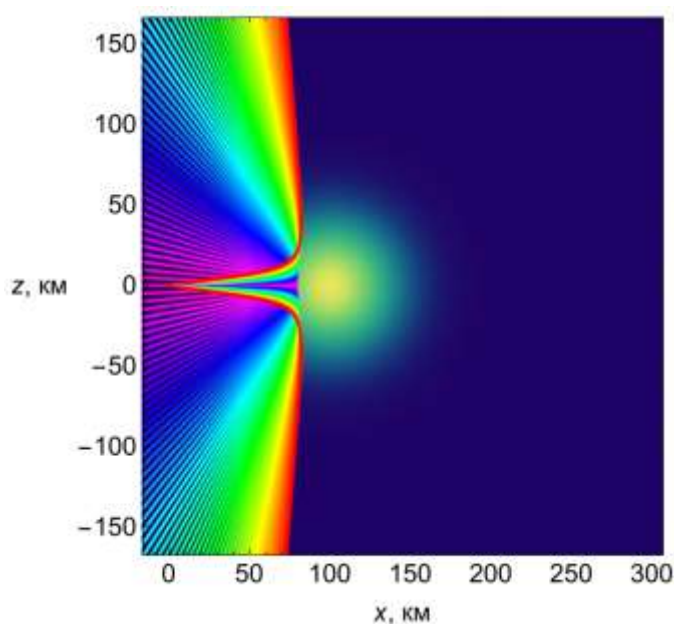


Рис. 5. Лучевые траектории, отраженные от плазменного локального образования.

Видно, что лучевые траектории отражаются от неоднородности под большими углами. Минимальным углом соответствуют фиолетовые лучи, а максимальным – красные. Угол выхода лучей увеличивается в соответствии с обратным спектром.

Как и на рис. 3, так и на рис. 6 показано доплеровское смещение частоты вдоль лучей в двух случаях: когда ППО движется на источник излучения, $v<0$ – (а) и когда ППО движется от источника, $v>0$ – (б).

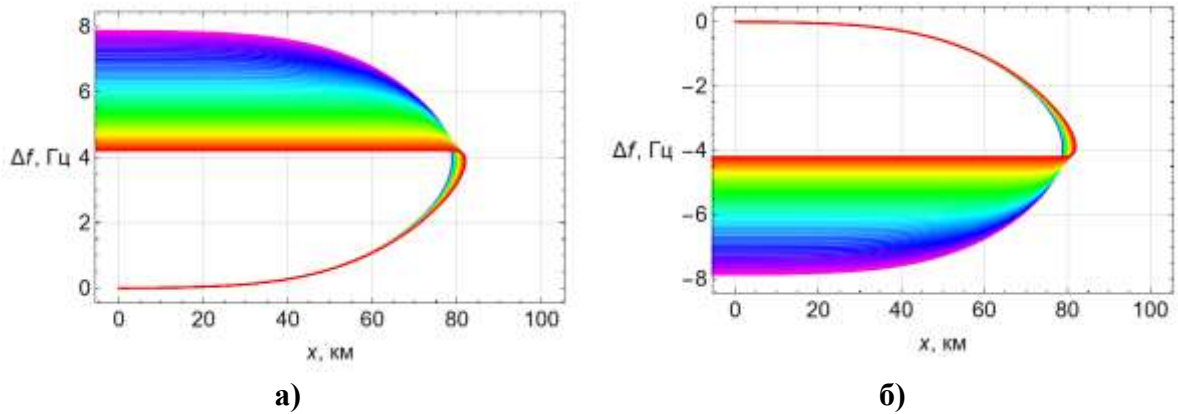


Рис. 6. Зависимость доплеровского сдвига частоты от горизонтальной координаты при отражении, $v < 0$ – (а) и $v > 0$ – (б)

Как и в предыдущем случае, при $v < 0$ доплеровский сдвиг положительный, а при $v > 0$ – отрицательный, то есть, как и следовало ожидать, когда объект приближается к источнику, частота увеличивается, а когда удаляется – уменьшается. На рис. 7 показано доплеровское смещение при $x=0$. Теперь для центрального луча (фиолетового), соединяющего источник и центр ППО, то есть, когда приёмник совмещен с излучателем, приращение частоты не обращается в нуль, а «удваивается», достигая ~8 Гц, по сравнению с крайним красным лучом, идущим почти вертикально, что полностью соответствует формуле (1).

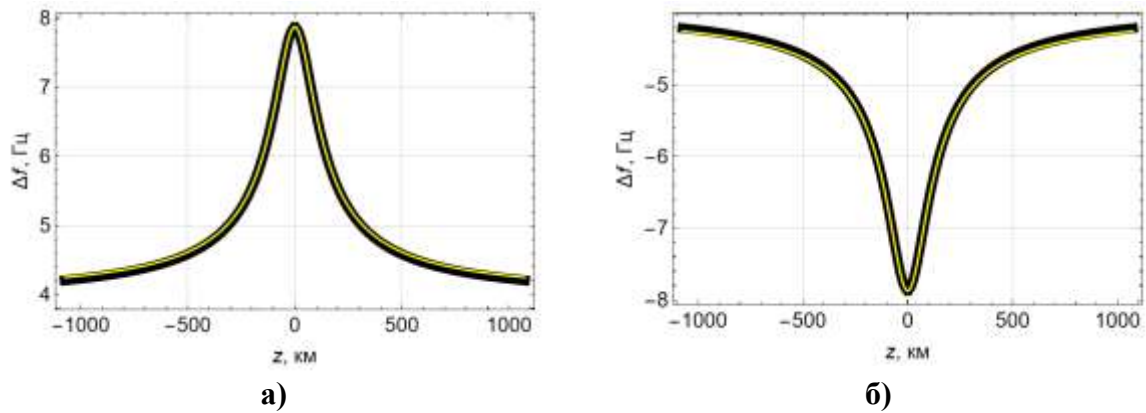


Рис. 7. Зависимости доплеровского смещения частоты при отражении, $x=200$ км, (а) – $v < 0$, (б) – $v > 0$.

Более того, на основе формулы (1) можно получить выражение, приблизительно описывающее этот сдвиг:

$$\Delta f \cong f_0 \left(\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+(v/c)\cos\alpha} + \frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+(v/c)\cos\theta} - 2 \right), \quad (6)$$

в которой угол θ определяется в точке прихода луча в плоскость $x=0$ как:

$$\theta = \arctg \left. \frac{k_z}{k_x} \right|_{x=0}. \quad (7)$$

Выражение (6) состоит из двух слагаемых. Первое это доплеровский сдвиг до ПВО. Второе слагаемое – это доплеровский сдвиг в направлении θ , опять-таки без учета плавного искривления траектории. На рис. 7 показано сопоставление результатов,

полученных методом бихарактеристик (сплошная чёрная линия) и по формуле (6) (жёлтая линия). Совпадение очень хорошее. Если предположить, что угол α равен нулю, то отличие также небольшое и видно только на краях линий.

Для проходящей волны можно также на основе (1) написать приближённую формулу:

$$\Delta f \cong f_0 \left(\left(\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+(v/c)\cos\alpha} - 1 \right) - \left(\frac{\sqrt{1-v^2/c^2}}{1+(v/c)\cos\theta} - 1 \right) \right) =$$

$$= f_0 \sqrt{1-v^2/c^2} \left(\frac{1}{1+(v/c)\cos\alpha} - \frac{1}{1+(v/c)\cos\theta} \right), \quad (8)$$

в которой угол θ определяется в точке прихода луча в плоскость x за ППО как:

$$\theta = \arctg \left. \frac{k_z}{k_x} \right|_{x=0}. \quad (9)$$

На рис. 4 расчеты, выполненные методом бихарактеристик, показаны чёрной линией, а по формулам (8)–(9) жёлтой линией. Видно, что совпадение идеальное.

Выводы

Таким образом, в работе исследовано доплеровское смещение частоты при зондировании перемещающегося ионосферного возмущения дециметровыми радиоволнами. Показано, что в случае прохождения радиоволны ППО доплеровское смещение частоты при удалении от ППО стремится к нулю на центральной оси, в то время как в случае отражения радиоволн от ППО, наоборот, стремится к максимальному значению, что полностью совпадает с известными результатами о радиолокации проводящих металлических объектов. Получены приближенные формулы зависимости доплеровского сдвига от угла наблюдения ППО, совпадающая с высокой точностью с численными расчетами, выполненными методом бихарактеристик.

Авторы выражают благодарность Л.Е. Назарову, указавшего нам на необходимость изучения данного вопроса.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 25-22-00096.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц М.Е. Теория поля. М.: Наука. 1973. 504 с.
2. Казанцев А.Н., Лукин Д.С., Спиридонов Ю.Г. Метод исследования распространения радиоволн в неоднородной магнитоактивной ионосфере // Космические исследования. 1967. Т. 5. Вып. 4. С. 593–600.
3. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Растягаев Д.В., Скворцова Ю.И. Численное моделирование распространения пространственно-временных частотно-модулированных радиоволн в анизотропной среде // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2015. Т. 9. № 9. С. 40–47.
4. Бова Ю.И., Крюковский А.С., Лукин Д.С. Моделирование распространения частотно-модулированного излучения в анизотропной ионосферной плазме // Электромагнитные волны и электронные системы. 2017. Т. 22. № 5. С. 4–11.
5. Крюковский А.С., Лукин Д.С., Бова Ю.И. Моделирование поля в окрестности каустик обыкновенной и необыкновенной волн при ионосферном распространении // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. – № 12. – С. 1160–1169.