

Примеры получения уточненных эвристических решений задач дифракции электромагнитных волн при помощи метода базовых компонентов

М.В. Весник

*Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН
125009, Москва, ул. Моховая 11, корп.7.
E-mail: vesnik@cplire.ru*

*Приведены полученные при помощи метода базовых компонентов уточненные эвристические решения задач дифракции электромагнитных волн на полуплоскости с обобщенными импедансными граничными условиями и на идеально проводящем плоском квадрате.
Ключевые слова: Краевые задачи, дифракция электромагнитных волн, эвристические подходы в теории дифракции, импедансные граничные условия, физическая теория дифракции, поверхностный импеданс*

Examples of obtaining refined heuristic solutions to electromagnetic wave diffraction problems employing the method of fundamental components

M.V. Vesnik

Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics (IRE) of Russian Academy of Sciences.

*The paper presents refined heuristic solutions to problems of electromagnetic wave diffraction on a half-plane with generalized impedance boundary conditions and on a perfectly conducting flat square obtained employing the method of fundamental components.
Keywords: Boundary value problems, Electromagnetic diffraction, Heuristic approaches in diffraction theory, Impedance boundary conditions, Physical theory of diffraction, Surface impedance*

Введение

Аналитические решения теории дифракции играют важную роль при решении разнообразных задач, представляющих практический интерес в науке и технике. К примерам таких практических задач можно отнести рассеяние на объектах с пониженной радиолокационной заметностью, распространение электромагнитных волн в среде городской застройки, рассеяние света на матрицах фотоприемников и т.п.

Строгие аналитические решения сложны и, в основном, касаются структур, геометрия которых допускает разделение переменных. Аналитические формулы повышают эффективность решения практических задач. Однако рассчитывать на то, что всегда удастся в нужные сроки получить необходимое строгое аналитическое решение – весьма рискованно. Получение некоторых важных строгих аналитических решений потребовало длительного времени. Например, решение задачи дифракции на плоском идеально проводящем угловом секторе заняло более 100 лет [1]. В результате для решения актуальных задач дифракции стали использовать эвристические подходы.

В отличие от строгих аналитических и численных подходов, основанных на математических принципах, эвристические методы [1–3] основаны в большей степени на физических принципах и на знании особенностей процесса дифракции. Однако эвристические подходы имеют меньшую точность по сравнению с численными методами. Для некоторых практических задач точность может подходить, для других – нет.

Метод геометрической оптики (ГО), как и интеграл Кирхгофа (или, что то же самое, метод физической оптики – ФО) [2–4], можно применять к рассеивателю любой формы, однако нельзя гарантировать, что точность будет удовлетворять требованиям практической задачи. Для уточнения этих подходов применяют метод геометрической теории дифракции (ГТД) [5–7] и метод краевых волн (МКВ), другое название МКВ – физическая теория дифракции (ФТД) [8–10].

Эвристические решения практических задач на рассеивателях конечного размера строят при помощи решений так называемых «эталонных» задач на полубесконечных рассеивателях. В основе возможности внесения уточняющих поправок на основе эталонных задач лежит принцип локальности поля, установленный Фоком. Принцип заключается в том, что возмущение поля на особенности геометрии рассеивателя расположено в окрестности этой особенности. Из этого следует, что на особенности, расположенной на полубесконечном рассеивателе, возмущение поля – такое же, как на особенности, расположенной на рассеивателе конечных размеров. Выбирая одну из особенностей на рассеивателе конечного размера и корректируя ее при помощи соответствующего эталонного решения, можно уточнить решение на рассеивателе конечного размера.

К традиционным эвристическим подходам (ТЭП) относятся (ГО, ФО, ГТД, ФТД (МКВ)). Как известно, ТЭП основаны на так называемых «постулатах» и не предполагают дальнейшего уточнения. Под постулатом понимаем алгоритм действий по получению эвристического решения. Они имеют заложенную методическую погрешность. Если практическая задача требует большую точность, чем позволяют получить ТЭП, нужно применять другие подходы. Поэтому разработка новых методов, позволяющих увеличить точность традиционных эвристических подходов, представляет значительный интерес.

Эвристические решения практических задач на рассеивателях конечного размера строят при помощи решений так называемых «эталонных» задач на полубесконечных рассеивателях. В основе возможности внесения уточняющих поправок на основе эталонных задач лежит принцип локальности поля, установленный Фоком. Принцип заключается в том, что возмущение поля на особенности геометрии рассеивателя расположено в окрестности этой особенности. Из этого следует, что на особенности, расположенной на полубесконечном рассеивателе, возмущение поля – такое же, как на особенности, расположенной на рассеивателе конечных размеров. Выбирая одну из особенностей на рассеивателе конечного размера и корректируя ее при помощи соответствующего эталонного решения, можно уточнить решение на рассеивателе конечного размера.

Данная работа развивает недавно предложенный метод базовых компонентов (МБК) [1, 11], с помощью которого можно проводить уточнение эвристических решений. Условием применения МБК является получение верификационного решения, как правило, численного. Затем на основе решений более простых задач (или комбинации таких решений) строят первичную эвристическую формулу. После этого сравнивают результаты счета по первичной эвристической формуле с верификационным решением и на основе разницы между этими решениями строят настроенную функцию. Назначение этой функции – в сочетании с первичной эвристической функцией составить окончательную эвристическую формулу, наилучшим образом совпадающую с верификационным решением.

В данной работе представлен новый прием МБК – линейная комбинация двух видов эвристических формул с целью обнуления диаграммы рассеяния на краях при сохранении найденных ранее значений в точке сингулярности. Этот прием продемонстрировал хорошую эффективность во всем диапазоне углов на фоне

сложности поставленной задачи (отсутствия симметрии ДР по отношению к центральной точке углового диапазона). В качестве первичной эвристической формулы брали два выражения, основанные на коэффициентах отражения от безграничной плоскости двух видов: обычном и обобщенном, который удовлетворяет условию взаимности. Оба этих выражения совпадали с верификационным решением в точках, соответствующих направлениям «прямо вперед» и «зеркальное отражение». Целью применения процедуры настройки было обнуление диаграммы рассеяния на краях, как имело место в верификационном решении. Способом настройки стала линейная комбинация первичных формул. Результатом применения процедуры настройки стало существенное улучшение эвристической формулы во всех точках и для всех значений входных параметров.

Приведем примеры решения задач при помощи МБК: одну двумерную модельную задачу и одну трехмерную задачу.

Дифракция электромагнитной волны на полуплоскости с неидеальными граничными условиями

Рассмотрим двумерную модельную задачу дифракции ТН-поляризованной электромагнитной волны на полуплоскости с неидеальными граничными условиями. Пусть эти граничные условия таковы [12–18], что коэффициенты отражения R_{TH} и прохождения T_{TH} от безграничной плоскости с такими же граничными условиями выражаются формулами

$$R_{TH}(X_e, X_o, \psi_0) = -\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{Z_o q_0}{k W_0}}{1 + \frac{Z_o q_0}{k W_0}} + \frac{1 - \frac{Z_e q_0}{k W_0}}{1 + \frac{Z_e q_0}{k W_0}} \right), \quad T_{TH}(X_e, X_o, \psi_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - \frac{Z_o q_0}{k W_0}}{1 + \frac{Z_o q_0}{k W_0}} - \frac{1 - \frac{Z_e q_0}{k W_0}}{1 + \frac{Z_e q_0}{k W_0}} \right). \quad (1)$$

В (1) $Z_e = iX_e$, $Z_o = iX_o$, i – мнимая единица, $W_0 = 120\pi$, $q_0 = k \sin(\psi_0)$, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, X_e и X_o – действительные параметры, характеризующие величину реактивных импедансов Z_e и Z_o .

На рис. 1. изображено падение ТН-поляризованной волны на полуплоскость.

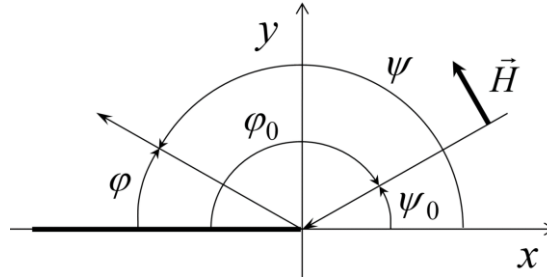


Рис. 1. Геометрия задачи.

Две системы координат (φ, φ_0) и (ψ, ψ_0) применяем для того, чтобы избежать путаницы в формулах, взятых из разных источников.

Для случая ($X_o=0$, $X_e \neq 0$) получилось хорошее совпадение [19 – 21] окончательной эвристической формулы с верификационным решением. Первичная эвристическая формула представляла собой комбинацию коэффициентов отражения и прохождения для безграничной плоскости R_{TH} и T_{TH} (1) и известного выражения для дифракционного коэффициента идеально проводящей полуплоскости [1, 8–11]:

$$fg(R_{TH}, T_{TH}, \psi, \psi_0) = \frac{1}{2} \left(\frac{1 - T_{TH}}{-\cos \frac{\varphi(\psi) - \varphi_0(\psi_0)}{2}} + \frac{R_{TH}}{-\cos \frac{\varphi(\psi) + \varphi_0(\psi_0)}{2}} \right). \quad (2)$$

Введем вспомогательную «функцию сравнения» fgr

$$fgr(R_{TH}, T_{TH}, \psi, \psi_0) = \frac{NTH \cdot fr(X_e, X_o, \psi, \psi_0)}{fg(R_{TH}, T_{TH}, \psi, \psi_0)}, \quad (3)$$

где $fr(X_e, X_o, \psi, \psi_0)$ – верификационное численное решение, полученное при помощи метода Винера-Хопфа (МВХ) [17], $NTH = (2\pi ki)^{0.5}$ – техническая нормировка.

Для случая ($X_o=0, X_e \neq 0$) окончательная эвристическая формула FH имеет вид

$$FH(m_{TH}, X_e, X_o=0, \psi_0, \psi) = \frac{fg(R_{TH}, T_{TH}, \psi, \psi_0)}{NTH} \frac{cx_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi)}{cx_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_s)}, \quad (4)$$

где

$$cx_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi) = R_{TH} [m_{TH}(X_e) \cdot X_e, m_{TH}(X_o) \cdot X_o, \frac{\psi}{2}], \quad (5)$$

$$m_{TH}(X) = \sqrt{1/2 \left[1 + \sqrt{1 + 1/4 (W_0/X)^2} \right]}. \quad (6)$$

Из (1) следует $T_{TH} = 1 + R_{TH}$, поэтому в (2) можно вынести R_{TH} за скобки. С учетом (4) построим обобщающую формулу RR_{TH} , подставив которую в (2) вместо R_{TH} , можно получить выражение (4).

$$RR_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi, \psi_s) = R_{TH}(X_e, X_o, \psi_0) \frac{cx_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi)}{cx_{TH}(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_s)}, \quad (7)$$

На основе формул для R_{TH} и RR_{TH} можно построить две функции $FH1$ и $FH2$.

$$FH1(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi) = \frac{1}{2 \cdot NTH} \left[\frac{1 - i - iR_{TH}}{-\cos \frac{\varphi(\psi) - \varphi_0(\psi_0)}{2}} - \frac{1 + i + iR_{TH}}{-\cos \frac{\varphi(\psi) + \varphi_0(\psi_0)}{2}} \right], \quad (8)$$

$$FH2(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi) = \frac{1}{2 \cdot NTH} \left[\frac{1 - i - iRR_{TH}(\varphi_{s1})}{-\cos \frac{\varphi(\psi) - \varphi_0(\psi_0)}{2}} - \frac{1 + i + iRR_{TH}(\varphi_s)}{-\cos \frac{\varphi(\psi) + \varphi_0(\psi_0)}{2}} \right], \quad (9)$$

Результаты счета по формулам (8) и (9) показаны на рис.2.

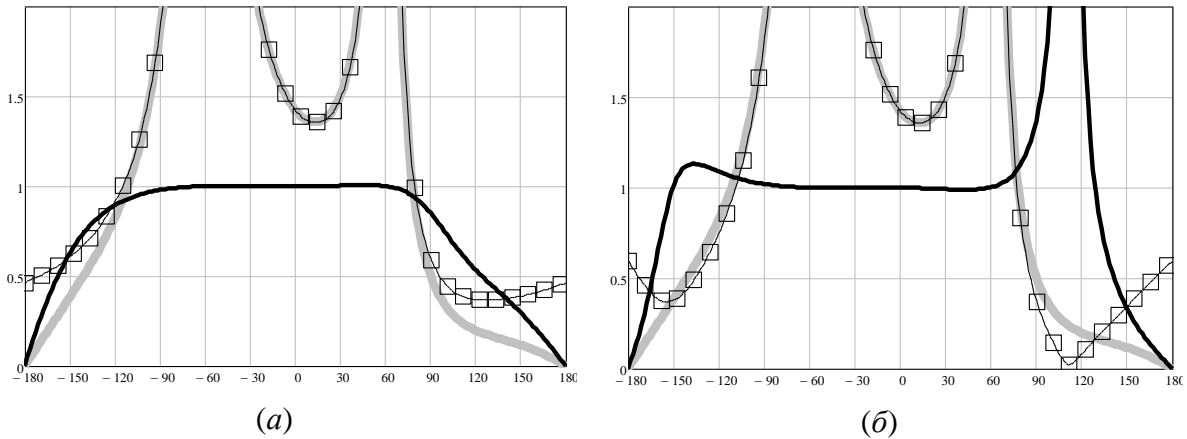


Рис.2. Диаграммы рассеяния для $X_o=300, \psi_0=120^\circ$. По горизонтали отложены величины угла ψ , по вертикали отложены амплитуды функций. На рис. 2 (а) показаны: верификационная функция (решение по МВХ) fr (сплошная серая линия), первичная эвристическая формула $FH1$ (8) (квадратики), график «функции отношений» fgr (3) для $FH1$ (8) (сплошная черная линия). На рис. 2 (б) показаны: верификационная функция (решение по МВХ) fr (сплошная серая линия), первичная эвристическая формула $FH2$ (9) (квадратики), график «функции отношений» fgr (3) для $FH2$ (9) (сплошная черная линия).

Прием по улучшению совпадения

Ни один из графиков $FH1$ или $FH2$ не дает хорошего совпадения с верификационным решением, поскольку, несмотря на совпадение с верификационным решением в точках сингулярности функции fg : $\varphi_{s1}=\pi+\varphi_0$ (граница «свет – тень» для прошедшей волны) и $\varphi_s=\pi-\varphi_0$ (граница «свет – тень» для отраженной волны), значения $FH1$ и $FH2$ на краях диаграммы рассеяния $\psi=\pm\pi$ отличаются от значений верификационной функции (решения по МВХ) fr . Для устранения этих различий найдем эвристическую формулу, представляющую собой линейную комбинацию решений $FH1$ и $FH2$ таким образом, чтобы значения в точках сингулярностей φ_{s1} и φ_s остались прежними, а значения на краях стали равными нулю, как у верификационной функции. Для этого введем функцию

$$czn = \frac{1}{2} \left[\frac{\operatorname{Re}[FH1(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi = \pi)]}{\operatorname{Re}[FH2(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi = \pi)]} + \frac{\operatorname{Im}[FH1(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi = \pi)]}{\operatorname{Im}[FH2(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi = \pi)]} \right] \quad (10)$$

И для случая ($X_o \neq 0, X_e = 0$) получаем окончательную эвристическую формулу FH

$$FH(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi) = \frac{1}{1 - czn} [FH1(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi) - czn \cdot FH2(m_{TH}, X_e, X_o, \psi_0, \psi)]. \quad (11)$$

Результаты счета по формуле (11) показаны на рис.3.

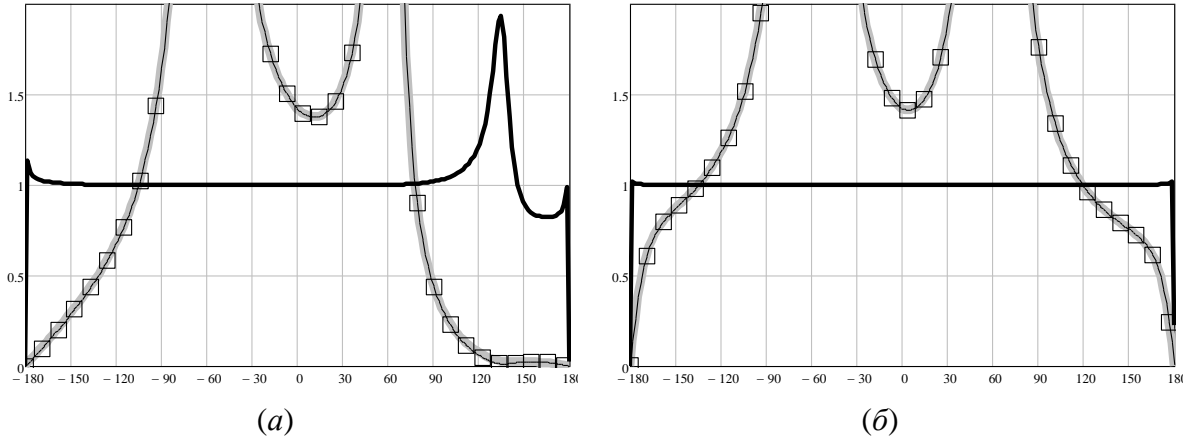


Рис.3. Диаграмма рассеяния для $X_o=200, \psi_0=120^\circ$ (а) и для $X_o=2000, \psi_0=120^\circ$ (б). По горизонтали отложены величины угла ψ , по вертикали отложены амплитуды функций. На рис. 3 показаны: верификационная функция (решение по МВХ) fr (сплошная серая линия), окончательная эвристическая формула FH (11) (квадратики), график «функции отношений» fgr (3) для FH (11) (сплошная черная линия).

Как можно видеть из графиков Рис. 3, для линейной комбинации диаграмм рассеяния (11) функция $fgr(R_{TH}, T_{TH}, \psi, \psi_0)$ (3) значительно улучшилась, поскольку она выровнялась и максимально приблизилась к 1. Переходной процесс в правой части графика fgr на Рис.3 (а) обусловлен несовпадением минимумов эвристического и верификационного решений при малых значениях ДР. На самом деле, как видим из графика ДР, отличие графиков fr и FH незначительно.

Расчеты показывают, что предложенная методика построения окончательной эвристической формулы дает такое же хорошее совпадение для всех значений X_o и ψ_0 .

Дифракция электромагнитной волны на плоском идеально проводящем квадрате

Рассмотрим трехмерную задачу дифракции ТН-поляризованной электромагнитной волны на плоском квадратном идеально проводящем рассеивателе. Геометрия задачи показана на Рис. 4.

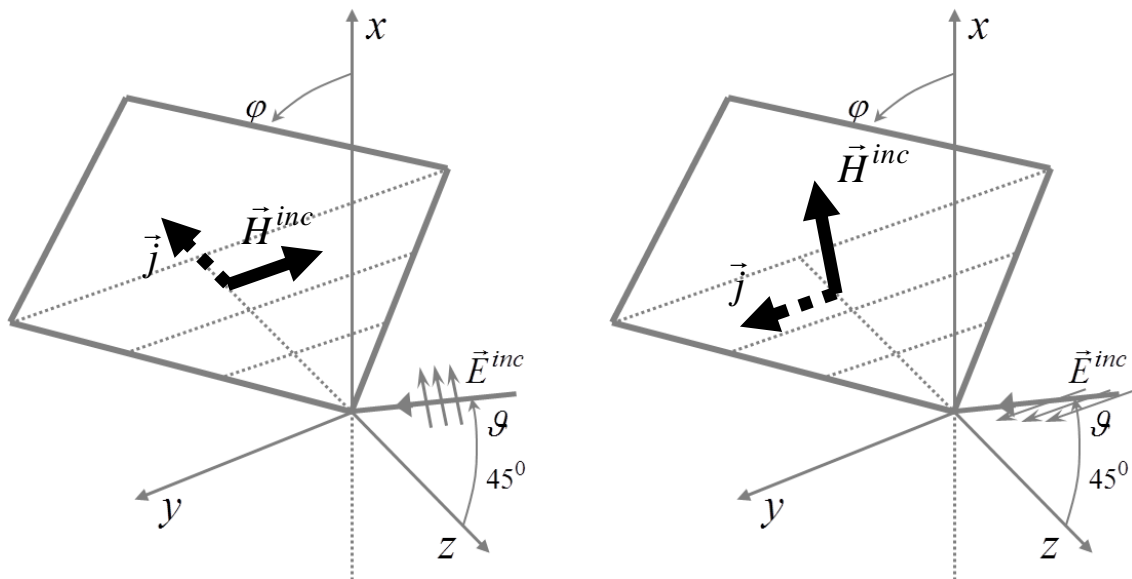


Рис. 4. Геометрия задачи. Плоская электромагнитная волна с направляющим вектором, расположенным в плоскости XOZ, падает на идеально проводящий плоский квадрат с длиной стороны a , расположенный в плоскости YOZ. Сплошной черной стрелкой показан вектор магнитного поля падающей волны, штриховой стрелкой – поверхностный электрический ток.

Детальное рассмотрение эвристического решения данной задачи в приближении метода эквивалентных контурных токов (МЭКТ) приведено в книге [1] и статьях [22 – 25]. В данной работе мы лишь покажем возможность уточнения решения [22] и приведем результаты соответствующего расчета.

Настройку эвристического решения для достижения наилучшего совпадения с верификационным решением можно осуществлять разными способами: прибавлять возмущение поля в окрестности вершины, сдвигать графики амплитуды по вертикальной оси, умножать амплитуду на постоянный коэффициент и т.п. Способы «настройки» эвристического решения по верификационному численному решению могут отличаться, но они не должны меняться во всем диапазоне значений входных параметров.

В данной работе мы не заостряем внимание на конкретных способах настройки, а лишь на частном примере показываем, что настройка возможна.

В качестве примера применения процедуры настройки рассмотрим в плоскости XOY диаграмму рассеяния квадратного рассеивателя [22] для $ka=38$, где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число, a – длина стороны рассеивателя (рис. 5).

На рис. 5 приведен пример применения процедуры настройки для геометрии, изображенной на рис. 4. После настройки на «кривой сравнения» между амплитудами поляризации прорисовались осцилляции, которые присутствуют в верификационном решении. В свою очередь, соотношение между амплитудами влияет на тип поляризации, поскольку характеризует пространственное положение векторов электромагнитного поля.

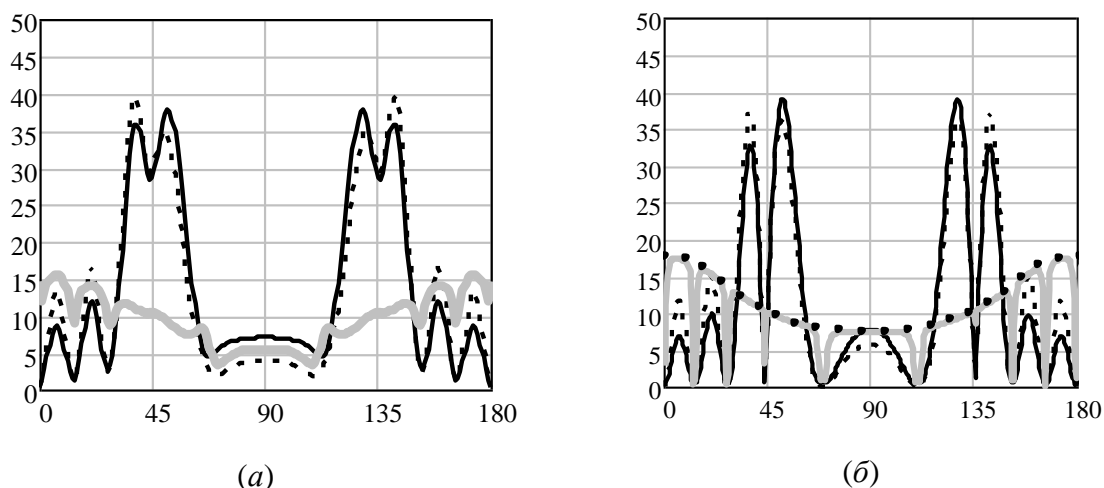


Рис. 5. Диаграмма рассеяния для $ka=38$. По горизонтали отложен угол ϕ , по вертикали – амплитуда поля. На графике (а) – строгое решение, на графике (б) – эвристическое решение. Сплошной черной кривой показана ДР для падающего поля, вектор E которого расположен в плоскости падения, пунктирной – перпендикулярен. Серой кривой показано отношение между этими поляризациями. Черным пунктиром на рис. 5 (б) показана кривая сравнения для решения МЭКТ до настройки.

Обсуждение

Особенность МБК – в том, что, в отличие от многих других подходов, которые требуют существования решения в виде аналитических выражений, его можно применять для уточнения первичной эвристической формулы на основе любого верификационного решения: строгого аналитического, численного или экспериментального. Первичную эвристическую формулу можно выбрать на основе общих физических представлений о протекании исследуемого процесса.

Применение МБК заключается в осуществлении процедуры настройки на основе сравнения с верификационным решением. Процедура настройки заключается в использовании настроечных функций и настроечных параметров, которыми воздействуют на «первичную» эвристическую функцию и получают уточненную «окончательную» эвристическую функцию.

По результатам настройки выявляются различия между эвристическим и верификационным решением, которые могут характеризовать недостатки как эвристического, так и численного решения. Причем, в зависимости от того, какое решение является более точным и надежным, можно как верифицировать эвристическое решение при помощи численного, так и верифицировать численное решение при помощи эвристического.

Выводы

В данной работе приведены примеры уточнения эвристических решений задач дифракции электромагнитных волн на полуплоскости с обобщенными импедансными граничными условиями и на идеально проводящем плоском квадрате при помощи метода базовых компонентов. Продемонстрирована возможность существенного уточнения эвристических решений на основе сравнения с численным верификационным решением.

Уточненные эвристические формулы можно применять в практических задачах вместо численных решений. Кроме того, уточненные эвристические формулы можно

применять для физической интерпретации численных решений, а также для верификации численных решений в процессе их создания.

Литература

1. Vesnik M.V. The method of the generalized Eikonal: new approaches in the diffraction theory. Berlin: Walter de Gruyter; 2015.
2. Hönl H., Maue A.W., Westpfahl K. Theory of diffraction. In: S Flügge, editor. Handbuch der Physik. Berlin: Springer-Verlag; 1961. p. 218–573. (in German).
3. Kravtsov Y.A., Zhu N.Y. Theory of diffraction: heuristic approaches. Oxford: Alpha Science Int.; 2010.
4. Born M., Wolf E. Principles of optics. Oxford, London: Pergamon Press; 1968.
5. Keller J.B. Geometrical theory of diffraction. J Opt Soc Am. 1962;52(2):116–130.
6. James G.L. Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves. London: Peter Peregrinus Ltd.; 1976.
7. Borovikov V.A., Kinber B.E. Geometrical Theory of Diffraction. London, UK: IEE; 1994.
8. Ufimtsev P.Y. Method of edge waves in the physical theory of diffraction. Moscow: Sovetskoe Radio; 1962; US Air Force Foreign Technology Division, 1–1154.
9. Ufimtsev P.Y. Theory of Edge Diffraction in Electromagnetics. Encino, California: Tech Science Press; 2003.
10. Ufimtsev P.Y. Fundamentals of the Physical Theory of Diffraction. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons, Inc.; 2007.
11. Vesnik M.V. Physical interpretation of strict solutions of diffraction problems by heuristic relations. J Math Sci. 2019; 239: 751–770. <https://doi.org/10.1007/s10958-019-04324-8>.
12. Senior T.B.A. Half plane edge diffraction. // Radio Sci. 1975; 10(6): 645.
13. Senior T.B.A. Diffraction tensors for imperfectly conducting edges. // Radio Sci. 1975; 10(10): 911.
14. Voitovich N.N., Katsenelenbaum B.Z., Korshunova E.N., et al., Electromagnetics of antennas with semitransparent surfaces. A method of constructive synthesis. Moscow: Nauka; 1989.
15. Bankov S.E. Integrated Microwave Optics. Moscow: Fizmatlit; 2018.
16. K. Klionovski and S. Bankov, “Electromagnetic wave scattering by a half-plane with generalized semitransparent boundary conditions”. // Waves in Random and Complex Media, vol. 32, no. 5, pp. 2245–2256, 2022.
17. Vesnik M.V. Using the method of base components for a heuristic solution to the diffraction problem on a half-plane with nonideal boundary conditions. // J. Commun. Technol. Electron. 2019;64:1211–1217.
18. Bankov S.E., Vesnik M.V., Kravchenko V.F. Heuristic solution to the diffraction problem on a superconducting half-plane. // J. Commun. Technol. Electron. 2020;65(4):398–405.
19. Vesnik M.V. Physical Interpretation of the Solution to the Problem of Diffraction on a Half-plane with Non-Ideal Boundary Conditions. // Journal of Engineering Research and Sciences. 2022. vol. 1, no. 3, pp. 52-58 DOI: 10.55708/js0103006
20. Vesnik M.V. New Possibilities for Constructing Heuristic Solutions to Problems of Electromagnetic Diffraction. // MDPI, Eng. 2022, 3, 27-41. <https://doi.org/10.3390/eng3010004>
21. Vesnik M.V. A technique for obtaining analytical heuristic solutions in problems of diffraction on two-dimensional semi-infinite objects with non-ideal boundary conditions. // Waves in Random and Complex Media. 2022. DOI: 10.1080/17455030.2022.2108160

22. Весник М.В. Физическая интерпретация численного решения задачи дифракции электромагнитной волны на плоском идеально проводящем рассеивателе // Журнал радиоэлектроники, № 4, 2017 (электронный журнал) <http://jre.cplire.ru/jre/apr17/7/text.pdf>
23. Весник М.В. Физическая интерпретация математически строгого решения задачи дифракции при помощи эвристических формул // Современная математика. Фундаментальные направления. Том 62 (2016). с. 32 – 52
24. Весник М.В. О возможности построения уточненного эвристического решения в задаче дифракции на плоском угловом секторе // Радиотехника и электроника, 2011, том 56, № 5, с. 573 – 586
25. Vesnik M.V., “Efficiency of Different Heuristic Approaches to Calculation of Electromagnetic Diffraction by Polyhedrons and other Scatterers”, // Radio Science, Volume 49, Issue 10, October 2014, Pages 945–953, ссылка на статью: doi: 10.1002/2014RS005520