

Излучение радиолокационного сигнала на выходе тропосферного волновода над морской поверхностью

А.Н. Теохаров¹

¹ АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца»

127083, г. Москва, ул. 8 Марта, 10, стр.1

E-mail: ateoharov@npodr.ru

В развитие радиолокационной модели волноводного канала над морской поверхностью [1] рассмотрены вопросы выхода волноводного поля из тропосферного волновода при нарушении условий существования волноводного канала. Найдены выражения для возбужденного в открытом полупространстве поля. Приведены модельные оценки диаграмм направленности излученного поля для горизонтально и вертикально поляризованных сигналов в приводном и приповерхностном инверсном волноводах.

Ключевые слова: Радиолокационный сигнал; волновод; атмосфера Земли

Radiation of a radar signal at the output of a tropospheric waveguide over the sea surface

A.N. Teokharov¹

¹ Scientific and Production Association of Long-Range Radar named after academician A.L. Mints, Moscow.

In the development of the radar model of the waveguide channel over the sea surface [1], the issues of the output of the waveguide field from the tropospheric waveguide in violation of the conditions of the waveguide channel are considered. Expressions are found for a field excited in an open half-space. Model estimates of radiated field patterns for horizontally and vertically polarized signals in drive and near-surface inverse waveguides are presented.

Keywords: Radar signal, waveguide, Earth's atmosphere

Введение

В работе [1] на основе лучевого и модового представления [2, 3] описана радиолокационная модель канала распространения радиоволн СВЧ диапазона, возникающего при определенных метеорологических условиях над поверхностью незамерзающего моря [4–7]. Распространение сигналов в таком канале происходит вдоль поверхности, и появляется возможность радиолокационного обнаружения целей, находящихся далеко за горизонтом [8].

Известно три типа волноводного канала, из которых два фиксируются достаточно чётко для практического использования [1]. Это:

1. приводный волновод испарения, который обычно располагается от поверхности океана до высот ~20 м и образуется из-за быстрого спада влажности с высотой;
2. приповерхностный инверсный волновод на высотах до 100 м, образующийся при переходе атмосферного пограничного слоя от конвективно-неустойчивого состояния к состоянию с устойчивой стратификацией.

Радиолокационная модель канала построена в [1] на основе уравнения Гельмгольца в плоскостой среде $\nabla^2 U(\mathbf{r}) + k^2 \varepsilon(z) U(\mathbf{r}) = 0$, ($\mathbf{r} = (x, y, z)$), $k = 2\pi/\lambda$ – волновое

число, $\varepsilon(z) \geq 1$ – диэлектрическая проницаемость тропосферы¹), которое решается методом разделения переменных $U(\mathbf{r}) = \sum_v A_v R_v(x, y) Z_v(z)$. Горизонтальная компонента $R_v(x, y)$ подчиняется уравнению Бесселя $\nabla_{\perp}^2 R_v(x, y) + k^2 E_v R_v(x, y) = 0$, функция Грина которого, удовлетворяющая условию излучения на бесконечности $G_{\perp v}(\Delta x, \Delta y) = -(i/4) H_0^{(1)}(v \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2})$, $E_v = v^2/k^2$ – константа разделения. Для вертикальной компоненты $Z_v(z)$ приходим к задаче Штурма-Лиувилля $\{d^2/dz^2 + k^2[\varepsilon(z) - E_v]\} Z_v(z) = 0$ на интервале $0 < z < \infty$ с соответствующими граничными условиями. Необходимым условием возникновения волноводного канала является инверсное поведение $\varepsilon(z)$ с максимумом в некоторой точке на оси z . При достаточно больших значениях глубины спада $\Delta \varepsilon_{\max} = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ решение задачи Штурма-Лиувилля может дать дискретный набор допустимых значений горизонтального волнового числа v_n , $1 \leq n \leq n_{\max} \leq \infty$ (мод волновода с $E_n = E_{v_n} \geq \varepsilon_{\min}$ с иерархией констант $\varepsilon_{\min} \leq E_{n_{\max}} < \dots < E_2 < E_1 < \varepsilon_{\max}$) и непрерывный спектр неволноводных гармоник (при $E_v < \varepsilon_{\min}$), "убегающих" при $z \rightarrow \infty$ и затухающих значительно быстрее волноводных на расстояниях $|\mathbf{r}| \rightarrow \infty$; их мы здесь не рассматриваем.

В работе [1] для приповерхностного и приводного волноводов с идеально отражающими условиями Неймана и Дирихле на водной поверхности при $z = 0$ (вертикальная и горизонтальная поляризации поля – см. [2]) в приближении ВКБ найдены: достаточное условие существования канала; максимальное число мод в канале n_{\max} ; а также ограничение на длину волны λ , при которой возможно волноводное распространение. На верхней границе $z = \infty$ полагаем условия излучения на бесконечности.

На основе радиолокационной модели волноводного канала [1] в работе [14] проанализированы дисперсионные свойства тропосферных волноводов, проведено сравнение дисперсионных характеристик приповерхностного и приводного волноводов.

В работах [15-16] проанализировано взаимодействие волноводных мод тропосферного волновода при плавном изменении диэлектрической проницаемости вдоль поверхности. Выведены уравнения связи мод, приведено решение уравнений связи, в частности, для случаев распространения двух и трех гармоник. Также в [15-16] рассмотрены прикладные вопросы, связанные с взаимодействием мод в плавных приводном и приповерхностном инверсном волноводах.

В данной работе рассмотрены вопросы выхода волноводного поля из тропосферного волновода при нарушении условий существования волноводного канала. Анализ проведен на основе метода поперечных сечений [10]. Получены выражения для возбужденного в открытом полупространстве поля. Приведены модельные оценки диаграмм направленности излученного поля для горизонтально и вертикально поляризованных сигналов в приводном и приповерхностном инверсном волноводах.

Выход волны из волновода

Полагаем, что диэлектрическая проницаемость над морской поверхностью меняется плавно в масштабе длины волны (в горизонтальном направлении): $|\nabla_{\perp} \varepsilon(\mathbf{r})| \ll k \varepsilon(\mathbf{r})$. Также считаем, что сигнал в волноводном канале распространяется вдоль оси x (вдали от источников $x_{\text{ист.}} \rightarrow -\infty$) в положительном направлении. Условие возникновения канала определяется существованием хотя бы одного (первого) дискретного решения задачи Штурма-Лиувилля.

¹Здесь и ниже используется модифицированная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(z) = \varepsilon_0(z) + 2z/R_e$, ($\varepsilon_0(z)$ – профиль истинной диэлектрической проницаемости, R_e – радиус Земли), введение которой позволяет рассматривать распространение волн над поверхностью Земли, считая Землю плоской.

В приближении ВКБ (по вертикали) это условие определяется величиной фазового интеграла $\Phi_{\max}(x, y) = k \int_0^\infty \sqrt{\varepsilon(x, y, z) - \varepsilon_{\min}(x, y)} dz > \pi\alpha_1$, $\varepsilon_{\min}(x, y) = \min_{z>0} \varepsilon(x, y, z)$, а параметр $\alpha_n = \alpha_1 + (n - 1)$ можно интерпретировать как число (стоячих) полувольт вертикальных осцилляций волнового поля n -й гармоники. Для него справедливы выражения [1, 2]:

- $\alpha_1 = 1/2$ для приповерхностного инверсного канала;
- $\alpha_1 = 1/4$ для приводного канала с условием Неймана на морской поверхности $[\partial U(\mathbf{r})/\partial z]|_{z=+0} = 0$ (вертикальная поляризация поля);
- $\alpha_1 = 3/4$ для приводного канала с условием Дирихле $U(\mathbf{r})|_{z=+0} = 0$ (горизонтальная поляризация).

Пусть при определенном значении абсциссы $x = x_1$ распределение диэлектрической проницаемости становится таковым, что волноводное распространение прекращается, то есть не удовлетворяется условие существования хотя бы одной моды поля. В приближении ВКБ это означает, что $\Phi_{\max}(x, y) > \pi\alpha_1$ при $x < x_1$, $\Phi_{\max}(x_1, y_1) = \pi\alpha_1$; далее при $x > x_1$ имеем $\Phi_{\max}(x, y) < \pi\alpha_1$; и распространение волны уже не ограничивается границами волновода - волна выходит в открытое пространство. Для оценки поведения поля в открытом пространстве используем метод Гюйгенса-Френеля.

Введем $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ – трехмерную функцию Грина уравнения Гельмгольца, удовлетворяющая при $z \geq 0$ уравнению $\nabla^2 G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) + k^2 \varepsilon(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$, граничным условиям при $z = 0$ и условиям излучения при $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| \rightarrow \infty$; $\mathbf{r}_0 = (x_0, y_0, z_0)$ – точка вне волновода с $x_0 > x_1$, $z_0 > 0$. В случае достаточно плавного изменения $\varepsilon(\mathbf{r})$ в масштабе длины волны для расчета функции Грина можно использовать один из коротковолновых асимптотических методов, например, метод геометрической оптики.

Если область V в верхнем полупространстве включает точку \mathbf{r}_0 , то (по формуле Гаусса-Остроградского) нетрудно получить выражение

$$U(\mathbf{r}_0) = \oint_S [U(\mathbf{r}) \nabla G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_S} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \nabla U(\mathbf{r})|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_S}] \mathbf{n}(\mathbf{r}_S) dS, \quad (1)$$

где интегрирование ведется по поверхности $S = \partial V$, $\mathbf{r}_S \in S$, а $\mathbf{n}(\mathbf{r}_S)$ - внешняя нормаль к поверхности S .

Выберем в качестве объема V часть пространства $\{x \geq x_1, z \geq 0\}$, ограниченное слева полуплоскостью $S_1 \equiv \{x = x_1, z \geq 0\} \subset S$, снизу – полуплоскостью $S_z \equiv \{z_0 = 0, x_0 \geq x_1\} \subset S$, и частью бесконечной сферы $S_\infty \equiv \{|\mathbf{r}| \rightarrow \infty, x > x_1, z > 0\} \subset S$. Интеграл по части бесконечной сферы S_∞ в силу условий излучения от источников внутри V равен нулю, интеграл по водной поверхности S_z также равен нулю в силу граничных условий для полей $U(\mathbf{r})$ и $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$, поэтому ограничимся интегрированием по полуплоскости S_1 с учетом того, что $\mathbf{r}_0 \in V$, а $\mathbf{n}(\mathbf{r}_S) = -\mathbf{e}_x = (-1, 0, 0)$, и получаем:

$$U(\mathbf{r}_0) = \iint_{S_1} \left\{ G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) \frac{\partial U(\mathbf{r}_1)}{\partial x_1} - U(\mathbf{r}_1) \frac{\partial G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0)}{\partial x_1} \right\} dy_1 dz_1. \quad (2)$$

Здесь $\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$ - точка на полуплоскости S_1 .

В условиях плавности (в масштабе длины волны) диэлектрической проницаемости в горизонтальном направлении пренебрегаем изменением $\varepsilon(\mathbf{r})$ в поперечном волноводному сигналу (по оси y), рассматриваем далее лишь ее зависимость вдоль распространения волны (по оси x) и решаем двухмерную задачу, фактически полагая $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon(x, z)$, где обозначен двухмерный вектор $\mathbf{p} \equiv (x, z)$. Считаем, что слева в волноводе при $x = x_1 - 0$ осталась одна первая мода:

$$U(x, z) = A_1(x) R_1(x) Z_1(x, z), \quad (3)$$

$$R_1(x) \equiv v_1^{-1/2}(x) e^{i\varphi_1(x)} = k^{-1/2} E_1^{-1/4}(x) e^{i\varphi_1(x)} \quad (4)$$

– бегущая вправо волна нормированной мощности с $E_1(x) = v_1^2(x)/k^2$, $\varphi_1(x) = \int_0^x v_1(\eta) d\eta$ – горизонтальный фазовый набег, $A_1(x)$ – плавный амплитудный множитель, $Z_1(x, z)$ – ортонормированная мембранная функция 1-й моды «сопряженного регулярного волновода сравнения» в соответствии с методом поперечных сечений [10,15,16], определяемая в каждом сечении x решением задачи Штурма-Лиувилля $\{\partial^2/\partial z^2 + k^2[\varepsilon(x, z) - E_1(x)]\}Z_1(x, z) = 0$ с соответствующими граничными условиями. В силу плавности $\varepsilon(\mathbf{r})$ полагаем $A_1(x) \approx 1$ вблизи точки $x = x_1$.

Соотношение (4) выбрано из энергетических соображений. Действительно, из уравнения Гельмгольца нетрудно получить формулу $\text{div}[\mathbf{p}(\mathbf{r})] = -w(\mathbf{r})$, где $\mathbf{p}(\mathbf{r}) \equiv [U^*(\mathbf{r})\nabla U(\mathbf{r}) - U(\mathbf{r})\nabla U^*(\mathbf{r})]/2i = \text{Im}[U^*(\mathbf{r})\nabla U(\mathbf{r})]$, $w(\mathbf{r}) \equiv k^2 \text{Im}\varepsilon(\mathbf{r})|U(\mathbf{r})|^2$. Естественно интерпретировать вектор $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ как плотность потока волнового поля в точке \mathbf{r} , а $w(\mathbf{r})$ – как плотность (активной части) энергии поля.

Тогда $R_1(x)|_{x=x_1}$ – волна единичной мощности на выходе волновода, поскольку в волноводе плотность потока $\mathbf{p}_1(\rho_1) = |Z_1(x_1, z_1)|^2 \mathbf{e}_x$ а сам поток волнового поля на выходе $P_1(x_1) = \int_0^\infty \mathbf{e}_x \mathbf{p}_1(\rho_1) dz_1 = 1$. Нетрудно показать, что на границе при $x \rightarrow x_1 - 0$ имеем $E_1(x) \rightarrow E_1(x_1) = \varepsilon_{\min}(x_1) \equiv E_{\min} = (v_{\min}/k)^2$, где $v_{\min} \equiv v_1(x_1) = k\sqrt{\varepsilon_{\min}(x_1)} = k\sqrt{E_{\min}}$.

В условиях "горизонтальной" плавности имеем $\partial R_1(x_1)/\partial x_1 \approx iv_{\min} R_1(x_1)$, а также $\partial U(\mathbf{r}_1)/\partial x_1 \approx iv_{\min} U(\mathbf{r}_1)$. Отсюда

$$U(\mathbf{r}_0) \approx R_1(x_1) \iint_{S_1} Z_1(x_1, z_1) \left\{ iv_{\min} G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0) - \frac{\partial G(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_0)}{\partial x_1} \right\} dz_1 dy_1. \quad (5)$$

В этом интеграле от ординаты y_1 зависит только функция Грина, поэтому мы интегрируем по y_1 и получим выражение

$$U(\mathbf{r}_0) = U(\rho_0) \approx R_1(x_1) \int_0^\infty Z_1(\rho_1) \left\{ iv_{\min} g(\rho_1, \rho_0) - \frac{\partial g(\rho_1, \rho_0)}{\partial x_1} \right\} dz_1; \quad (6)$$

здесь $\rho_0 \equiv (x_0, z_0)$, $\rho_1 \equiv (x_1, z_1)$, а

$$g(\rho_1, \rho_0) \equiv g((x_1, z_1), (x_0, z_0)) = \int G((x_1, y_1, z_1), (x_0, y_0, z_0)) dy_1 \quad (7)$$

– функция Грина двухмерного уравнения Гельмгольца по осям (x, z) . Отметим, что поле $U(\mathbf{r}_0)$ не зависит от координаты y_0 .

В однородном полупространстве с $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 = \text{const}$ и имеем

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \equiv G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = G_{00}(\Delta \mathbf{r}) \mp G_{00}(\Delta \mathbf{r}_0^m), \quad (8)$$

где $G_{00}(\Delta \mathbf{r}) \equiv -e^{iv_0 \Delta \mathbf{r}}/(4\pi \Delta \mathbf{r})$ – функция Грина свободного пространства, $v_0 \equiv k\sqrt{\varepsilon_0}$, $\Delta \mathbf{r}_0 \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$, $\Delta \mathbf{r}_0^m \equiv |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0^m|$, точка $\mathbf{r}_0^m = \mathbf{r}_0^m(\mathbf{r}_0) \equiv (x_0, y_0, -z_0)$ – зеркальная к точке \mathbf{r}_0 относительно плоскости $z = 0$. Знак "–" соответствует условию Дирихле функции Грина (8) на водной поверхности $z = 0$ для горизонтальной поляризации волнового поля, а "+" – условию Неймана для вертикальной поляризации.

Для двухмерной функции Грина (7) в однородном полупространстве с $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 = \text{const}$ получаем

$$g(\rho_1, \rho_0) \equiv g_0(\rho_1, \rho_0) = g_{00}(\Delta \rho_1) \mp g_{00}(\Delta \rho_1^m), \quad (9)$$

где $g_{00}(\Delta \rho) = \int G_{00}(\sqrt{\Delta \rho^2 + \Delta y^2}) d\Delta y \equiv -(i/4)H_0^{(1)}(v_0 \Delta \rho)$ – двухмерная функция Грина свободного пространства, $\Delta \rho_1 \equiv |\rho_1 - \rho_0|$, $\Delta \rho_1^m \equiv |\rho_1 - \rho_0^m|$, а точка $\rho_0^m(\rho_0) \equiv (x_0, -z_0)$ – зеркальная точка к точке ρ_0 относительно плоскости $z = 0$. Знаки "–, +" соответствуют условиям Дирихле и Неймана на поверхности $z = 0$. Асимптотически функция Ганкеля $H_0^{(1)}(\eta) \xrightarrow{\eta \rightarrow \infty} \sqrt{2/(\pi \eta)} e^{i(\eta - \pi/4)}$, откуда

$$g_{00}(\Delta \rho) \xrightarrow{\Delta \rho \rightarrow \infty} -e^{i\pi/4 + iv_0 \Delta \rho} / \sqrt{8\pi v_0 \Delta \rho} \quad (10)$$

В неоднородном пространстве справа от волновода при $x_0 > x_1$ функция Грина $g(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0)$ не совпадает с "однородной" $g_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0)$. Предполагаем плавность изменения диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{r})$ при $\mathbf{r} \in V$, используя, например, лучевое представление функции Грина (методом характеристик), можно представить ее на плоскости $x = x_1$ в виде $g(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0) \approx C g_0(\mathbf{p}_1, \tilde{\mathbf{p}}_0)$, где $|C| \sim 1$, а $\tilde{\mathbf{p}}_0$ – "кажущая" точка.

Плавность изменения $\varepsilon(\mathbf{r})$ приводит к малым искажениям волнового фронта (малому отличию лучей от прямых). Если еще предположить в тропосфере малое отличие самой диэлектрической проницаемости от вакуумной $\varepsilon(\mathbf{r}) - 1 \ll 1$, то "кажущая" точка будет "достаточно" близка к "точке наблюдения" \mathbf{p}_0 : $\tilde{\mathbf{p}}_0 \approx \mathbf{p}_0$. Полагаем, точка наблюдения \mathbf{p}_0 находится достаточно далеко от "выхода" излучения из волновода (в дальней зоне от "рупора" при $x = x_1$), то есть велики расстояния $\Delta\rho_1 = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (z_0 - z_1)^2}$, $\Delta\rho_1^m = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (z_0 + z_1)^2}$, точнее, $\Delta\rho_1, \Delta\rho_1^m \gg \{\lambda, H_{eff}, 2H_{eff}^2/\lambda\}$; $z_1 \sim H_{eff}$ – эффективная «ширина» волноводного канала. При этих условиях

$$\left\{ \begin{aligned} g(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0) &\approx g_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0) = g_{00}(\Delta\rho_1) \mp g_{00}(\Delta\rho_1^m), \\ \frac{\partial g(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0)}{\partial x_1} &\approx -iv_{min} \left\{ \frac{x_0 - x_1}{\Delta\rho_1} g_{00}(\Delta\rho_1) \mp \frac{x_0 - x_1}{\Delta\rho_1^m} g_{00}(\Delta\rho_1^m) \right\}. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Определим $\Delta\rho_0 \equiv \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + z_0^2}$ как расстояние от "источника" $\mathbf{p}_1 = (x_1, 0)$ (точка выход волны из волновода вблизи поверхности) до точки наблюдения $\mathbf{p}_0 = (x_0, z_0)$. Тогда при условии $\Delta\rho_0 \gg \{\lambda, H_{eff}, 2H_{eff}^2/\lambda\} \Rightarrow z_1/\Delta\rho_0 \leq H_{eff}/\Delta\rho_0 \ll 1$ и

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta\rho_1 &\approx \Delta\rho_0 - z_0 z_1 / \Delta\rho_0 = \Delta\rho_0 - z_1 \sin\psi, \\ \Delta\rho_1^m &\approx \Delta\rho_0 + z_0 z_1 / \Delta\rho_0 = \Delta\rho_0 + z_1 \sin\psi, \end{aligned} \right. \quad (12)$$

где введен угол места ψ : $\sin\psi = z_0/\Delta\rho_0$, $\cos\psi = (x_0 - x_1)/\Delta\rho_0$.

Используя асимптотическое представление функции Грина (10), получаем

$$\left\{ \begin{aligned} g_{00}(\Delta\rho_1) &\approx g_{00}(\Delta\rho_0) e^{-iv_{min} z_1 \sin\psi}, \quad \frac{\partial g_{00}(\Delta\rho_1)}{\partial x_1} \approx -iv_{min} \cos\psi g_{00}(\Delta\rho_0) e^{-iv_{min} z_1 \sin\psi}, \\ g_{00}(\Delta\rho_1^m) &\approx g_{00}(\Delta\rho_0) e^{iv_{min} z_1 \sin\psi}, \quad \frac{\partial g_{00}(\Delta\rho_1^m)}{\partial x_1} \approx -iv_{min} \cos\psi g_{00}(\Delta\rho_0) e^{iv_{min} z_1 \sin\psi}. \end{aligned} \right. \quad (13)$$

Тогда поле излучения в дальней зоне (6) можно представить как

$$U(\mathbf{p}_0) \approx R_1(x_1) \int_0^\infty Z_1(x_1, z_1) \left\{ iv_{min} g_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0) - \frac{\partial g_0(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_0)}{\partial x_1} \right\} dz_1, \quad (14)$$

или в соответствии с (11), (13)

$$U(\mathbf{p}_0) \approx iv_{min} R_1(x_1) g_{00}(\Delta\rho_0) (1 + \cos\psi) \cdot \int_0^\infty Z_1(x_1, z_1) \{ e^{-iv_{min} z_1 \sin\psi} \mp e^{iv_{min} z_1 \sin\psi} \} dz_1. \quad (15)$$

Определим спектр действительной функции $Z_1(x_1, z_1)$

$$\mathcal{F}_1[\eta] \equiv \int_0^\infty Z_1(x_1, z_1) e^{-i\eta z_1} dz_1 \quad (16)$$

и линейную диаграмму направленности в направлении $\mathbf{e}(\psi) \equiv (\cos\psi, \sin\psi)$ волновода как излучателя ("антенны") с эффективным раскрытием на выходе волновода при $x = x_1$

$$f(\psi) = iv_{min} (1 + \cos\psi) \{ \mathcal{F}_1[v_{min} \sin\psi] \mp \mathcal{F}_1^*[v_{min} \sin\psi] \}, \quad (17)$$

и находим

$$U(\mathbf{p}_0) \approx R_1(x_1) g_{00}(\Delta\rho_0) f(\psi). \quad (18)$$

В соответствии с (4) и (10) (при $v_{min} \Delta\rho_0 \gg 1$) получаем

$$U(\mathbf{p}_0) \approx -e^{i\pi/4 + i\varphi_1(x_1) + iv_{min} \Delta\rho_0} (v_{min} \sqrt{8\pi \Delta\rho_0})^{-1} f(\psi). \quad (19)$$

Для горизонтальной поляризации электромагнитной волны

$$f(\psi) = -2v_{min} (1 + \cos\psi) \text{Im}\{ \mathcal{F}_1[v_{min} \sin\psi] \} = \quad (20)$$

$$= -2v_{min}(1 + \cos\psi) \int_0^\infty Z_1(x_1, z_1) \sin(v_{min} \sin\psi \cdot z_1) dz_1.$$

Для вертикальной поляризации электромагнитной волны

$$\begin{aligned} f(\psi) &= 2iv_{min}(1 + \cos\psi) \operatorname{Re}\{\mathcal{F}_1[v_{min} \sin\psi]\} = \\ &= 2iv_{min}(1 + \cos\psi) \int_0^\infty Z_1(x_1, z_1) \cos(v_{min} \sin\psi \cdot z_1) dz_1. \end{aligned} \quad (21)$$

В реальных условиях ширина волновода ($\sim 10 - 100$ м) значительно больше длины волны ($\sim 1 - 10$ см), поэтому можно ввести малый параметр

$$\gamma = 1/(kH_{eff}) = \lambda/(2\pi H_{eff}) \ll 1. \quad (22)$$

Для первой моды вертикальный масштаб изменения $Z_1(x_1, z_1)$ порядка H_{eff} , что в соответствии с диаграммой (21) приводит к малой расходимости выходного потока в углах места $\psi \sim \gamma \ll 1$.

Для волны справа от волновода при $v_{min}\Delta\rho_0 \gg 1$ и $\mathbf{p}_0 = \Delta\rho_0 \mathbf{e}(\psi)$ имеем оценку $\nabla U(\mathbf{p}_0) \approx iv_{min}U(\mathbf{p}_0)\mathbf{e}(\psi)$. Тогда плотность потока волнового поля в направлении $\mathbf{e}(\psi)$ при $\Delta\rho_0 \rightarrow \infty$ можно оценить как $\mathbf{p}_+(\psi) = \operatorname{Im}(U^* \nabla U)\mathbf{e}(\psi) \approx v_{min}|U(\mathbf{p}_0)|^2 \mathbf{e}(\psi) = \mathbf{e}(\psi)|f(x_1, \psi)|^2/(8\pi v_{min}\Delta\rho_0)$.

Интегрируя плотность потока по четверти окружности $0 \leq \psi \leq \pi/2$, находим всю излученную мощность на выходе волновода

$$P_+ = \int_0^{\pi/2} \mathbf{e}(\psi) \mathbf{p}_+(\psi) \Delta\rho_0 d\psi = \int_0^{\pi/2} |f(x_1, \psi)|^2 d\psi / (8\pi v_{min}).$$

Приповерхностный (параболический) волновод

Опишем такой волновод: $\varepsilon(z) = \varepsilon_{max} - (\Delta z/z_M)^2$ для $|\Delta z| \leq H_{max}/2$, $\varepsilon(z) = \varepsilon_{min}$ для $|\Delta z| > H_{max}/2$, $\Delta z \equiv z - z_0$, $H_{max} = 2z_M \sqrt{\Delta\varepsilon_{max}}$, где z_M – параметр параболы, $\Delta\varepsilon_{max} \equiv \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$.

Если распространить параболическую зависимость $\varepsilon(z)$ на всю ось z , мембранные функции находятся из хорошо известного решения уравнений квантового гармонического осциллятора. Ограничившись таким приближением, находим $Z_1(z) = \sqrt{\kappa} \psi_0(\kappa \Delta z)$, $\psi_0(\xi_z) = \exp(-\xi_z^2/2)/\sqrt[4]{\pi}$, $\kappa = k/\sqrt{kz_M} = kH_{max}/(2\sqrt{\Delta\varepsilon_{max}})$.

Условие выхода 1-й моды из волновода $E_1(x_1) = \varepsilon_{min}(x_1)$ приводит к соотношению $\gamma \equiv \kappa(x_1)/k = \sqrt{\Delta\varepsilon_{max}(x_1)} = \lambda/[\pi H_{max}(x_1)]$, а из (22) $\kappa(x_1) = 1/H_{eff}$ и $H_{eff} = H_{max}/2$. Тогда находим Фурье-образ мембранной функции $Z_1(z)$: $\mathcal{F}_1[\eta] \equiv \mathcal{F}_1[\kappa\vartheta] = \sqrt[4]{\pi} \sqrt{2/\kappa} \exp(-\vartheta^2/2 - i\kappa z_0 \cdot \vartheta)$, где $\vartheta \approx \sin\psi/\gamma$ – безразмерный параметр.

Проведем оценку для численных значений канала: $H_{max} = 25$ м, $z_0 = 40$ м, $\lambda = 3$ см, $k \approx 2.0944 \text{ см}^{-1} \approx \nu_{11}$, откуда следует $\gamma = \kappa/k \approx 0.382 \cdot 10^{-3} \ll 1$, $kz_0 \approx 8378$, $\kappa z_0 \approx 3.2$, $\Delta\varepsilon_{max} \approx 1.46 \cdot 10^{-7}$.

Таким образом, основная часть ДН сосредоточена в углах места $0 \leq \psi \leq \gamma \approx 0.022^\circ \approx 1.313$ угл. мин. При этом расходимость лучей будет сказываться только на расстояниях $\Delta x_{max} \approx H_{max}/\operatorname{tg}(\gamma) \approx 65.45$ км. Таким образом, если на расстоянии $x_1 + \Delta x_{max}$ возникли условия существования приповерхностного волноводного канала, то наш узконаправленный пучок может снова возбудить первую волноводную моду с потерей энергии на интервале $(x_1, x_1 + \Delta x_{max})$.

На рисунке 1 приведены графики зависимости амплитуды ДН (21) от угла места для горизонтальной и вертикальной поляризаций 1-й моды в приповерхностном волноводе. Амплитуда ДН уменьшается на порядок (в 10 раз) при $\psi \approx 2.4$ угл. мин. Расчет мощности излучения дает $P_+ \approx 1.000$ как для горизонтальной, так и для вертикальной поляризации поля, причем половина мощности излучается в диапазоне углов $0 \leq \psi \leq 0.63$ угл. мин.

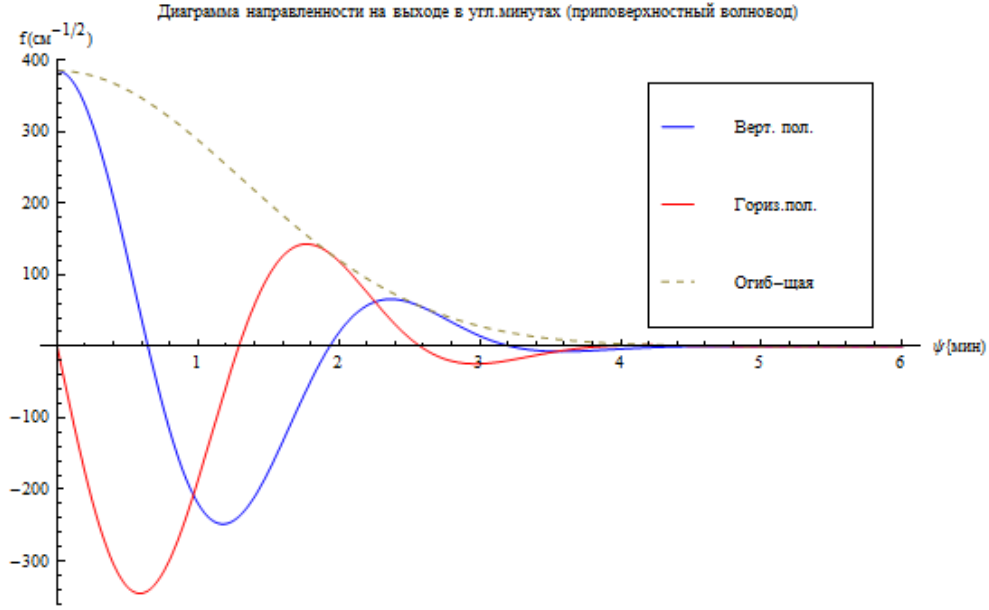


Рис. 1. Диаграмма направленности на выходе из параболического волновода

График имеет осцилляторный характер из-за интерференции прямой и отраженной от идеально отражающей морской поверхности волн, поскольку сам "рупор" волновода расположен на расстоянии от 27.5 до 52.5 м от водной поверхности.

Найдено, что горизонтально поляризованное поле волновода не излучает сигнал в открытое пространство строго параллельно поверхности при $\psi = 0$, поскольку в дальней зоне поляризация плоской волны перпендикулярна направлению распространения.

Приводный (линейный) волновод

Для него считаем, что $\varepsilon(z) = \varepsilon_{max} - z/z_M$ для $0 \leq z \leq H_{max}$, $\varepsilon(z) = \varepsilon_{min}$ для $z > H_{max}$, $H_{max} = z_M \Delta\varepsilon_{max}$, где z_M – параметр линейного спада $\varepsilon(z)$, $\Delta\varepsilon_{max} \equiv \varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}$.

Распространив линейную зависимость $\varepsilon(z)$ на всю полуось $z > 0$, можно выразить мембранные функции через функции Эйри первого рода Ai . В этом случае мембранная функция $Z_1(z) = \sqrt{\kappa} \psi_{Ai}(\kappa z - \zeta_1)$, $\psi_{Ai}(\xi_z) = C_{\psi 1} Ai(\xi_z)$, $\kappa = k/\sqrt[3]{k z_M}$.

Для горизонтальной поляризации волнового поля $Ai(-\zeta_1) = 0$, $C_{\psi 1} = 1/Ai'(-\zeta_1) \approx 1,4261$, а $-\zeta_1 \approx -2,33811$ – первый нуль функции Эйри.

Для вертикальной поляризации $Ai'(-\zeta_1) = 0$, $C_{\psi 1} = 1/Ai(-\zeta_1) \approx 1,84957$, $-\zeta_1 \approx -1,01879$ – первый нуль производной от функции Эйри.

Условие выхода 1-й моды из волновода $E_1(x_1) = \varepsilon_{min}(x_1)$ приводит к соотношениям $\gamma \equiv \kappa(x_1)/k = (\zeta_1 \lambda)/[2\pi H_{max}]$, $\Delta\varepsilon_{max}(x_1) = \zeta_1 [\gamma(x_1)]^2$, откуда из (22) находим $H_{eff} = H_{max}/\zeta_1$. Тогда получаем Фурье-образ мембранной функции $Z_1(z)$: $\mathcal{F}_1[\eta] \equiv \mathcal{F}_1[\kappa\vartheta] = (C_{\psi 1}/\sqrt{\kappa}) \cdot \int_0^\infty Ai(\xi - \zeta_1) \exp[-i\vartheta \cdot \xi] d\xi$, где $\vartheta \approx \sin\psi/\gamma$ – безразмерный параметр.

Поведем оценку для численных значений канала: $H_{max} = 15$ м, $\lambda = 3$ см, $k \approx 2,0944 \text{ см}^{-1} \approx \nu_{11}$. Для горизонтальной поляризации поля $\gamma = \kappa/k \approx 0,744 \cdot 10^{-3} \ll 1$, $\Delta\varepsilon_{max} \approx 1,295 \cdot 10^{-6}$. Для вертикальной поляризации поля $\gamma = \kappa/k \approx 0,3243 \cdot 10^{-3} \ll 1$, $\Delta\varepsilon_{max} \approx 1,07 \cdot 10^{-7}$.

Аналогично приводному волноводу, основная часть ДН при выходе излучения сосредоточена в углах места $0 \leq \psi \leq \gamma$, где для горизонтальной поляризации $\gamma \approx 0,043^\circ \approx 2,56$ угл. мин, а для вертикальной поляризации $\gamma \approx 0,019^\circ \approx 1,115$ угл. мин. При этом расходимость лучей будет сказываться только на расстояниях $\Delta x_{max} \approx H_{max}/\text{tg}(\gamma) \approx 20,16$ км (гориз. п.) и $\approx 46,25$ км (верт. п.). Таким образом, если на

расстоянии $x_1 + \Delta x_{max}$ возникли условия существования приповерхностного волноводного канала, то наш узконаправленный пучок может снова возбудить первую волноводную моду с потерей энергии на интервале $(x_1, x_1 + \Delta x_{max})$.

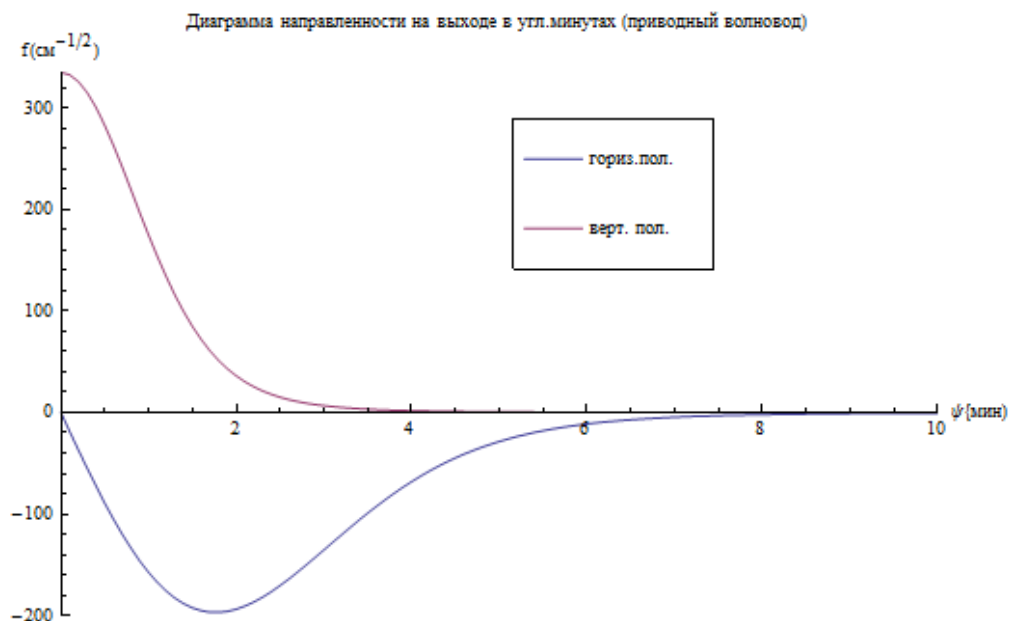


Рис. 2. Диаграмма направленности на выходе из линейного волновода

На рисунке 2 приведены графики зависимости амплитуды ДН (21) от угла места для горизонтальной и вертикальной поляризаций 1-й моды в приводном волноводе. Амплитуда ДН уменьшается на порядок (в 10 раз) при $\psi \approx 5.5$ угл. мин. для горизонтальной и $\psi \approx 2$ угл. мин. для вертикальной поляризаций. Половина мощности излучается в диапазоне углов $0 \leq \psi \leq 2$ угл. мин. для горизонтальной и $0 \leq \psi \leq 0.4$ угл. мин. для вертикальной поляризаций.

Аналогично параболическому волноводу горизонтально поляризованное поле волновода не излучает сигнал в открытое пространство строго параллельно поверхности при $\psi = 0$. При этом диапазон углов существенно больше, чем в случае с "вертикально излучающим" волноводом.

Выводы

В данной работе рассматривается распространение радиосигнала в плавном тропосферном волноводе, возникающем над поверхностью моря. При определенных условиях изменения параметров канала поле сигнала перестает удерживаться в границах волновода и излучение выходит в открытое пространство. На такой границе "выходное" сечение волновода можно представить как "рупор" излучающей антенны. Такая ситуация и является предметом данной работы.

В условиях горизонтальной плавности диэлектрической проницаемости тропосферы получены выражения для диаграмм направленности (в дальней зоне) возбужденного волноводом сигнала в присутствии идеально отражающей водной поверхности, которые зависят от Фурье-образа вертикального распределения поля первой моды на выходе из волновода. Рассмотрены случаи горизонтальной и вертикальной поляризации волноводного сигнала.

Для численных оценок приповерхностного волноводного канала использована параболическая модель вертикального профиля диэлектрической проницаемости, тогда как оценка приводного канала проводилась на основе линейного профиля. Показано, что

при разумных значениях параметров угловая ширина ДН зависит от отношения длины волны сигнала (1-10 см) к ширине канала (10-100 м) и достаточно мала ($\sim 0.001\sim 3-4$ угл.мин.).

Показано, что горизонтально поляризованное поле волновода не излучает сигнал в открытое пространство строго параллельно поверхности. При этом горизонтально поляризованный приводный канал излучает в несколько раз больший диапазон углов места, нежели вертикально поляризованный канал.

Найдено, что расходимость лучей будет сказываться только на расстояниях в десятки километров. Это дает возможность возбуждения таким излучением следующего участка тропосферного волновода, если на этих расстояниях возникнут условия существования волноводного канала.

Литература

1. Виноградов А.Г., Теохаров А.Н. Оценка возможностей и прогнозирование характеристик приводного (волноводного) атмосферного канала распространения радиолокационных сигналов // Научные технологии, т. 23, № 5, 2022, С. 49–57, – М.: Радиотехника.
2. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. – М.: Наука. Физматлит, 1999.
3. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука. 1973.
4. Гаврилов А.С. Методы расчета структуры приводного слоя атмосферы применительно к задачам радиолокации над океаном / А.С. Гаврилов, Ю.С. Петров // Рассеяние и дифракция радиолокационных сигналов и их информативность. – Л.: Изд-во СЗПИ, 1984. – С. 31–36.
5. Rogers L.T., Pauls R.A. Measured performance of evaporation duct models / Proc. Battelle Atmospheric Conference. 3-5 Dec 1996, NRD2938 (ADA323038). P. 1996.
6. Мыщенко И.М., Панкратов Л.С., Хоменко С.И. Экспериментальное исследование дальности действия судовых навигационных РЛС сантиметрового диапазона в районах Мирового океана // Харків: Харківський військовий ун-т. 2001. Вип. 2(32). С. 56-59.
7. Rotherham S. Radiowave propagation in the evaporation in the evaporation duct // The marooning Rev. 1974. 42. P. 18-40.
8. Иванов В.К., Шаляпин В.Н., Левадный Ю.В. Развитие методов прогнозирования радиолокационной наблюдаемости над морской поверхностью в ИРЭ НАН Украины // Радиофизика и электроника, том 14, № 3, 2009, С. 299-314.
9. Виноградов А.Г., Лучин А.А., Теохаров А.Н. Обработка сверхширокополосных сигналов и формирования радиолокационных изображений в РЛС дальнего обнаружения L-диапазона // Научные технологии, том 14, № 9, 2013, С. 32–36, – М.: Радиотехника.
10. Каценелебаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. – М.: АН СССР, ИРЭ, 1961. – 218 с.
11. Маркузе Д. Оптические волноводы. – М.: Мир, 1974. – 576 с.
12. Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. – М.: Мир, 1989. – 664 с.
13. Барыбин А.А. Электродинамика волноведущих структур. Теория возбуждения и связи волн. – М.: Физматлит, 2007. – 512 с.
14. Теохаров А.Н., Виноградов А.Г. Дисперсионные характеристики приводного тропосферного канала распространения радиолокационных сигналов. // Сб. докладов XXVIII Вс. открытой научной конференции «Распространение радиоволн» (16–19 мая 2023, Йошкар-Ола). Поволжский гос. технологический университет, 2023, С. 364-368.

15. Теохаров А.Н, Виноградов А.Г. Взаимодействие мод в плавном приводном тропосферном канале распространения радиолокационных сигналов. Части I-II. // Сб. докладов XXIX Вс. открытой научной конференции «Распространение радиоволн», (РРВ-2025), Казань, 30 июня – 04 июля 2025 г., с. 591–598.
16. Теохаров А.Н, Виноградов А.Г. Взаимодействие мод в плавном приводном тропосферном канале распространения радиолокационных сигналов. Часть 1, 2. // Труды XI Вс. научно-технической конференции «Дальняя радиолокация на службе Отечеству», 2024, Москва, с. 15–40.