

## Об учёте поглощения УКВ радиоволн в плазме

А.Г. Виноградов, М.В. Исаков, Н.М. Купцов, А.Н. Теохаров

АО «НПО дальней радиолокации имени академика А.Л. Минца»,  
127083, г. Москва, ул. 8 Марта, 10, стр. 1.  
E-mail: avinogradov@npodr.ru

*Разработан алгоритм расчета траекторий лучей в неоднородной среде с сильным поглощением. Предложенная методика может быть полезной при расчете полей в сильно неоднородной столкновительной плазме.*

*Ключевые слова: геометрическая оптика, лучи, поглощение, плазменное образование*

## On accounting for the absorption of VHF radio waves in plasma

A.G. Vinogradov, M.V. Isakov, N.M. Kuptsov, A.N. Teokharov

JSC NPO DAR.

*An algorithm for calculating ray trajectories in an inhomogeneous medium with strong absorption has been developed. The proposed method can be useful for calculating fields in highly inhomogeneous collisional plasmas.*

*Keywords: Geometric optics, rays, absorption, plasma formation*

### Введение

Для ультракоротких радиоволн можно воспользоваться известным высокочастотным приближением для тензора диэлектрической проницаемости плазмы [1], в котором учтён только вклад электронов и пренебрегается вкладом ионов и влиянием теплового движения. В указанном приближении компоненты тензора

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix},$$

определяющего линейную связь  $\mathbf{D} = \hat{\epsilon}\mathbf{E}$  между индукцией  $\mathbf{D}$  и напряженностью  $\mathbf{E}$  электрического поля, имеют вид [1]<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= 1 - \frac{v(1+is)}{(1+is)^2 - u}, & \epsilon_{yy} &= 1 - \frac{v[(1+is)^2 - u \sin^2 \alpha]}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}, \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \frac{v[(1+is)^2 - u \cos^2 \alpha]}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}, \\ \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = \frac{iv\sqrt{u} \cos \alpha}{(1+is)^2 - u}, & \epsilon_{xz} &= -\epsilon_{zx} = -\frac{iv\sqrt{u} \sin \alpha}{(1+is)^2 - u}, \\ \epsilon_{yz} &= \epsilon_{zy} = 1 - \frac{uv \cos \alpha \sin \alpha}{(1+is)[(1+is)^2 - u]}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\alpha$  – угол между осью  $z$  (в дальнейшем это будет направление распространения волны) и статическим магнитным полем  $H_0$ ;  $v$ ,  $u$  и  $s$  – стандартные плазменные параметры:

<sup>1</sup> Здесь и ниже формулы для  $\epsilon_{ij}$  отличаются от формул, приведённых в [1], знаком перед мнимой единицей, что связано с использованием нами временной зависимости  $e^{-i\omega t}$  вместо  $e^{i\omega t}$ , используемой в [1].

$$v = \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad u = \frac{\omega_H^2}{\omega^2}, \quad s = \frac{\nu_{\text{эф}}}{\omega}, \quad (2)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi N e^2 / m$  – квадрат плазменной частоты,  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона),  $\omega_H = e H_0 / mc$  – гирочастота;  $\nu_{\text{эф}}$  – эффективная частота соударений электронов.

Обратим внимание на тот факт, что для ультракоротких волн в ионосфере все три параметра ( $v$ ,  $u$  и  $s$ ), введённые в (2), малы по сравнению с единицей. Так, даже для максимальной концентрации электронов  $N \approx 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$  максимального магнитного поля  $H_0 = 40 \text{ А/м}$  и характерной для нижнего слоя ионосферы (слоя D) частоты соударений  $\nu_{\text{эф}} = 10^7 \text{ с}^{-1}$  уже при  $f > 6 \cdot 10^7 \text{ Гц}$  ( $\lambda < 5 \text{ м}$ )

$$v \leq 0,1, \quad \sqrt{u} \leq 0,02, \quad s \leq 0,05.$$

Поэтому для УКВ в ионосфере, как правило, используются различные приближения, основанные на малости параметров  $v$ ,  $u$  и  $s$ .

В частности, в пренебрежении магнитоактивностью ионосферы ( $u = 0$ ) недиагональные компоненты тензора  $\hat{\epsilon}$  обращаются в нуль, а диагональные становятся одинаковыми, т. е. тензор  $\hat{\epsilon}$  сводится к скаляру

$$\epsilon = 1 - \frac{v}{1 + is} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2(1 + is)} = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2(1 + is)}. \quad (3)$$

При малом поглощении ( $s \ll 1$ ) задача о распространении УКВ радиоволн удовлетворительно решается стандартным методом геометрической оптики [2, 3] с вещественными лучами, а поглощение учитывается в первом порядке метода возмущений.

Искусственные плазменные образования в атмосфере могут создаваться на значительно меньших высотах, где частота соударений  $\nu_{\text{эф}}$  возрастает, и параметр  $s$  может достигать больших значений  $s \gg 1$ . В этом предельном случае диэлектрическая проницаемость плазмы принимает вид

$$\epsilon = 1 + i \frac{v}{s} = 1 + i \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2 s}, \quad (4)$$

причем её мнимая часть оказывается малой, и распространение радиоволны происходит почти как в вакууме (с малым дополнительным ослаблением).

Наиболее сложна ситуация, когда параметр  $s$  имеет порядок единицы. В этом случае приходится анализировать задачу, в которой вещественная и мнимая части диэлектрической проницаемости имеют одинаковый порядок величины:

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2(1 + s^2)} + i \frac{4\pi N e^2 s}{m\omega^2(1 + s^2)}. \quad (5)$$

Казалось бы, что в этом случае задача могла бы решаться методом комплексной геометрической оптики [4–7], в котором вводится комплексный эйконал и строятся комплексные характеристики (лучи). Однако до сих пор в этом методе не разработана процедура построения комплексного луча, приходящего в заданную точку вещественного пространства. В результате такой подход позволил оценить особенности поля в области каустик и за ними [8], но задача о распространении волны в неоднородной поглощающей среде осталась нерешенной.

Альтернативный подход был предложен в [9], где комплексное уравнение эйконала рассматривалось как система двух нелинейных уравнений для действительной  $S_1$  и мнимой  $S_2$  частей эйконала. Оба подхода в сущности тождественны, но второй подход представляется более удобным для анализа волн в умеренно поглощающих средах, когда можно ввести малый параметр  $\kappa = \epsilon' / \epsilon'' < 1$  ( $\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$ ) и строить решение в виде рядов по этому параметру, что даёт возможность использовать старое понятие вещественных лучей. В работе [9] показано, что в первом приближении по  $\kappa$  ( $\kappa^0$ ) учёт затухания сводится к интегрированию комплексного показателя преломления вдоль

невозмущенного луча, причем поправки пропорциональны  $\kappa^2$ . Кроме того, показано, что линии потока плотности энергии, которые и следует трактовать как лучи в поглощающих средах, совпадают с траекториями, ортогональными к поверхностям  $S_1 = \text{const}$ .

В данной работе мы используем идеи подхода, предложенного в [9], для расчета поля проходящего через искусственные плазменные образования.

### Методика расчета поля

В средах без поглощения вектор Пойтинга совпадает с вектором  $\nabla S$ , где  $S$  – эйконал и таким образом линии потока энергии совпадают с лучами. В средах с поглощением существуют два несовпадающих направления – направление распространения фазы  $\nabla S_1$  и направление наибыстрейшего затухания волны –  $\nabla S_2$ , где  $S_1$  и  $S_2$  – действительная и мнимая части комплексного эйконала. Чтобы получить направление потока энергии составим вектор плотности потока интенсивности поля. Усреднённый по времени этот вектор определяется выражением [9]:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi k} \cdot \text{Im}(u^* \nabla u).$$

Здесь  $u^*$  означает комплексное сопряжение, а  $\text{Im}$  – оператор взятия мнимой части выражения. Подставляя сюда

$$\begin{aligned} u &= A \exp(ikS), \\ A &= A_1 + iA_2, \\ S &= S_1 + iS_2, \end{aligned}$$

получим

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi} e^{-2kS_2} \left\{ |A|^2 \nabla S_1 + \frac{1}{k} A_1^2 \nabla \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \right\}.$$

Таким образом с точностью до членов нулевого порядка по  $k$  (то есть в приближении геометрической оптики) энергия распространяется в направлении  $\nabla S_1$ , и для потока энергии с этой точностью имеем формулу:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi} e^{-2kS_2} |A|^2 \nabla S_1. \quad (6)$$

Важно отметить, что при получении этого выражения не предполагалась малость мнимой части диэлектрической проницаемости.

Направление распространения плотности потока интенсивности естественно принять за направления лучей в среде с поглощением.

В качестве примера рассмотрим прохождение волны через сферически симметричную область термически ионизированного воздуха в атмосфере на высотах 20–30 км. Частота столкновений электронов в слабоионизованном воздухе определяется выражением [10]:

$$\nu = 5 \cdot 10^{-17} \cdot N_m T^{5/6}.$$

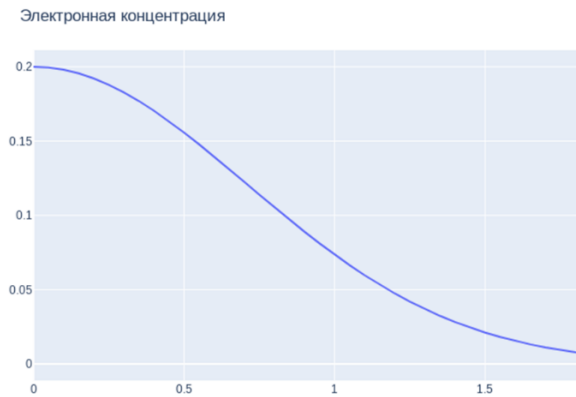
Здесь  $N_m$  – концентрация нейтральных молекул в  $\text{м}^{-3}$ ,  $T$  – температура электронов в К. На высоте 30 км концентрация молекул в воздухе составляет  $N_m = 3.83 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ . Для термически ионизованного воздуха с температурой порядка 3000 К частота столкновений составит около  $1.5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$ , то есть имеет один порядок с частотой радиоволн S-диапазона.

Для взрывной термической ионизации в присутствии легкоионизирующихся примесей распределение концентрации электронов можно описать гауссовой кривой, а распределение температуры вследствие процессов переноса в облаке имеет плато с почти постоянным значением от центра к краю и резким падением до равновесного значения на краю. Таким образом распределение концентрации электронов и температуры в ионизированном облаке можно описать формулами:

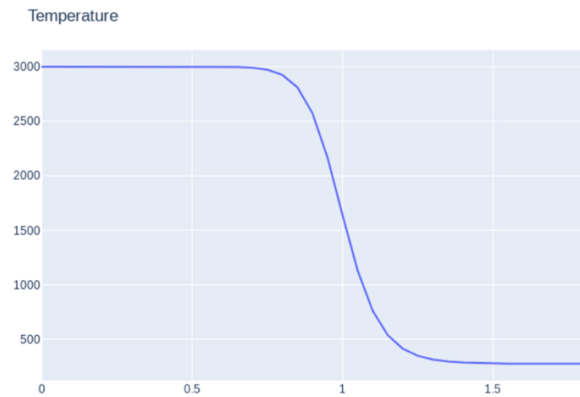
$$N_e(r) = N_0 \cdot \exp(-(r/R_0)^2),$$

$$T_e = T_0 + \frac{(T_{max} - T_0)}{(1 + (r/R_0)^2)^m}.$$

Пример распределения электронной концентрации и температуры приведены на рис. 1 и 2.

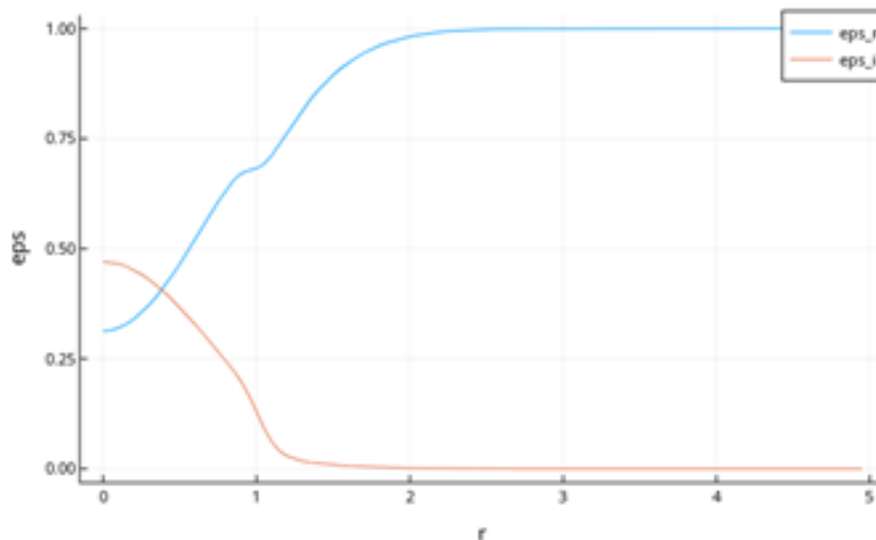


**Рис. 1. Распределение электронной концентрации (в  $10^{18} \text{ м}^{-3}$ )**



**Рис. 2. Распределение температуры**

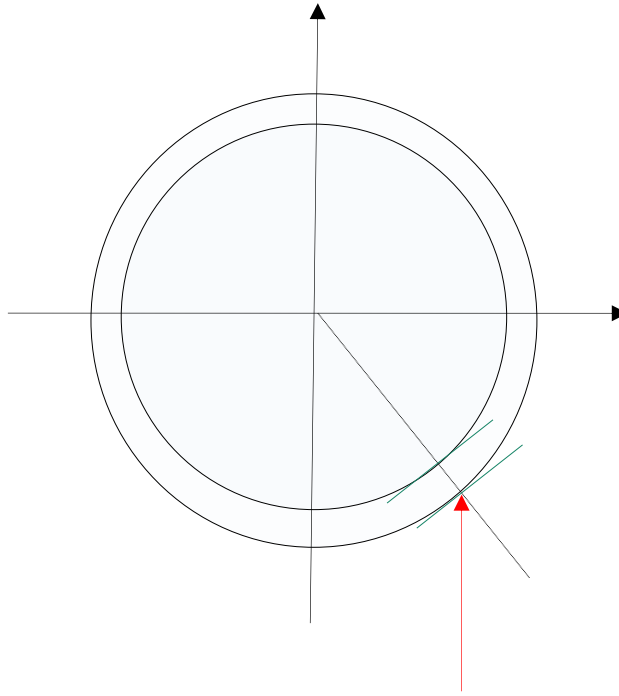
На высоте 30 км концентрация нейтральных молекул составляет около  $3.8 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ . В невозмущенной атмосфере на этой высоте свободные электроны отсутствуют. При воздействии на атмосферу ионизирующим воздействием с параметрами, показанными на рис. 1 и 2 получим сильно неоднородный шар, действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости в котором приведены на рис. 3.



**Рис. 3 Действительные и мнимые части диэлектрической проницаемости**

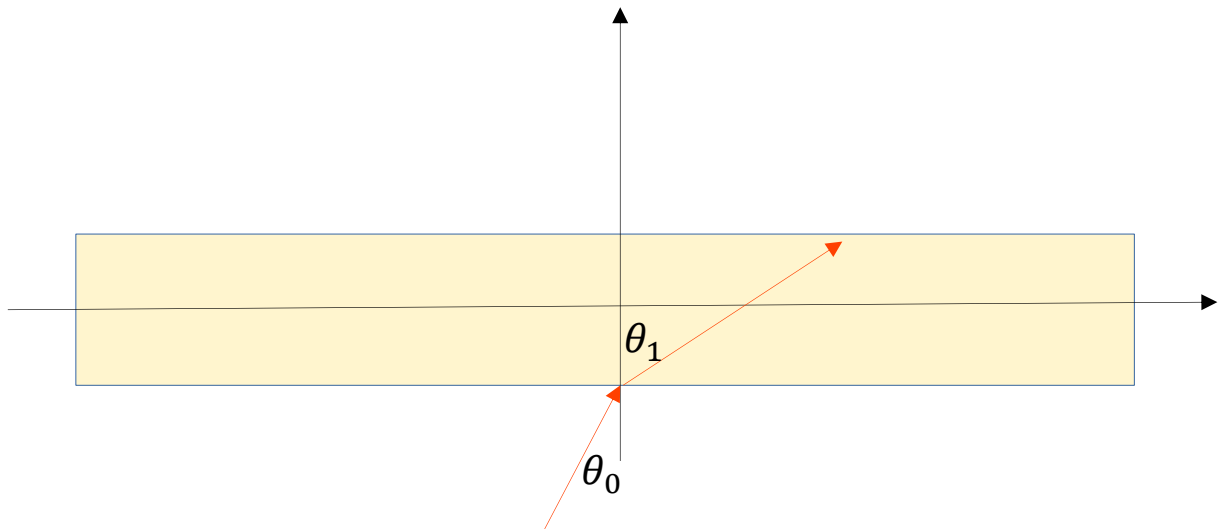
Как видно из рис. 3 вблизи центра облака действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости близки и обе части сильно неоднородные. При этом переход от неоднородной среды к однородной невозмущенной плавный и отражением на границе неоднородности можно пренебречь.

Для построения лучевой картины в неоднородной среде с поглощением рассмотрим локально плоскостойкую аппроксимацию.



**Рис. 4. Геометрия задачи**

Выделим тонкий сферический слой, и в точке падения луча заменим его плоскостной аппроксимацией, как показано на рис. 4. Повернем систему координат по часовой стрелке, чтобы плоский слой располагался горизонтально. Геометрия задачи в плоском слое изображена на рис. 5.



**Рис. 5. Плоскостная аппроксимация**

Решение в плоском слое можно записать в виде:

$$U = U_0 \cdot \exp(-ikS),$$

где эйконал  $S$  представляется в виде [11]:

$$S = \sqrt{\epsilon} \sin(\theta_1) x + \sqrt{\epsilon} \cos(\theta_1) z,$$

а угол преломления определяется законом Снеллиуса:

$$\sqrt{\epsilon_0} \sin(\theta_0) = \sqrt{\epsilon} \sin(\theta_1).$$

Для комплексной диэлектрической проницаемости угол  $\theta_1$  также становится комплексным. Действительная и мнимые части эйконала зависят как от действительной,

так и от мнимой частей  $\varepsilon$ . Направление распространения вектора Пойтинга определяется, как указано в 9 градиентом действительной части эйконала:

$$\theta_p = \arctg \left[ \left( \frac{\partial S_1}{\partial x} \right) / \left( \frac{\partial S_1}{\partial z} \right) \right],$$

где  $S_1 = \text{Re } S$ . Если толщина слоя  $h$ , то точка выхода луча  $x = h \cdot \text{tg}(\theta_p)$ .

Вернемся теперь к исходной системе координат, осуществив поворот против часовой стрелки:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(\phi) x - \sin(\phi) z, \\ z_1 &= \sin(\phi) x + \cos(\phi) z. \end{aligned}$$

В новой точке находим новый радиус-вектор и строим новую плоскостойкую аппроксимацию. Эйконал  $S$  по сути является скалярным произведением волнового вектора на радиус-вектор точки. Скалярное произведение инвариантно относительно поворота системы координат и его векторы преобразуются по такому же закону:

$$\begin{aligned} S'_x &= \cos(\phi) S_x - \sin(\phi) S_z, \\ S'_z &= \sin(\phi) S_x + \cos(\phi) S_z \end{aligned}$$

где компоненты исходного волнового вектора  $S_x$  и  $S_z$  определяются соответственно

$$\begin{aligned} S_x &= \sqrt{\varepsilon} \sin(\theta_1), \\ S_z &= \sqrt{\varepsilon} \cos(\theta_1). \end{aligned}$$

Новый комплексный угол преломления будет определяться обобщенным законом Снеллиуса

$$S'_x = \sqrt{\varepsilon} \sin(\theta),$$

где  $\varepsilon$  уже вычисляется в новой точке, и процедура повторяется.

Результат вычисления луча в сферически слоистой неоднородной среде с неоднородным поглощением показан на рис. 6

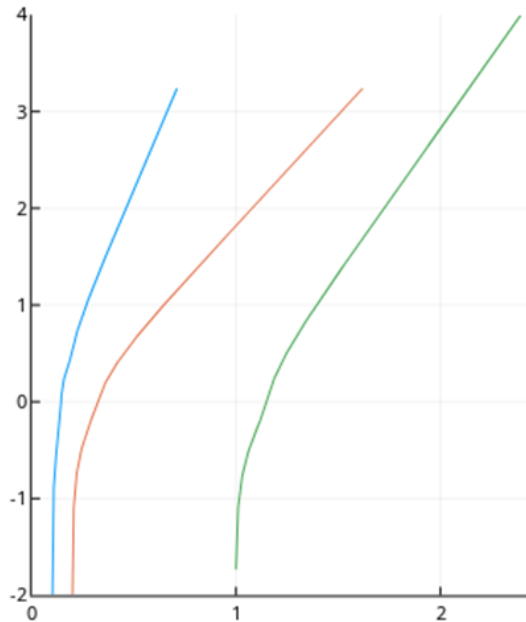


Рис. 6. Траектория луча в сферически неоднородной плазме с параметрами рис. 3.

### Выводы

Разработан алгоритм расчета траекторий лучей в неоднородной среде с сильным поглощением, без необходимости перехода в комплексное пространство координат  $(x, z)$ , простой физической интерпретацией лучевых траекторий. Данная методика может быть полезной при расчете полей в сильно неоднородной столкновительной плазме.

### Литература

1. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
2. Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
3. Кравцов Ю.А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.
4. Кравцов Ю.А., Островский Л.А., Степанов Н.С. Геометрическая оптика неоднородных и нестационарных диспергирующих сред // ТИИЭР. – 1974. – т. 62, № 11. – с. 91–112.
5. Сухи. Распространение импульсов в неоднородной анизотропной среде с умеренным поглощением // ТИИЭР. – 1974. – т. 62, № 11. – с. 185–192.
6. Беннет. Комплексные лучи при распространении радиоволн в поглощающей ионосфере // ТИИЭР. – 1974. – т. 62, № 11. – с. 193–202.
7. Коннор, Фелсен. Комплексные пространственно-временные лучи и их применение в теории распространения импульсов в поглощающих диспергирующих средах // ТИИЭР. – 1974. – т. 62, № 11. – с. 203–218.
8. Кравцов Ю.А. Комплексные лучи и комплексные каустики // Изв. ВУЗов, "Радиофизика". – 1967. – т. 10, № 9-10. – с 1283–1304.
9. Арсаев И.Е., Кинбер .Б.Е. К вопросу о геометрооптическом подходе при распространении волн в неоднородных поглощающих средах // Изв. ВУЗов, "Радиофизика". – 1968. – т. 11, № 9. – с 1377–1387.
10. Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973
11. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Издательство АН СССР, 1957