

Решение обратной задачи пирометрии методом наименьших квадратов с использованием «гибридных» и численных методов для полиномиальной модели излучательной способности

П.В. Зинин¹, П.А. Гришаев¹, М.И.Андреев², М.Ф. Булатов², И.Б. Кутуза¹

¹ Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН
117342, г. Москва, ул. Бутлерова, д. 15

E-mail: zinin@ntcup.ru

² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Факультет космических исследований, 119991, г. Москва, Ленинские Горы, д.1, строение 52, 2-й учебный корпус

В работе проведен численный поиск решений обратной задачи пирометрии с использованием хорошо разработанных методов минимизации, таких как метод Нелдера-Мида или алгоритм Левенберга-Марквардта. Показано, что метод Нелдера-Мида чаще всего дает решения, близкие к решениям, полученным гибридным методом. Метод Левенберга-Марквардта позволяет описать структуру наблюдаемых минимумов суммы квадратов отклонений, но не обеспечивает статистически корректного решения для различных начальных параметров. Гибридный метод, разработанный в НТЦ УП РАН, сочетает в себе преимущества обоих подходов: он позволяет найти корректное решение и наблюдать структуру минимумов метода наименьших квадратов. Кроме того, гибридный метод является самым быстрым с точки зрения количества итераций, необходимых для сходимости. Это поведение напрямую обусловлено минимизацией только одного параметра вместо двух для модели серого тела, трех для линейной модели и четырех для квадратичной модели излучательной способности. Ключевые слова: пирометрия, излучательная способность, метод наименьших квадратов

Solution of the inverse pyrometry problem by the least squares method using "hybrid" and numerical methods for a polynomial emissivity model

P.V. Zinin¹, P.A. Grishaev¹, M.I. Andreev², V.F. Bulatov², I.B. Kutuza¹

¹ Scientific and technological centre of Unique instrumentation RAS. Russia, 117342, Moscow, ul. Butlerova, 15,

² Faculty of Space Research, Lomonosov MSU, Russia, 119991, Moscow, Leninskiye Gory, 1-52

This paper presents a numerical search for all solutions to the inverse pyrometry problem using well-developed minimization methods, such as the Nelder-Mead method or the Levenberg-Marquardt algorithm. It is shown that the Nelder-Mead method most often yields solutions close to those obtained by the hybrid method. The Levenberg-Marquardt method allows one to describe the structure of the observed minima of the sum of squared deviations, but does not provide a statistically correct solution for various initial parameters. The hybrid method, developed at the Scientific and technological centre of Unique instrumentation, Russian Academy of Sciences, combines the advantages of both approaches: it allows one to find the correct solution and observe the structure of the minima of the least-squares method. Furthermore, the hybrid method is the fastest in terms of the number of iterations required for convergence. This behavior is directly due to the minimization of only one parameter instead of two for the gray-body model, three for the linear model, and four for the quadratic emissivity model.

Keywords: pyrometry, emissivity, least squares method

Введение

Излучательная способность материала ε описывает способность поверхности материала излучать на определенной длине волны по сравнению с излучением черного

тела [1]. При измерении теплового излучения в коротком интервале длин волн можно предположить, что излучательная способность не зависит от длины волны при фиксированной температуре T_0 : $\varepsilon(\lambda, T_0) = \varepsilon$ [2]. Метод наименьших квадратов (МНК) используется для определения значений температуры и излучательной способности нагретого тела по бесконтактным многоспектральным измерениям теплового излучения [1]. Для нахождения минимума суммы квадратов отклонений $S(T)$ варьируются два параметра: температура T и излучательная способность ε [2]. Когда экспериментальные данные не могут быть описаны приближением серого тела, следует использовать другие модели излучательной способности. Для моделирования излучательной способности в многоволновых пирометрических измерениях чаще всего используется полиномиальная зависимость излучательной способности от длины волны [2, 7]. В работе [3] было показано, что гибридный метод может свести многомерную минимизацию к одномерной для полиномиальной зависимости излучательной способности. Было показано, что при применении гибридного метода для приближения модели серого тела сумма остатков, как функция температуры, имеет один минимум, тогда как для линейной полиномиальной модели она имеет два минимума, а для квадратичной полиномиальной модели — три минимума. К сожалению, проведенные в [4] расчеты не могут ответить на вопрос: «Способен ли гибридный метод найти все минимумы суммы квадратов в случае полиномиальной зависимости коэффициента излучения?» Цель данной работы — провести численный поиск всех минимумов суммы квадратов отклонений с использованием хорошо разработанных методов минимизации, таких как метод Нелдера-Мида [5] или алгоритм Левенберга-Марквардта [6]. Эти методы могут найти все минимумы функции, если их комбинировать с методом Монте-Карло, который обеспечивает начальные точки для метода минимизации [15, 16].

Численный поиск решений обратной задачи пирометрии

В случае модели серого тела $\varepsilon = \varepsilon_0$ (рис. 1, а) гибридный метод находит единственный минимум, численные методы Нелдера-Мида и Левенберга-Марквардта также находят единственное решение. Частота ложных решений, полученных численными методами, составляет менее 0,5%. В случае линейной модели $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1\lambda$ (рис. 2, б) гибридный метод обнаруживает два минимума. Гибридный метод выбирает в качестве решения минимум с более низкой температурой. Численный метод Нелдера-Мида дает единственное решение, которое совпадает с решением гибридного метода. Численный метод Левенберга-Марквардта дает два минимума. Показано, что решение с более высокой температурой получается чаще (65,78% случаев), чем решение с более низкой температурой, используемой в моделировании (33,34% случаев). В случае квадратичной модели $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1\lambda + \varepsilon_2\lambda^2$ (рис. 2, в) гибридным методом обнаружены три минимума. Гибридный метод выбирает в качестве решения минимум с более низкой температурой. Численный метод Нелдера-Мида дает два решения: основное (96,54% случаев) при 1975 ± 120 К, которое совпадает с решением, полученным гибридным методом, и вторичное (2,50% случаев) при 1875 ± 120 К, которое отклоняется в сторону более низких температур. Метод Левенберга-Марквардта дает три решения. Наиболее статистически вероятное значение — 3900 ± 50 К (48,89% случаев), наиболее удалено от истинного значения, в то время как наиболее близкое к нему значение — 1950 ± 75 К (31,21% случаев), является лишь вторым по частоте встречаемости. Однако метод Левенберга-Марквардта полностью воспроизводит минимумы суммы квадратов отклонений, идентифицированные гибридным методом.

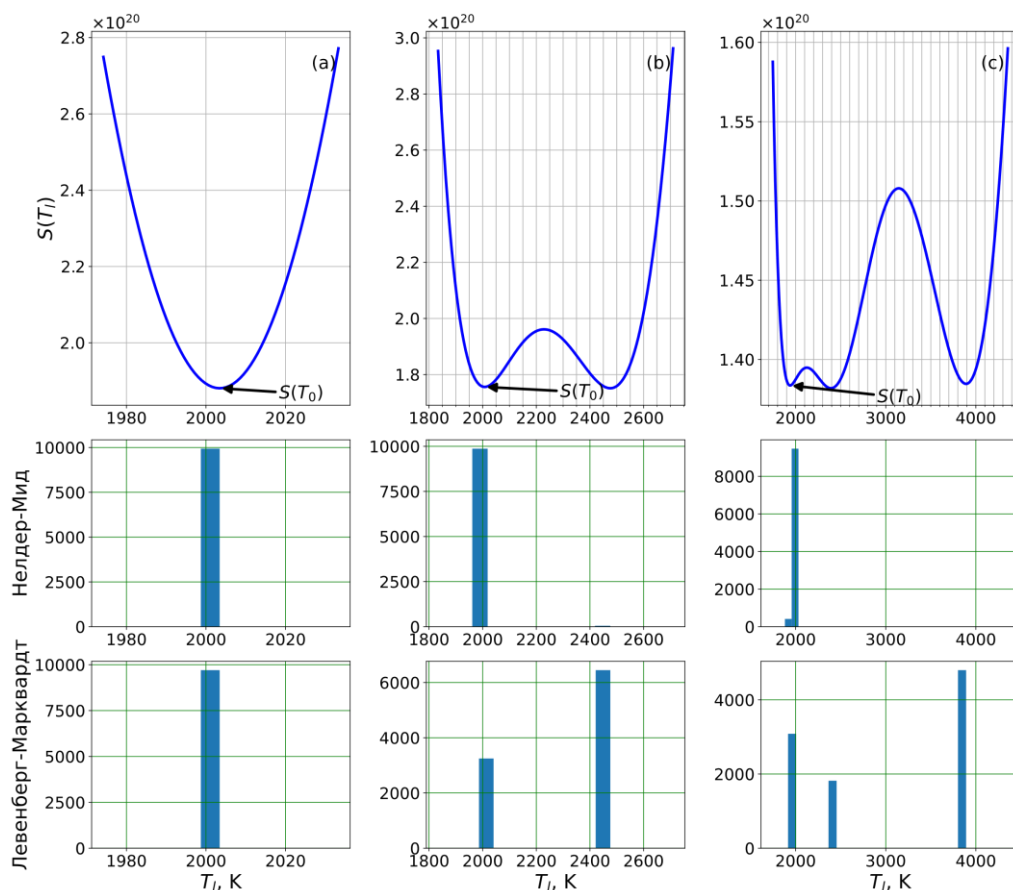


Рис. 1. Сравнение решения задачи гибридным методом и методами Нелдера-Мида и Левенберга-Марквардта для смоделированного сигнала при $T = 2000$ К, $\lambda = 500 - 1000$ нм, $\text{SNR} = 30$ дБ. (а) $\varepsilon = \varepsilon_0$, (б) $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1\lambda$, (с) $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_1\lambda + \varepsilon_2\lambda^2$. Для гибридного метода по оси y показано $S(T)$; для численных методов по оси y показано количество решений; по оси x представлена температура T .

Выводы

Таким образом, метод Нелдера-Мида чаще всего дает решения, близкие к решениям, полученным гибридным методом, и, следовательно, к значениям, заданным при моделировании. Метод Левенберга-Марквардта, однако, позволяет описать структуру наблюдаемых минимумов функции $S(T)$, но не обеспечивает статистически корректного решения для различных начальных параметров. Гибридный метод сочетает в себе преимущества обоих подходов: он позволяет найти корректное решение и наблюдать структуру минимумов функции $S(T)$. Кроме того, гибридный метод является самым быстрым с точки зрения количества итераций, необходимых для сходимости. Это поведение напрямую обусловлено минимизацией только одного параметра вместо двух для модели серого тела, трех для линейной модели и четырех для квадратичной модели излучательной способности.

Работа выполнена в рамках государственного задания НТЦ УП РАН (шифр темы: FFNS-2025-0007) с использованием оборудования Уникальной научной установки НТЦ УП РАН «Лазерный нагрев в ячейках высокого давления» [НТИРФ ID: 507563, <https://unu.ntcup.ru/>].

Литература

1. Магунов, А.Н., Спектральная пирометрия. 2012, Москва: Физматлит.
2. Зинин, П.В., Булатов, К.М., Быков, А.А., Мантрова, Ю., Кутуза, И.Б. Дистанционное измерение распределения температуры на поверхности твёрдых тел при воздействии мощного лазера в ячейках высокого давления. // Успехи физических наук 2022. V.192, №. 8. P. 1-13.
3. Зинин, П., Гришаев, П., Булатов, К. Определение зависимости излучательной способности от длины волны с использованием гибридного метода наименьших квадратов для бесконтактных измерений температуры. // Теплофизика и аэромеханика 2025. V.32, №. 3.
4. Зинин, П.В., Гришаев, П.А., Булатов, К.М. Определение зависимости излучательной способности от длины волны с использованием гибридного метода наименьших квадратов для бесконтактных измерений температуры. // Теплофизика и аэромеханика 2025. V.32, №. 3. P. 585-603.
5. Nelder, J.A. Mead, R. A Simplex Method for Function Minimization. // Comput. J. 1965. V.7, P. 308-313.
6. Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Numerical Recipes (Fortran version) 1989, Cambridge: Cambridge University Press.