

Вариации параметров контактных жесткостей в модели "линейного скольжения" в зависимости от структуры сопрягаемых сред при ультразвуковом контроле

К.Е. Аббакумов¹

¹Федеральное государственное автономное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ"

197022, г. Санкт-Петербург, ул. Профессора Попова, д. 5, литера Ф.

E-mail: keabbakumov@etu.ru

Представлены результаты исследований влияния параметров структурных неоднородностей сопрягаемых сред на характеристики контактного взаимодействия для граничных условий в приближении "линейного скольжения". Получены и проанализированы результаты вычислений модулей контактных жесткостей для актуальных вариантов слоистого строения несплошностей для случаев распространения упругих волн вдоль и поперек слоев. В выводах сформулированы направления практического использования полученных соотношений и выявленных закономерностей в задачах определения физико-механических характеристик конструкционных материалов.

Ключевые слова: акустический контакт, несплошности, граничные условия, "линейное скольжение", модули контактной жесткости, коэффициент перфорации

Variations in the parameters of contact stiffness in the linear sliding model depending on the structure of the mating media during ultrasonic testing

К.Е. Abbakumov¹

¹ Sankt-Petersburg State Electrical Engineering University of LETI.

The results of studies of the influence of structural heterogeneity parameters are presented mating media for contact interaction characteristics for boundary conditions in "linear sliding" approximation. Results of calculations of moduli of contact stiffnesses for actual versions of layered structure of discontinuities for cases of propagation of elastic waves along and across layers are obtained and analyzed. The conclusions formulate directions for practical use of the obtained ratios and identified laws in the tasks of determining the physical and mechanical characteristics of structural materials.

Keywords: acoustic contact, discontinuities, boundary conditions, "linear sliding," moduli of contact stiffness, perforation coefficient

Введение

Современный этап научно-технического прогресса характеризуется появлением новых видов конструкционных материалов и технологий их изготовления. Эти факторы сопровождаются появлением соответствующих структурных особенностей и новых типов несплошностей. Известно, что при использовании ультразвуковых измерений для решения актуальных задач промышленного неразрушающего контроля важная роль принадлежит наличию аналитических моделей, устанавливающих зависимости между параметрами, оцениваемыми по результатам ультразвуковых измерений, и характеристиками структурных изменений. Наличие таких зависимостей позволяет осуществлять корректное решение прямых и обратных при определении физико-механических характеристик материалов по результатам ультразвуковых измерений. А

также оценивать влияние на эти характеристики возникающих из-за нарушения технологий отклонений в сплошности вещества и наличия дефектов.

Постановка задач исследований. Вывод аналитических соотношений.

Одной из характерных особенностей материалов, изготавливаемых с помощью аддитивных технологий, а также некоторых видов композитов, является возникновение в них несплошностей с неплотным прилеганием взаимодействующих поверхностей микротрещин [1]. В работах [2-4] показана полезность использования для описания взаимодействия ультразвука с такими несплошностями модернизированных граничных условий в приближении «линейного скольжения». Их отличие, например, от граничных условий для жесткого «сварного» контакта заключается в возникновении «разрывов» в передаче упругих смещений при сохранении непрерывности в передаче упругих напряжений. Можно показать [5], что при наличии аксиальной симметрии поля упругих волн, передаваемых через плоскую границу раздела двух твердых упругих сред, сохраняют актуальность два компонента тензора контактных жесткостей, ответственных за передачу упругой волны в нормальном и тангенциальном направлениях по отношению к плоскости границы раздела.

В явном виде аналитические выражения для этих величин получены в [5], и имеют вид:

$$KN = \frac{\rho_1 \cdot c_{l1}^3 \cdot \rho_2 \cdot c_{l2}^3}{\rho_1 \cdot c_{l1}^2 + \rho_2 \cdot c_{l2}^2} \cdot \frac{\xi}{f \cdot d^2 \cdot (1 - \xi)}, \quad (1)$$

$$KT = \frac{\rho_1 \cdot c_{t1}^3 \cdot \rho_2 \cdot c_{t2}^3}{\rho_1 \cdot c_{t1}^2 + \rho_2 \cdot c_{t2}^2} \cdot \frac{\xi}{f \cdot d^2 \cdot (1 - \xi)}, \quad (2)$$

где: KN , KT – модули нормальной и тангенциальной контактных жесткостей, соответственно, размерность контактных жесткостей – н/м³; ρ_1 , ρ_2 – плотности прилегающих сред 1 и 2; c_{l1} , c_{t1} , c_{l2} , c_{t2} – фазовые скорости продольной и поперечной волн в средах 1 и 2, соответственно; f – линейная частота ультразвука; d – среднее расстояние между контактными выступами; ξ – коэффициент перфорации (отношение площади участка микровыступа с наличием акустического контакта к площади микровыступа d^2).

Вычисления по формулам (1) и (2) использовались при решении задач о проницаемости границы между упругими средами в случае их монолитного строения [4]. Очевидно, что в случае отклонения свойств сред от монолитных, необходимые коррективы должны вноситься и в граничные условия [6-8].

В работе рассмотрено несколько вариантов структурного разнообразия сопрягаемых сред, требующих определения соответствующих эффективных параметров.

Слоистая среда при движении волнового процесса параллельно слоям.

На рис. 1 представлена схема движения объемных волн в соответствующей системе координат. При выводе ограничимся рассмотрением распространения плоских волн для режима гармонических колебаний. Будем также рассматривать материалы слое и полупространства однородными и изотропными. Пренебрежем также наличием затухания ультразвука в средах.

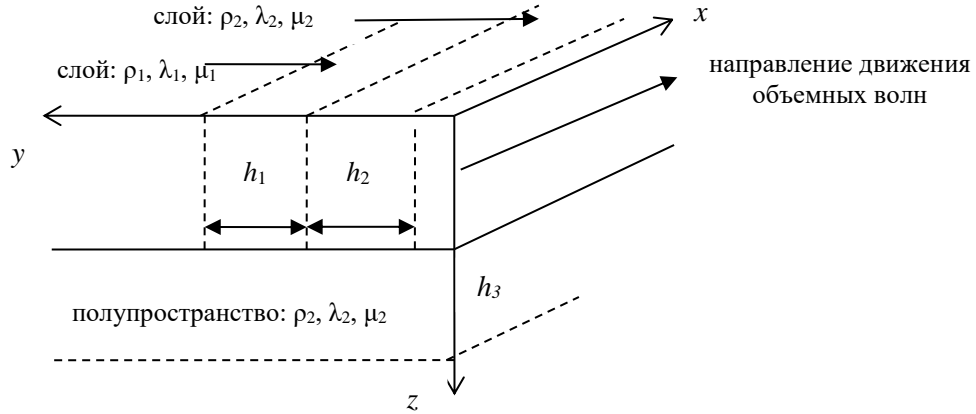


Рис. 1. Система координат и схема движения объемных волн вдоль слоев, образующих плоскостойкую структуру

Следую рекомендациям [9,10] можно показать, в низкочастотном приближении для тонких слоев что выражение для дисперсионного уравнения, определяющего возможные значения фазовой скорости продольной волны примет следующий вид:

$$A + B + C - D = 0, \quad (3)$$

где:

$$\begin{aligned} A &= 4(\mu_1 - \mu_2)^2 \cdot X_1 \cdot X_2, \\ B &= \rho_1 \cdot \omega^2 \cdot (\rho_1 \omega^2 / k^2 - 4(\mu_1 - \mu_2)) \cdot X_2 \cdot (\beta_1 h_1 / 2), \\ C &= \rho_2 \cdot \omega^2 \cdot (\rho_2 \omega^2 / k^2 + 4(\mu_1 - \mu_2)) \cdot X_2 \cdot (\beta_2 h_2 / 2), \\ D &= (\rho_2 \rho_1 \omega^2 / k^2) \cdot (Y_1 \cdot (\beta_2 h_2 / 2) + Y_2 \cdot (\beta_1 h_1 / 2)), \\ X_1 &= k^2 (\beta_1 h_1 / 2) + \alpha_1 \beta_1 (\alpha_1 h_1 / 2), \quad X_2 = k^2 (\beta_2 h_2 / 2) + \alpha_2 \beta_2 (\alpha_2 h_2 / 2), \\ Y_1 &= k^2 \cdot (\beta_1 h_1 / 2) - \alpha_2 \beta_1 \cdot (\alpha_2 h_2 / 2), \quad Y_2 = k^2 \cdot (\beta_2 h_2 / 2) - \alpha_1 \beta_2 \cdot (\alpha_1 h_1 / 2), \\ \alpha_1 &= \sqrt{k_{l1}^2 - k^2}, \quad \alpha_2 = \sqrt{k_{l2}^2 - k^2}, \quad \beta_2 = \sqrt{k_{t2}^2 - k^2}, \\ k_{l1} &= \omega / c_{l1}, \quad k_{l2} = \omega / c_{l2}, \quad k_{t1} = \omega / c_{t1}, \quad k_{t2} = \omega / c_{t2}, \quad k = \omega / c_{ll}, \end{aligned}$$

ω – круговая (циклическая) частота; c_{l1} , c_{t1} – скорости продольной и поперечной волн в среде 1; c_{l2} , c_{t2} – скорости продольной и поперечной волн в среде 2; k , c_{ll} – волновое число и фазовая скорость эффективной продольной волны, соответственно. Остальные обозначения соответствуют выражениям (1) и (2).

Выражение (3) после преобразований с учетом малости волновых размеров слоев h_1 и h_2 может быть сведено к следующему виду:

$$c_{ll}(n) = \sqrt{\frac{1 + n(1-n) \cdot \frac{(\rho_1 c_{l1}^2 - \rho_2 c_{l2}^2) \cdot [\rho_1 (c_{l1}^2 - c_{t1}^2) - \rho_2 (c_{l2}^2 - c_{t2}^2)]}{\rho_1 \cdot c_{l1}^2 \cdot \rho_2 \cdot c_{l2}^2}}{[\rho_1 \cdot n + \rho_2 \cdot (1-n)] \cdot \left[\frac{n}{\rho_1 \cdot c_{l1}^2} + \frac{1-n}{\rho_2 \cdot c_{l2}^2} \right]}}, \quad (4)$$

где: $n = h_1 / (h_1 + h_2)$, $1-n = h_2 / (h_1 + h_2)$ – относительные толщины слоев.

Проведя аналогичные действия по отношению к поперечной волне с упругим смещением вдоль оси "Y" (в плоскости YX), при тех же допущениях можно найти выражение для фазовой скорости эффективной поперечной волны:

$$c_{tl}(n) = \sqrt{\frac{n \cdot \rho_1 \cdot c_{t1}^2 + (1-n) \cdot \rho_2 \cdot c_{t2}^2}{\rho_1 \cdot n + \rho_2 \cdot (1-n)}}. \quad (5)$$

В случае направления вектора смещения поперечной волны вдоль оси "Z" (в плоскости XZ) формула (3) может быть преобразована к виду:

$$ct_{xz} = \frac{1}{\sqrt{(n \cdot \rho_1 + (1-n) \cdot \rho_2) \cdot \left(\frac{n}{\rho_1 \cdot c_{t1}^2} + \frac{1-n}{\rho_2 \cdot c_{t2}^2} \right)}}. \quad (6)$$

В качестве примера проводились вычисления по формулам (4, 5) для материалов слоев 1 и 2 соответственно: $\rho_1 = 2500 \text{ кг/м}^3$, $c_{l1} = 4000 \text{ м/с}$, $c_{t1} = 1600 \text{ м/с}$ (плотный металлургический шлак); $\rho_2 = 7800 \text{ кг/м}^3$, $c_{l2} = 5920 \text{ м/с}$, $c_{t2} = 3230 \text{ м/с}$ (углеродистая сталь), [11]; частота ультразвука – 1 МГц, пространственный период в направлении оси Y слоистой структуры – $h_1 + h_2 = 1 \text{ мм}$. На рис. 2 и рис. 3, соответственно представлены результаты вычислений по формулам (4) и (5) для зависимостей фазовых скоростей эффективных продольных и поперечных волн, распространяющихся в слоистой среде вдоль слоев. Как следует из графиков при малых значениях относительной толщины слоя 1 среда представляет собой монолит с параметрами среды 2 и наоборот, что согласуется с физическим представлением.

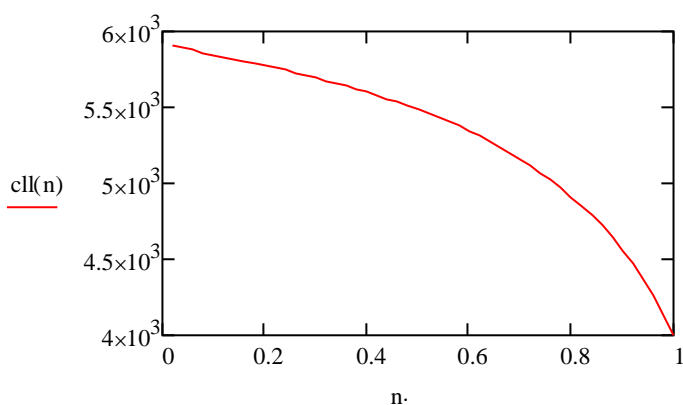


Рис.2. Зависимость фазовой скорости эффективной продольной волны при движении вдоль слоев от относительной толщины слоев

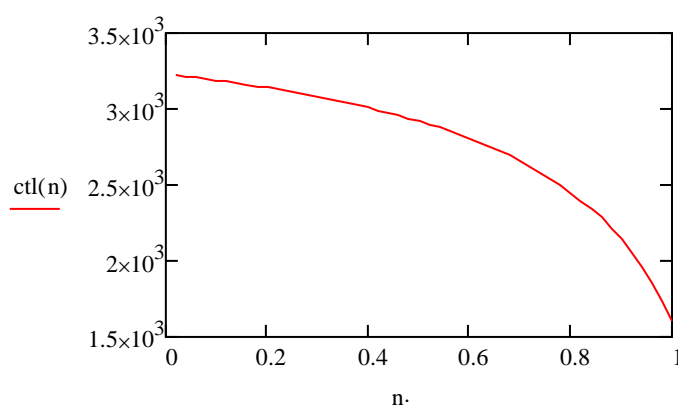


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости эффективной поперечной волны при движении вдоль слоев от относительной толщины слоев

Полученные выражения (4) и (5) использовались далее при подстановке в формулы (1) и (2) для вычисления контактных жесткостей. Результаты вычислений представлены на рис. 4, 5 для нормальной и тангенциальной контактных жесткостей, соответственно. Для сравнения на тех же графиках представлены значения контактных

жесткостей в случае монолитно среды 1. Видно, что отличие может быть очень существенным, и должно учитываться при постановке и решении соответствующих задач.

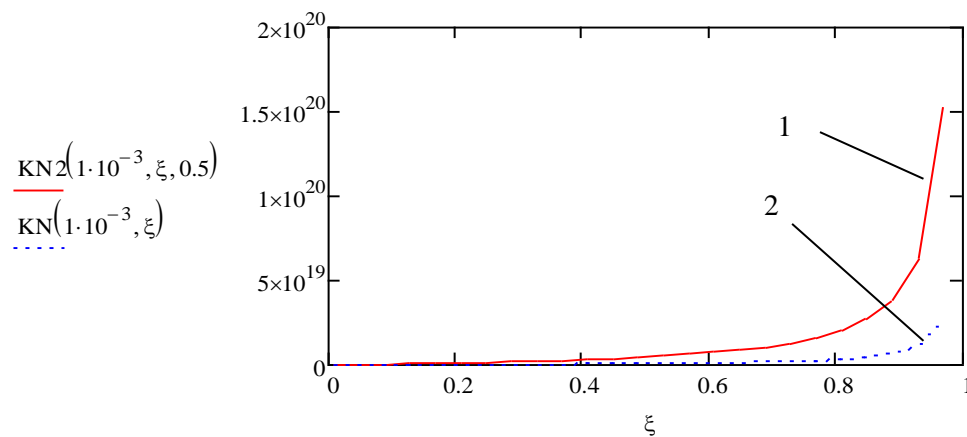


Рис. 4. Зависимости нормальных контактных жесткостей от коэффициента перфорации: 1- слой структурированный, полупространство монолитное; 2 - слой и полупространство монолитные; $n = 0,5$

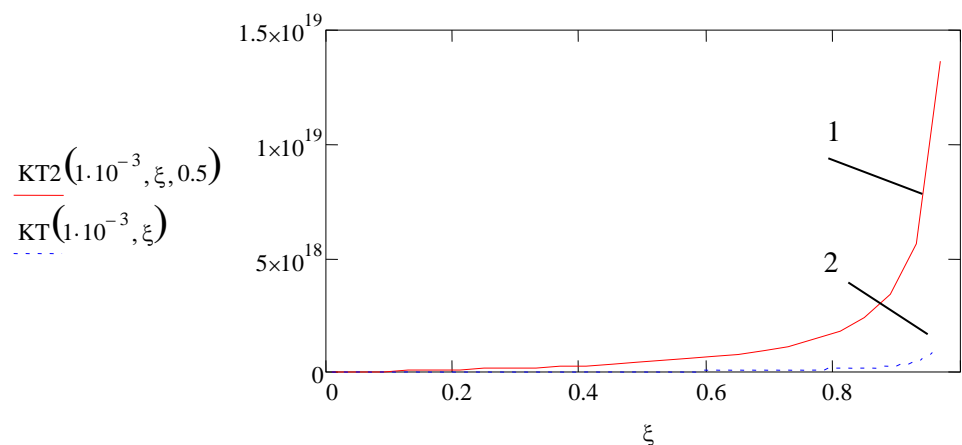


Рис. 5. Зависимости тангенциальных контактных жесткостей от коэффициента перфорации: 1- слой структурированный, полупространство монолитное; 2 - слой и полупространство монолитные; $n = 0,5$

Слоистая среда при движении волнового процесса параллельно слоям.

На рис. 6 представлена схема движения объемных волн в соответствующей системе координат.

Можно показать, следуя рекомендациям [10], что в низкочастотном приближении при малой толщине слоев дисперсионное уравнение для определения фазовой скорости эффективной продольной волны, примет вид:

$$1 - \frac{[k_{le} \cdot (h_1 + h_2)]^2}{2} = \left[1 - \frac{(k_{l1}h_1)^2}{2} \right] \cdot \left[1 - \frac{(k_{l2}h_2)^2}{2} \right] - \frac{1 + \left(\frac{\rho_2 c_{l2}}{\rho_1 c_{l1}} \right)^2}{\left(\frac{\rho_2 c_{l2}}{\rho_1 c_{l1}} \right)} \cdot (k_{l1}h_1) \cdot (k_{l2}h_2) \quad (7)$$

где k_{le} - волновое число эффективной продольной волны с фазовой скоростью $c_{lp}(n)$ на частоте $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

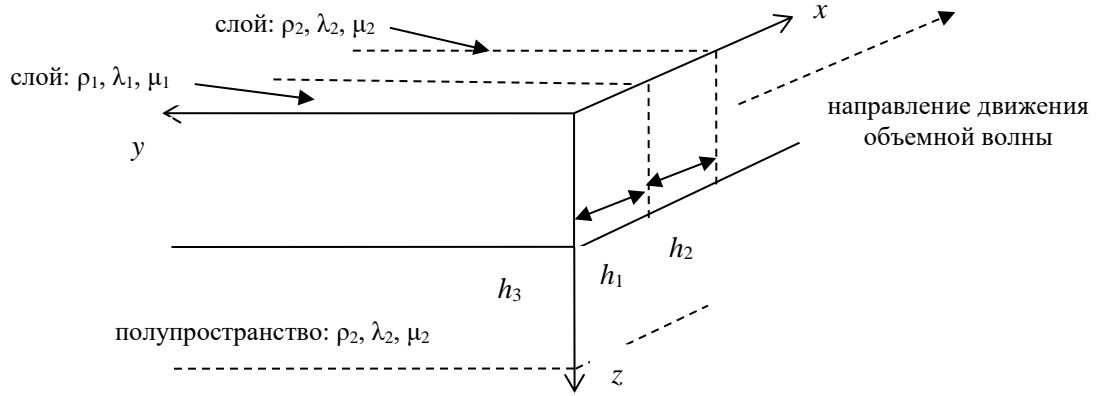


Рис. 6. Система координат и схема движения объемных волн поперек слоев, образующих плоскостойкую структуру

После упрощения выражения (7) приводится к виду, удобному для вычисления фазовых скоростей продольных и поперечных волн, распространяющихся ортогонально по отношению к слоям:

$$clp(n) = \frac{1}{\sqrt{(\rho_1 \cdot n + (1-n) \cdot \rho_2) \cdot \left(\frac{n}{\rho_1 \cdot c_{l1}^2} + \frac{1-n}{\rho_2 \cdot c_{l2}^2} \right)}}, \quad (8)$$

Отметим, что выражение для фазовой скорости эффективной поперечной волны, движущейся перпендикулярно слоям будет совпадать с выражением (6).

На рис. (6), (7) в качестве примера представлены результаты вычислений по формулам (8) и (6) фазовых скоростей эффективных продольной и поперечной волн при движении перпендикулярно слоям для таких же значений параметров как на рис. (2), (3)

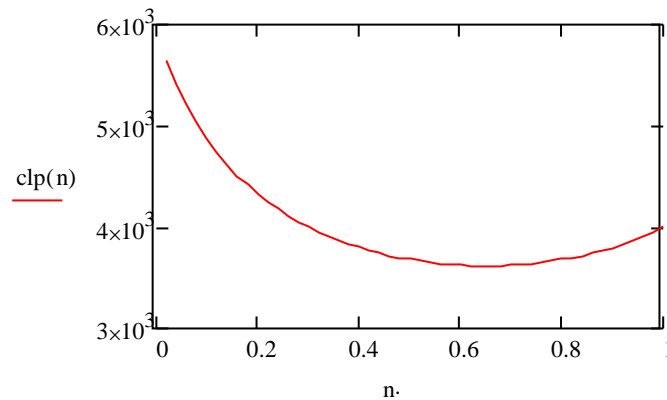


Рис.7. Зависимость фазовой скорости эффективной продольной волны при движении перпендикулярно слоям слоев от относительной толщины слоев

Можно показать, следуя рекомендациям [10], что в низкочастотном приближении при малой толщине слоев дисперсионное уравнение для определения фазовой скорости эффективной продольной волны, примет вид:

$$1 - \frac{[k_{le} \cdot (h_1 + h_2)]^2}{2} = \left[1 - \frac{(k_{l1} h_1)^2}{2} \right] \cdot \left[1 - \frac{(k_{l2} h_2)^2}{2} \right] - \frac{1 + \left(\frac{\rho_2 c_{l2}}{\rho_1 c_{l1}} \right)^2}{\left(\frac{\rho_2 c_{l2}}{\rho_1 c_{l1}} \right)} \cdot (k_{l1} h_1) \cdot (k_{l2} h_2) \quad (9)$$

где k_{le} - волновое число эффективной продольной волны с фазовой скоростью $clp(n)$ на частоте $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$.

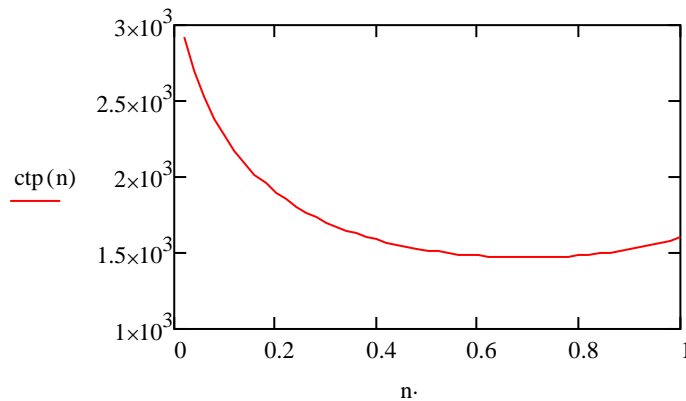


Рис.8. Зависимость фазовой скорости эффективной продольной волны при движении перпендикулярно слоям слоев от относительной толщины слоев

Как видно из графиков, что для предельных значений относительных толщин слоев значения фазовых скоростей стремятся к величинам фазовых скоростей в монолитных материалах. Обращает на себя внимание наличие минимума на графиках, что, вероятно, можно объяснить наличием дополнительного фазового набега при преодолении упругой волной естественной границы между слоями.

Полученные выражения (8) и (6) использовались далее для вычислений контактных жесткостей при сопряжении структурированных сред. Результаты подстановки (8) и (6) в (1) и (2) и вычислений контактных жесткостей в зависимости от коэффициента сплошности (перфорации) для использованных значений параметров представлены на рис. (9) и (10).

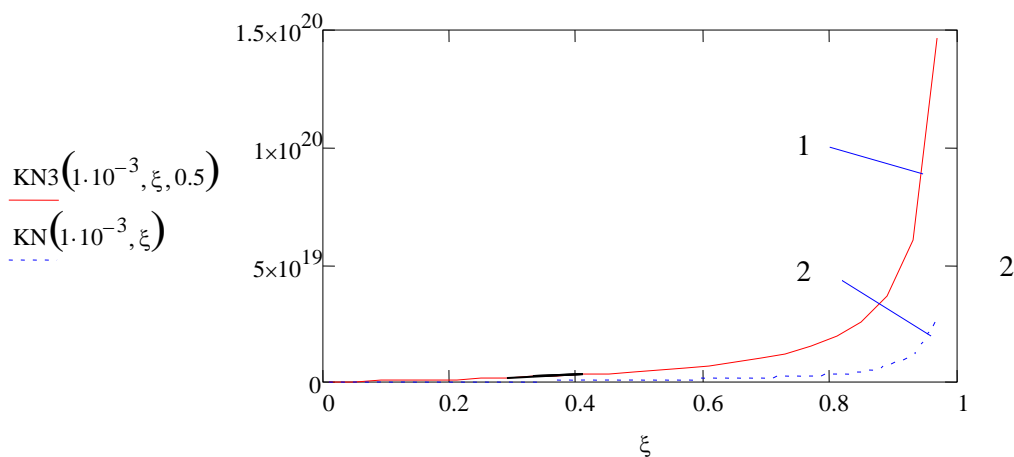


Рис. 9. Зависимости нормальных контактных жесткостей от коэффициента перфорации: 1- слой структурированный, полупространство монолитное; 2 - слой и полупространство монолитные; $n = 0,5$

Из графиков видно, что значения нормальной и тангенциальной контактных жесткостей при наличие структурных особенностей в одном из слоев могут значительно

отличаться от случая монолитного строения вещества, как и в случае распространения волн параллельно слоям.

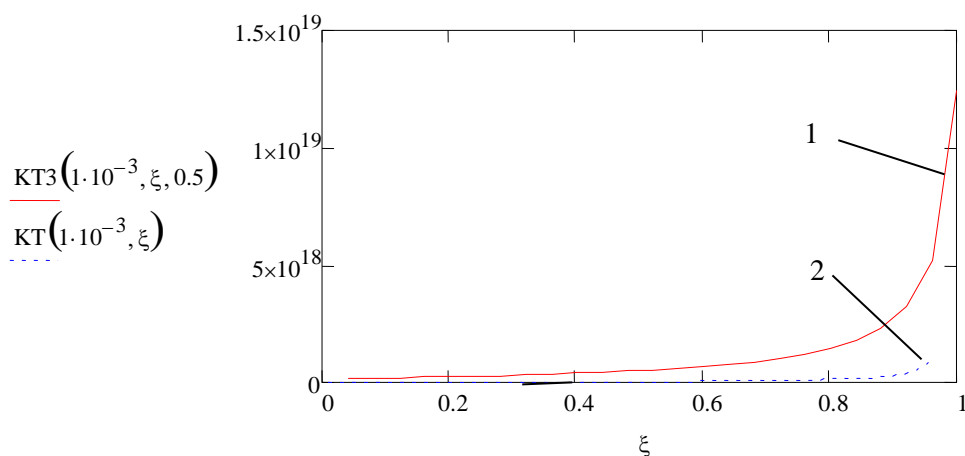


Рис. 10. Зависимости тангенциальных контактных жесткостей от коэффициента перфорации: 1- слой структурированный, полупространство монолитное; 2 - слой и полупространство монолитные; $n = 0,5$

Выводы

Граничные условия в приближении «линейного скольжения» имеют высокую эффективность, позволяя в аналитической форме изменять контактные свойства границы твердых, упругих сред от условий «свободной» границы до условий «сварного» контакта.

При вычислениях значений модулей контактных жесткостей, применяемых при формировании граничных условий в приближении «линейного скольжения», нужно учитывать особенности структурного строения прилегающих сред, в значительной степени влияющие на условия передачи упругих волн через границу твердых сред.

Особый интерес представляет введение необходимых коррективов в случае сложноструктурированных гранулированных сред, физические свойства которых могут значительно отличаться от монолитных [12]

Литература

1. Справочник по триботехнике: в 3 т. Т.1. Теоретические основы/ под общ. ред. М. Хебды, М.: Машиностроение, 1989. 400с.
2. Schoenberg M. Elastic waves behavior across linear slip interfaces//J.Acoust.Soc.Amer.1980. Vol.68, no.5. P.1516–1521.
3. Schoenberg M. Wave propagation in alternating fluid-solid layers//Wave Motion.1984. Vol.6. P.303–320.
4. Schoenberg M., Hsu Ch.-J. Elastic waves through a simulated fractured medium//Geophysics.1994. Vol. 58, no.7. P. 964–977.
5. Аббакумов К.Е., Рассеяние плоских упругих волн на микрошероховатой границе раздела твердых сред// Дефектоскопия 2017. № 7. С.3–13.
6. Потапов А.И., Махов В.Е. Физические основы контроля упругих характеристик анизотропных композиционных материалов ультразвуковым методом//Дефектоскопия, 2017. №11. С.33–49.

7. Алешин Н.П., Мурашов В.В., Щипаков Н.А., Краснов И.С., Ложкова Д.С. Экспериментальное исследование возможностей и особенностей ультразвукового контроля деталей, изготовленных по аддитивным технологиям//Дефектоскопия.2016. № 12.С. 17–24.
8. Аббакумов К.Е., Вагин А.В. Сидоренко И.Г. Акустические характеристики медных сплавов, полученных двойным вакуумным переплавом//Сб. тр.8-й Международной научно-технич. конф. «Современные методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов». Могилев: Изд-во БРУ, 2022. С.3–7.
9. Лепендин Л.Ф. Акустика. М. Высшая школа, 1978 г. С. 446.
10. Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
11. Кретов Е.Ф. Ультразвуковой контроль в энергомашиностроении. 4-е изд. СПб.: Изд-во «СВЕН», 2014. 312 с.
12. Быков В.Г. Поглощение упругих волн в тонком слое зернистой среды// Акустический журнал. 1997. Т.43, №3. С. 323–328.