

Середа А.С.

Научный руководитель: к.с.н. Смолина Н.В.

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23  
e-mail: albina.sereda19@yandex.ru

### Применение производной в экономике

Производная функции – одно из фундаментальных понятий математики, характеризующее скорость изменения функции в данной точке. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при стремлении последнего к нулю:  $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ . Производная – важнейший инструмент экономического анализа. С ее понятием связаны предельные величины (предельный доход, предельные издержки, предельная полезность и др.), характеризующие не состояние, а изменение экономического объекта. Экономический смысл производной заключается в следующем: она выступает как скорость изменения некоторого экономического процесса с течением времени или относительно другого исследуемого фактора. Производная применяется в решении задач по экономической теории. Она может использоваться при нахождении предельных величин, при исследовании функции на экстремум с целью определения ее наибольшего или наименьшего значения. Рассмотрим пример задачи, которая решается с помощью производной.

Условие: переменные издержки фирмы по производству телефонов описываются уравнением  $VC=0,5q^2$ , где  $q$  – объем выпуска продукции, тыс. шт. Постоянные издержки описываются уравнением  $FC=8$ . Цена единицы продукции равна 5. Определить, при каком объеме выпуска ( $q$ ):

- 1) фирма будет получать прибыль; 2) фирма максимизирует прибыль.

Решение:

1) Формула прибыли:  $Pr=TR-TC$ ,

где  $Pr$  (profit) – прибыль;

$TR$  (total revenue) – совокупная выручка (доход);

$TC$  (total cost) – совокупные издержки.

Условие получения фирмой прибыли – превышение совокупного дохода над совокупными издержками, то есть  $TR-TC > 0$ .

Совокупный доход – это сумма дохода, получаемого фирмой от продажи определенного количества блага:  $TR=P \cdot q$ .

Совокупные издержки представляют собой сумму постоянных и переменных издержек при каждом конкретном уровне производства:

$$TC = FC + VC.$$

Исходя из условия, составим уравнения:

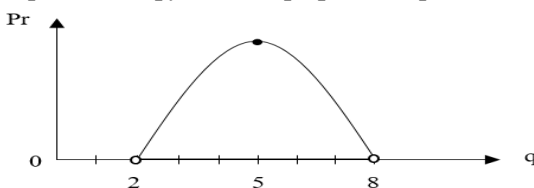
$TR=5 \cdot q$  - совокупный доход

$TC=8+0,5q^2$  - совокупные издержки

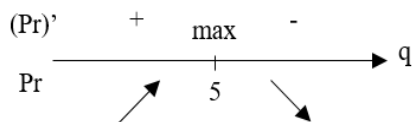
$Pr=5 \cdot q - (8+0,5q^2)=5q-8-0,5q^2$  – прибыль, приравняем ее к нулю:

$$5q-8-0,5q^2=0; D=25-4 \cdot 8 \cdot 0,5=9; q_1=\frac{-5+3}{-1}=2; q_2=\frac{-5-3}{-1}=8$$

Уравнение прибыли – квадратичная функция, график – парабола ветвями вниз.



Фирма будет получать прибыль, если объем выпуска продукции будет находиться в пределах от 2 до 8.



2) Из графика видно, что фирма максимизирует прибыль при  $q=5$ . Это можно найти двумя другими способами с применением производной.

а) Исследование на экстремум:

найдем производную функции  $Pr=5q-8-0,5q^2$ :  $(Pr)'=5-q$ ,  $(Pr)'=0$ ,  $q=5$

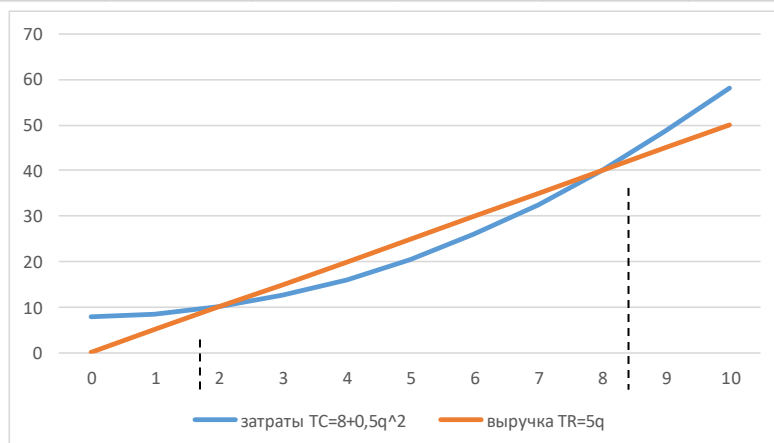
**Наибольшее значение прибыли будет в точке максимума функции при  $q=5$ .**

б) Равенство предельных величин:

Условие максимизации прибыли:  $MR=MC$ , где  $MR$  – предельный доход,  $MC$  – предельные издержки.

$MR=\frac{\Delta TR}{\Delta q} = (TR)' = 5$ ;  $MC=\frac{\Delta TC}{\Delta q} = (TC)' = q$ , откуда  $q=5$  тыс. шт. - объем выпуска продукции, при котором фирма максимизирует прибыль.

q	FC	VC	TC	TR	Pr
0	8	0	8	0	-8
1	8	0,5	8,5	5	-3,5
2	8	2	10	10	0
3	8	4,5	12,5	15	2,5
4	8	8	16	20	4
5	8	12,5	20,5	25	4,5
6	8	18	26	30	4
7	8	24,5	32,5	35	2,5
8	8	32	40	40	0
9	8	40,5	48,5	45	-3,5
10	8	50	58	50	-8



### Литература

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математика для экономистов. – СПб., 2005. – 464с.: ил. – (Серия «Учебное пособие»)

2. Кремер, Н. Ш. К79 Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под ред. Н. Ш. Кремера. — 4 е изд., пе-рераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт ; ИД Юрайт, 2012. — 909 с. — Серия : Бакалавр.