

**Секция**  
**«Физико-математические науки.**  
**Преподавание физики и математики»**

### **Опыт реализации вводного курса физики для технического бакалавриата**

Результаты различных оценочных процедур (ЕГЭ, PISA, TIMSS, вузовский входной контроль) фиксируют, что уровень подготовленности по физике и математике большинства выпускников средних общеобразовательных школ весьма низок [1]. Это приводит к дополнительным сложностям и перегрузкам при освоении циклов естественнонаучных и математических дисциплин основных образовательных программ технических направлений высшего профессионального образования. На этом неблагоприятном фоне вузы, заинтересованные в успешности и востребованности своих выпускников, могут и должны использовать возможности, предоставляемые государственными образовательными стандартами.

При проектировании учебных планов основных образовательных программ действующие ФГОС ВПО предоставляют определенные степени свободы для обеспечения качественной подготовки по дисциплинам математического и естественнонаучного цикла путем использования вариативной части стандартов и внутривузовских составляющих учебных программ. Используя эти возможности, в Муромском институте ВлГУ с 2009 г. в рабочий учебный план ООП «Прикладная математика и информатика» включена дисциплина «Элементарная физика» трудоемкостью освоения 1 зачетная единица (36 часов).

Предназначение данного курса – устранить рассогласование между требованиями в системе инженерного образования и уровнем реальной подготовленности первокурсников, расширить естественнонаучный кругозор студентов, сформировать у обучающихся способность и готовность к последующему усвоению курса общей физики.

Курс «Элементарная физика» предусматривает теоретическую часть (лекции в объеме 16 час.), практические занятия (16 час.), самостоятельную работу студентов, итоговый контроль (зачет). Разработан учебно-методический комплекс, включающий рабочую программу дисциплины, конспект лекций, методические указания к практическим занятиям, фонд оценочных средств для контроля степени достижения результатов обучения. Курс сопровождается изданным нами учебным пособием с грифом НМС по физике Министерства образования и науки РФ [2], в котором кратко рассмотрены основы измерения физических величин, базовые вопросы классической механики и электродинамики, теории колебаний и волн, основные положения молекулярной физики и термодинамики, элементы релятивистской и квантовой механики, атомных и ядерных процессов.

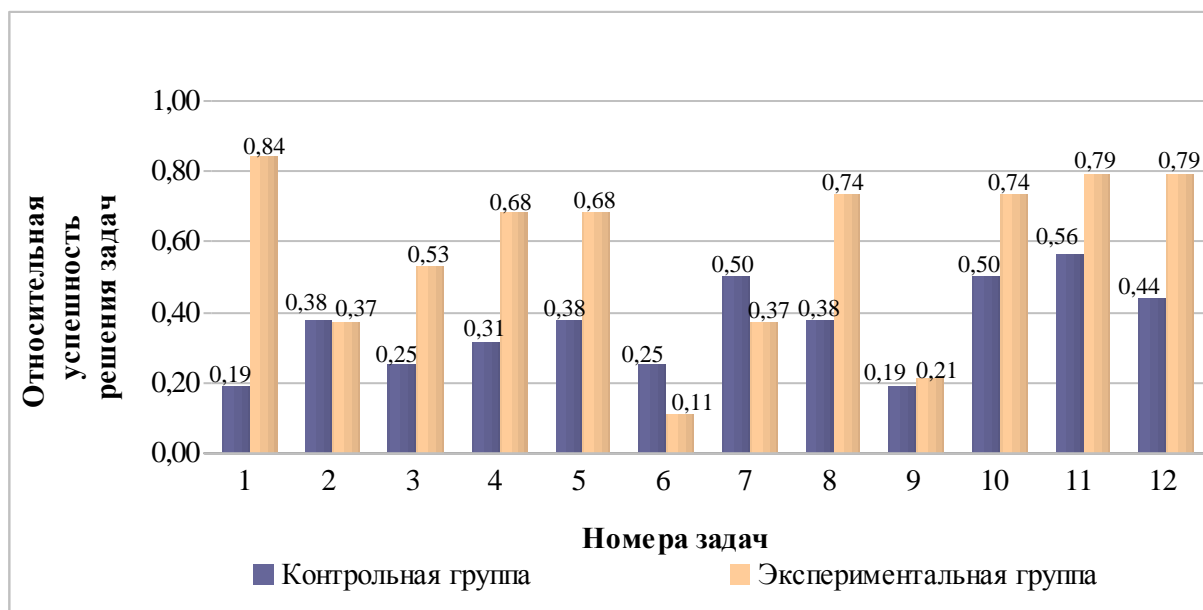
В качестве планируемых результатов обучения определены следующие уровни: 1) узнавание, воспроизведение смысла базовых понятий, физических законов, моделей; 2) умение воспринимать и объяснять физические явления и процессы, использовать физические знания в образовательной деятельности; 3) владение навыками самостоятельного применения фундаментальных законов физики для решения практических задач.

На одном из первых занятий проводится входная контрольная работа. Ее результаты свидетельствуют о слабой подготовленности первокурсников к самостоятельному решению задач даже на уровне репродуктивного применения. Выпускники средних общеобразовательных школ помнят основные формулы, выполняют простейшие задания, но не умеют анализировать, сопоставлять, воспроизвести осваиваемые в школе типовые алгоритмы решения. Многие студенты испытывают трудности в решении физических задач, связанных с выполнением операций над векторами, вычислением производных функций, использованием элементов тригонометрии. Между тем уже на первых занятиях по разделу «Физические основы механики» вузовского курса общей физики обучающиеся сталкиваются с необходимостью уверенного владения элементами векторной алгебры, дифференцирования и интегрирования функций.

С учетом особенностей уровня реальной естественнонаучной подготовленности выпускников системы полного общего образования в содержание курса «Элементарная физика» мы со-

чли целесообразным включить, прежде всего, фундаментальные понятия, законы, физические модели классической механики и электродинамики, продолжающие содержание школьной физики без использования типичного для вузовской физики математического аппарата. При этом обеспечиваются взаимосвязь и более мягкая стыковка программ среднего общего и высшего профессионального образования. В то же время соответствующим образом построенный вводный курс физики может способствовать позитивной мотивации студентов к изучению математики.

На рис.1 приведены диаграммы, отражающие результаты оценочной процедуры на входе дисциплины «Физика» студентов по направлениям «Приборостроение» (контрольная группа, с первого семестра приступили к изучению общей физики) и «Прикладная математика и информатика» (экспериментальная группа, прошедшая подготовку в рамках вводного курса физики). Средние баллы ЕГЭ по физике в контрольной и экспериментальной группах составляют соответственно 50,9 и 43,6 баллов.



**Рис. 1. Результаты оценивания подготовленности студентов к освоению курса физики**

Реализация вводного курса физики рассматривается нами как один из этапов совершенствования учебной дисциплины «Физика» в системе высшего профессионального образования, предполагающем повышение эффективности освоения следующих за физикой дисциплин профессионального цикла, формирования профессиональной компетентности выпускников.

#### Литература

1. Образовательный портал «Экзамен.ру»: <http://www.examen.ru/add/ege>.
2. Ан А.Ф. Введение в курс общей физики: учеб. пособие / А.Ф. Ан, А.В. Самохин. – Муром: Изд.– полиграфический центр МИ ВлГУ, 2009. – 226 с.: ил.+12 табл.+1 CD-ROM (зарегистрирован в Депозитарии электронных изданий НТЦ «Информрегистр», № гос. рег. 0320902129 от 08.10.2009 г.) – ISBN 978-5-8439-0211-7.

### **Современный учебно-методический комплекс по математике в техническом вузе**

В работе представлен учебно-методический комплекс по математике, разработанный автором в соответствии с современным государственным стандартом по инженерным и физическим специальностям РГАТУ имени П.А.Соловьёва.

Он включает

- мультимедийное оформление лекционного материала [1],
- опорный конспект,
- конспект-образец первой лекции,
- календарный план,
- индивидуальные задания теоретического и практического характера для работы в аудитории,
- индивидуальные домашние задания,
- пояснительную записку.

Работа со студентами организована на основе идей опережающего обучения, рейтинговой системы, необходимости непрерывного самообразования специалиста в современном технологически быстроменяющемся обществе.

Для успешной работы и получения хорошего итогового результата студенты должны работать систематически в течение всего семестра.

Разработанная система заданий, занятий и контроля призвана побуждать студентов вести еженедельно самостоятельную работу.

Для занятий студенты должны приготовить 5 тетрадей. Две общие тетради (48 листов) для выполнения домашних индивидуальных заданий (отдельные части типовых расчетов). Одну из них студенты будут сдавать на еженедельную проверку, во второй выполнять следующие домашние индивидуальные типовые расчеты. Одну тетрадь (18 листов) для еженедельного аудиторного контроля (она находится у преподавателя и выдается студентам только во время еженедельного экспресс опроса теории). Еще одну общую тетрадь для аудиторных индивидуальных занятий. И, как обычно, одну общую тетрадь для конспекта лекций.

*Лекция.* Студенты должны перед занятием положить на край стола открытую лекционную тетрадь с подготовленным ими домашним конспектом для проверки. Преподаватель проверяет наличие домашнего опережающего конспекта.

На лекции дается развернутый комментарий и пояснения к тем понятиям, формулировки которых должны быть приведены в домашнем конспекте студентов, проводится также разбор и анализ примеров, систематика и классификация приемов и процедур вычислений. За активную работу на лекции студенты могут получить дополнительные баллы.

*Практика.* Преподаватель перед занятием раздает студентам специальные тетради для экспресс опроса теории, в которые вложены карточки индивидуальных заданий. Время выполнения контрольного задания – 10 – 15 минут. Студенты выполняют задания, записывая в тетради только номер задания и ответ на него в форме, обозначенной в условии задания. Этот вид работы является обязательным. Во время выполнения задания преподаватель раздает студентам карточки с трехуровневыми индивидуальными заданиями для аудиторной работы. Через 10 – 15 минут преподаватель забирает тетради экспресс опроса на проверку. Если задание не будет зачтено, студент может его переписать в специально выделенное время. Однако, «стоимость» задания будет уменьшаться. За каждую неделю отсрочки. При отсутствии на занятии по уважительной причине написать проверочную работу можно в специально отведенное время и без потери баллов.

Задания для практических занятий подготовлены по 3-х уровневой системе. Задания повышенной сложности – 4-го уровня студенты выполняют дома и обсуждают на занятиях математического кружка.

Задания первого уровня предполагают знание основных определений и соответствующих формул и умение их использовать. Задания второго уровня предполагают знание различных процедур вычислений, умение определять необходимые процедуры для решения задачи и применять их. Задания третьего уровня имеют более сложный характер и предполагают свободное владение материалом. Задания четвертого уровня носят творческий характер, требуют нестандартных решений. Они не являются обязательными для выполнения всеми студентами. Эти задачи обсуждаются во внеурочное время на занятиях математического кружка.

Студенты имеют право и возможность при этой системе выбрать самостоятельно уровень своей математической образованности.

Вся работа в течение семестра может дать 760 баллов, экзамен – 240 баллов.

Слагаемые работы в семестре прописаны в календарном плане на каждую неделю. Они включают: составление домашнего (опережающего) конспекта лекций; выполнение общих и индивидуальных аудиторных и домашних заданий; устные собеседования и письменный экспресс контроль знания основных определений, формул, теорем и методов вычислений. На каждой лекции можно получить дополнительные баллы за активную работу.

За выполнение заданий четвертого уровня студенты могут получить дополнительные баллы сверх названных ранее.

Оценка удовлетворительно ставится студентам при получении ими от 610 до 750 баллов. Оценка хорошо ставится при получении от 750 до 910 баллов. Оценка «отлично» ставится при получении от 910 до 1000 баллов.

Отметим, что решение студентом задач только первого уровня не гарантирует ему получения удовлетворительной оценки на экзамене. Студенты должны уметь решать иногда и задачи второго уровня. Аналогично для получения оценки «хорошо» студенты должны решать задачи второго и иногда и третьего уровней. Для получения оценки «отлично» нужно стараться на каждом занятии решать задачи третьего уровня.

Кроме этой объяснительной записки для студентов разработаны опорный конспект и календарный план.

Опорный конспект содержит только ключевые понятия и формулы и таблицы курса математики и список необходимой литературы с указанием страниц на каждое занятие.

Календарный план определяет содержание, объём и сроки самостоятельной работы студентов по курсу математики. Каждая лекция представлена в виде таблицы. В первом столбце сформулированы основные понятия, теоремы и названия формул, определяющие объём лекции. В соответствии с ним студенты дома самостоятельно должны составить конспект. На практическом занятии проводится экспресс контроль знаний по теме в точном соответствии с содержанием первого столбца таблицы. Во втором столбце таблицы приведены типовые вопросы и задания, ориентирующие студентов на требования к уровню освоения содержания темы. Выделяются три уровня усвоения и даны образцы заданий каждого уровня для всех тем курса. Второй столбец в большой степени определяет содержание аудиторных и домашних практических и контрольных заданий.

В качестве примера приведём вид и содержание первых страниц календарного плана по математическому анализу в первом семестре, выдаваемого студентам на первом занятии:

<i>1. Элементы теории множеств, математической логики, алгебраических структур и чисел.</i>	
<i>Лекция 1. Практика 1.</i>	
1 Объем знаний и умений.	2. Типовые вопросы и задания для самостоятельной работы студентов и контроля, домашние задания по решению практических задач
<i>Знать определения, обозначения, формулы и уметь приводить примеры</i> Множество, элемент множества. Способы задания множества. Конечное и бесконечное множество. Мощност	<i>Образцы типовых заданий:</i> <u>1 уровень.</u> Установите, какая из двух записей верна: $\{1\} \in \{1, \{1\}\}$ или $\{1\} \subset \{1, \{1\}\}$ . Ответ обоснуйте.

конечного множества. Множества мощности континуума. Отношения множеств (подмножество, равные, эквивалентные), операции над множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение). Высказывание. Истинность логических связей (конъюнкция, дизъюнкция, инверсия, импликация (необходимое, достаточное условие), эквивалентность (необходимое и достаточное условие), сумма по модулю 2, штрих Шеффера, стрелка Пирса). Предикат, связки логики предикатов: кванторы общности и существования. Алгебраическая структура, алгебраическая операция, замкнутость множества относительно алгебраической операции. Нейтральный элемент, симметричный элемент. Множества чисел. Отношения множеств чисел. Числовая ось и её характеристики. Расширенная числовая ось. Целая и дробная часть числа. Факториал числа. Интервалы: замкнутые, открытые, полуоткрытые, окрестность,  $\delta$ -окрестность, проколота окрестность,  $\delta$ -окрестность бесконечно удаленной точки. Ограниченные, неограниченные множества, (точная) верхняя и нижняя грани множества. Последовательность чисел на множестве натуральных чисел. Теорема Кантора о несчётности множества точек отрезка  $[0,1]$ .  
*Уметь, владеть процедурами и приёмами вычислений, приводить соответствующие примеры:*  
 Выполнять операции с множествами. Записывать множества характеристическим свойством. Различать конечные, счётные и бесконечные множества мощности континуума. Отличать рациональные и иррациональные числа. Определять принадлежность числа к множеству чисел. Переводить десятичную запись рационального числа в обыкновенную дробь. Доказывать иррациональность некоторых чисел. Находить число симметричное данному в данной алгебраической структуре. Определять замкнутость множества чисел, относительно алгебраической операции. Находить целую и дробную часть числа, вычислять факториал числа. Составлять рекуррентной формулы последовательности. Вычислять члены последовательности по формуле  $n$ -члена.

Пусть  $A = [-6, 6], C = [-3, 4]$ . Найдите множество  $A' = A \setminus C$ . Из полуинтервала  $(-\infty, 5]$  удален интервал  $(-7, 1)$ . Что осталось?  
 Опишите перечислением элементов множество  $A = \{n \in \mathbb{N} \mid (n-1)^2 < 5^2\}$ .  
 Является ли счётным множество точек интервала  $(0, 1)$ , из которого удалены все точки, соответствующие рациональным числам?  
 Задайте характеристическим свойством множество всех нечётных чисел.  
 Является ли множество иррациональных чисел замкнутым относительно операции деления? коммутативным? ассоциативным?  
 Запишите число «-17/12» в виде десятичной дроби и охарактеризуйте её.  
 Запишите число  $0,(1)$  в виде обыкновенной дроби.  
 Какие числа образуют множество действительных чисел?  
 Найдите целую и дробную часть числа  $-\frac{22}{7}$ .  
 Выясните, какое из утверждений  $A$  или  $B$  следует из другого, используя символы импликации или эквивалентности:  
 $A \equiv \{\text{каждое из чисел } a, b \text{ делится на } 7\}$ ,  $B \equiv \{\text{сумма } a + b \text{ делится на } 7\}$ .  
 Найдите грани множества неотрицательных действительных чисел, если они существуют.  
 Найдите число  $5!$ .  
 Последовательность  $y_n$  задана формулой общего члена  $x_n = \cos(\pi n / 8)$ . Найдите  $y_8, y_{n-1}, y_{n+1}$ .  
**2 уровень**  
 Образуйте все возможные подмножества данного множества  $A = \{\varphi, \psi, \zeta\}$ .  
 Верно ли, что  $\forall a \in \mathbb{N} \exists x \in \mathbb{N} : x^2 + ax = 0$ ?  
 Проверьте, ограничена ли последовательность, заданная общим элементом  $x_n = \frac{n}{\cos \pi n}$ , и, если ограничена, то определите ее грани. Выясните, принадлежат ли грани последовательности.  
 а) Найдите точные грани последовательности:  $0, 2; 0, 23; 0, 233; 0, 2333; \dots$  б)  $0,(6)-0,(17) = ?$   
 Укажите два иррациональных числа, разность которых – рациональное число.  
**3 уровень**  
 Докажите, что число  $\sqrt{2}$  иррационально.  
 Найдите точные грани множества  $\left\{(-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right) \mid n \in \mathbb{N}\right\}$ .  
 По виду нескольких первых элементов последовательности запишите формулу общего элемента последовательности  $1; -2; 3; -4; 5; \dots$   
 Дано множество  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2/7 \leq x \leq 3\}$ . Найдите наименьшее число  $K$  такое, что  $\forall x \in A : |x| < K$ . Какими граниями этого множества будут числа  $-K$  и  $K$ ?  
*Выполните домашние задания к практическому занятию 1:*  
 [1] №3(а, б, в, г); [3] Глава 1, № 10, 12, 15, 23-26; Глава 2, №5;

<p>Находить точные грани множества. Анализировать математические теоремы: импликация или эквивалентность. Доказывать теорему Кантора о несчётности множества точек <math>[0,1]</math> диагональным методом.</p>	<p>индивидуальное домашнее задание №1. <i>Составьте домашний конспект лекции 2:</i> в лекционной тетради запишите определения основных понятий, теоремы, формулы и пояснения всех величин, входящих в формулы из пункта «Знать определения, обозначения, формулы и уметь приводить примеры» темы 2.</p>
<p>Формы, содержание и время (место) отчетности.</p>	<p>Работа на лекции – 2 бал. Работа на практике – 38 бал.: <i>Устный индивидуальный опрос</i> – 16 бал.; <i>Экспресс-контроль</i> [карточки с заданиями из пункта «Знать определения, обозначения, формулы и уметь приводить примеры» лекции 1] – 10 бал. <i>Обсуждение типовых вопросов и заданий.</i> <i>Выполнение индивидуальных заданий:</i> владение приемами и процедурами вычислений [практика1]: 6 бал.(1 уровень), 9 бал.(2 уровень), 12 бал.(3 уровень).</p>

Конспект первой лекции выдаётся студентам в электронном виде и служит образцом для составления в течении всего семестра собственных опережающих конспектов. Опережающий конспект может быть выполнен в рукописном виде в тетради или в печатном виде или в электронном. На лекции студент вносит только дополнения и замечания (в том числе доказательства теорем).

Такой подход позволяет в полной мере реализовать идеи опережающего обучения, стимулировать и контролировать самостоятельную работу студента с первых дней обучения в техническом вузе.

#### Литература

1.Короткий, В.А. Современный мультимедийный курс математики для инженеров и физиков техническом вузе / В.А. Короткий // IV Всероссийская межвузовская. научная. конференция «Регионы России 2012», сборник тезисов докладов. – с.373-374.

### Математическая культура студента в техническом вузе

Математика, являясь основным языком инженерных исследований, основой инженерного образования, призвана решать профессиональные задачи в работе инженера. Именно это говорит о необходимости тесной связи преподавания математики с потребностями профессии, поскольку качественная математическая подготовка будущего специалиста, отвечающая требованиям прикладной направленности математического образования, является ключевой составляющей в профессиональной подготовке. За время обучения в вузе студент должен сформировать у себя математическую культуру, то есть стать личностью, которая легко адаптируется в современном обществе, готовая к быстрому и эффективному решению проблем профессионального типа. Математическая культура студента технического вуза — приобретенная система математических знаний, умений и навыков, позволяющая использовать их в быстро меняющихся условиях профессиональной и общественно-политической деятельности, повышающая духовно-нравственный потенциал и уровень развития интеллекта личности [1].

В целях изучения качества подготовки будущих специалистов-инженеров, с позиции связи математики и дисциплин профессионального цикла, было проведено анкетирование среди студентов выпускных групп, которым предлагалось оценить разделы курса математики по степени значимости в приложении математического аппарата при изучении дисциплин профессионального цикла. Был проведен опрос среди 60 студентов-старшекурсников. По результатам опроса определили, насколько необходимы и достаточны навыки и знания, приобретенные на занятиях по дисциплине «математика». Абсолютное большинство проанкетированных студентов выставили невысокие оценки по всем предложенным в анкете разделам курса «математика». Результаты анализа математической подготовки студентов радиотехнических специальностей говорят о том, что студенты первого и второго курсов, как правило, недостаточно хорошо осведомлены о роли математики в будущей профессии, слабо мотивированы на изучение этого предмета. Преподаватели дисциплин профессионального цикла часто отмечают отсутствие необходимой математической подготовки у студентов. Это говорит о том, что между курсом фундаментальной математики и профилирующими дисциплинами отсутствует должная преемственность. Следовательно, в преподавании математики необходимо усилить профессиональную составляющую излагаемого материала [2].

Важным фактором, который также необходимо учитывать при формировании математической культуры, является повышение мотивации к обучению математике, что осуществляется посредством применения активных форм обучения, разработки совместно с профилирующими кафедрами спецкурсов по использованию математических методов при решении прикладных задач. Тогда процесс обучения перестает быть последовательностью разрозненных, не связанных между собой учебных дисциплин [3]. Следствием будет сознательное усвоение студентами знаний, как по математике, так и по дисциплинам профессионального цикла.

#### Литература

1. Розанова С. А. Формирование математической культуры студентов технических вузов : Дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02: Москва, 2003. – 327 с.
2. Львова В.Д. Диссертационная работа: Профессиональная направленность обучения математике студентов химико-технологических специальностей технических вузов. : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / В.Д. Львова – Астрахань, 2009. – 209 с.
3. Е.В. Кузнецова. О формировании математической культуры студентов в условиях гуманизации образования. Ярославский педагогический вестник. Том II (Психолого-педагогические науки), 2010, № 3.



### **Об основополагающих понятиях в курсе вузовской математики**

Формирование современной профессиональной компетентности является одной из основных функций процесса подготовки будущих инженеров. Использование компетентностного подхода предполагает расширение образовательного пространства за пределы формального за счет развития способностей обучаемого реализовывать свои знания и умения в конкретных ситуациях [1].

Как показывает практика, студенты, получив подготовку по общепрофессиональным дисциплинам и приступая к изучению спецдисциплин, затрудняются в применении своих знаний при освоении профессионального цикла. Многие не обладают самостоятельностью мышления и умением переносить полученные знания в сходные или иные ситуации [2]. Самостоятельное применение знаний учащимися в измененных и нестандартных учебных ситуациях станет возможным в том случае, если они овладеют теоретически обобщенными структурами понятий, систем понятий, различными видами математических утверждений [3]. Каждая наука характеризуется своим набором понятий. Используемые понятия составляют понятийный или, как еще говорят, "категориальный" аппарат науки.

Под значимыми понятиями - категориями в курсе математики предполагаются понятия основополагающие, выраженные в краткой, конкретной формулировке.

Для того, чтобы определить важность понятия, строится характеристика предметного курса – зависимость наиболее часто встречающихся понятий, используемых в процессе изучения дисциплины, к количеству изучаемых дидактических единиц (ДЕ) предметного курса. Построение такой характеристики проводится в следующем порядке:

1. материал математического курса разбивается на элементы содержания – дидактические единицы;
2. в дидактической единице выбираются наиболее часто встречающиеся понятия;
3. совокупность наиболее часто встречающихся понятий заносится в глоссарий курса;
4. каждое понятие суммируется (то есть ведется подсчет, сколько раз встречается понятие в процессе изучения курса);
5. определяется частота использования понятия.

Общий курс математики состоит из 20 основных дидактических единиц. Проведя анализ содержания предметного курса, мы выделили в каждой дидактической единице наиболее часто встречающиеся понятия, на которых базируется рассматриваемая единица. Отобранные понятия объединили в библиотеку значимых понятий курса математики - глоссарий. Частота использования понятия в относительных единицах определяется как отношение суммы «повторений» рассматриваемого понятия к количеству изучаемых дидактических единиц. Строим характеристику наиболее часто встречающихся понятий курса математики. Анализ частотной характеристики позволяет сделать вывод о значимости тех или иных рассматриваемых понятий.

Определенная востребованность понятия отражает его значимость для успешного усвоения изучаемого материала. Характеристика курса, основанная на наиболее часто встречающихся понятиях курса математики, описывает систему знаний, которой должен владеть обучаемый.

Наличие у студентов набора категорий, формирующий понятийный аппарат, облегчает понимание учебного материала, способствует повышению качества знаний за счет более глубокого и прочного усвоения терминологии, содействует развитию интереса к изучению дисциплин профессионального цикла.

Литература

1. Поморцева С. В. Терминологическая работа по математике и информатике на факультете начальных классов педвуза // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета», 2006.
2. Васяк Л. В. Формирование профессиональной компетентности будущих инженеров в условиях интеграции математики и спецдисциплин средствами профессионально ориентированных задач: автореферат дис. ... кандидата педагогических наук: 13.00.02. Омск, 2007
3. Токарева, Л. И. Формирование систем понятий при обучении математике [Текст]: монография /Л. И. Токарева; Башк. гос. пед. ун-т им. М. Акмул-лы. – Уфа, 2008. – 392 с. (24 п. л.)

В.М. Логачева, В.А. Подольский, А.С. Гукасов  
Новомосковский институт РХТУ им. Д.И. Менделеева  
301665, Тульская область, г. Новомосковск, ул. Дружбы, 8  
E-mail: VLogacheva@dialog.nirhtu.ru

### **Обоснование геофизического прогнозирования аномальных зон с учетом математического моделирования геоэлектрических условий**

До начала 80-х гг. на шахтах Подмосковного бассейна широко применялись подземные и полевые методы электроразведки. Однако с вводом в эксплуатацию новых шахт с наличием в геологическом разрезе мощного (до 70 м) высокоомного окского известняка, являющегося экраном электрического поля, применение в отдельности полевых или подземных методов стало малоэффективным. Сложность горно-гидрогеологического строения толщи пород на шахтах потребовала приближения приемно-питающих электродов к исследуемому комплексу горных пород и тщательного изучения в нем распределения нормального и аномального полей. Оптимальным решением этой проблемы, учитывая работы А.И. Заборовского, В.С. Могилатова и В.С. Моисеева по эффективности применения линейных питающих электродов, является прогнозирование нарушенных и обводненных зон в надугольных породах методом наземно-скважинной и подземно-скважинной электрометрии, получившим в ОАО "Подмосковный НИ-УИ" название комбинированного способа подземной и полевой электрометрии - КСППЭ. Суть этого метода заключается в использовании обсадных колонн скважин в качестве питающих линейных электродов и измерении электрического поля на дневной поверхности (НСЭМ) и из горных выработок (ПСЭМ). Однако эффективное применение рекомендуемого метода сдерживается нерешенными вопросами его физико-математического обоснования, отсутствием математических моделей геоэлектрических условий залегания горных пород и рационального комплекса методов интерпретации электрометрических данных. Надежность прогнозирования в сложных горно-геологических условиях с помощью этих методов не превышает 70%. Это объясняется сложностью и разнообразием гидрогеологического состояния массива и его изменением в процессе ведения горных работ. В связи с мощным развитием вычислительной техники и компьютерных технологий появилась возможность моделирования электрических полей в конкретных горно-геологических условиях для проведения оперативной предварительной оценки структуры и параметров электрического поля с учетом влияния аномальных зон в углевмещающих породах.

Массив горных пород угольных месторождений представляет собой сложную анизотропную, дискретную, слоистую, трещиноватую, обводненную среду, содержащую большое количество нарушений (сбросов, надвигов, разрывов и др.), находящуюся в напряженном состоянии. Непрерывное развитие горных работ изменяет состояние и свойства массива и вносит соответствующие изменения в техногенные процессы, происходящие в нем, что приводит к формированию аномальных зон. Ведение горных работ вблизи или непосредственно в таких зонах приводит к нарушениям режима работы шахты и даже к авариям. Таким образом, заблаговременное прогнозирование состояния массива горных пород при подземной разработке обводненных угольных месторождений является необходимым.

Геологическое строение Подмосковного бассейна можно представить как горизонтально-слоистую структуру, надугольный комплекс пород которой характеризуется значительной невыдержанностью по мощности и составу отдельных слоев, наличием геологических нарушений в них. По материалам геологических служб шахт выделены основные типы геологических нарушений и обводненных зон в надугольном комплексе пород Подмосковного бассейна по генезису, морфологии, физическим и технологическим свойствам слагающих пород как потенциальных прорывоопасных зон. Это карсты, эрозионные долины, мульдообразные понижения и трещиноватые зоны, которые характерны локальной обводненностью, дифференцируемостью физико-механических свойств горных пород, слагающих тот или иной слой. Такие прорывоопасные зоны могут обусловить прорывы воды и пльвунов в лавы, что снижает нагрузку в несколько раз и приводит к значительному материальному ущербу. Продолжительность выхода

из строя лавы составляет от 10 суток до 1 года, а иногда горные выработки не подлежат восстановлению. Гистограмма частоты встречаемости нарушений  $P$  и способы их обнаружения по максимальному размеру  $d$  в плане (рис.1) показывают целесообразность применения электрометрического метода прогнозирования.

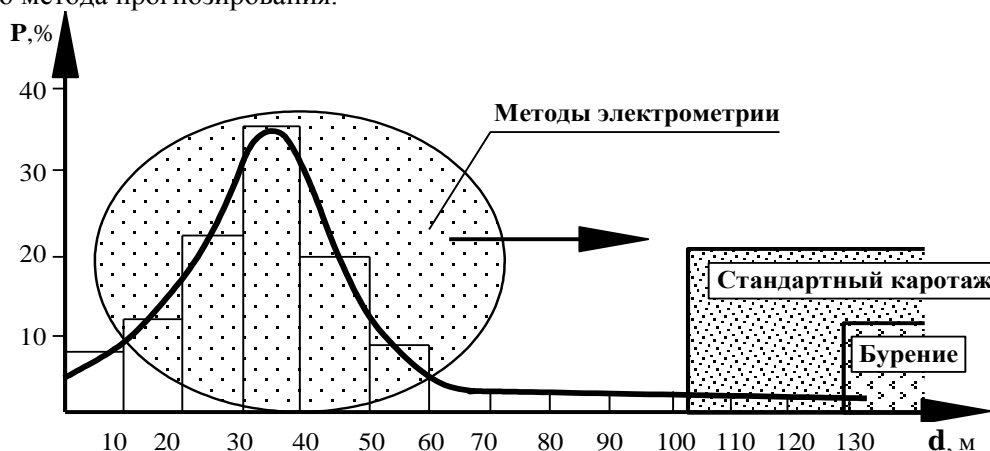


Рис. 1. Гистограмма частоты встречаемости нарушений  $P$  и способы их обнаружения по максимальному размеру  $d$  в плане

Анализ исследований материалов шахтных геологических служб показал, что 95-97 % прорывов в горные выработки произошли из надугольных пород и лишь 3-5 % - из подугольных. Поэтому основное внимание при прогнозировании прорывоопасных зон уделено изучению массива надугольных пород.

Чтобы правильно истолковать получаемые результаты электрометрии при всем многообразии условий, необходимо рассчитать математическим путем поведение электрического поля в многослойном разрезе «без» и «с» геологическими нарушениями в нем.

Для разработки геоэлектрической модели были изучены и проанализированы геологические и геофизические показатели надугольных пород, полученные по данным бурения и стандартного каротажа углеразведочных скважин. Для проведения математического моделирования обоснована и разработана трехслойная горно-геоэлектрическая модель надугольных пород, основные геолого-геофизические параметры прорывоопасных зон и вмещающих пород которой представлены в таблице 1.

Таблица 1. Геолого-геофизические параметры геоэлектрической модели надугольного комплекса пород

№ геоэлектрического слоя	Состав горных пород	Геологический индекс	Характеристика пород вмещающей среды						Характеристика пород аномального объекта							
			мощность слоя, м			кажущееся сопротивление, Ом·м			мощность, м			поперечные размеры, м			кажущееся сопротивление, Ом·м	
			min	max	optim	min	max	optim	min	max	optim	min	max	optim	min	max
1	Суглинок, глина, песок	$Q, M_z$	10	40	25	20	100	60	10	40	25	10	100	30	10	200
2	Известняк	$C_1^{ok}$	5	70	30	200	800	500	5	70	50	10	100	50	30	1500
3	Песок, известняк, уголь, глина	$C_1^{ll}, C_1^{bb}$	15	40	20	50	120	80	5	40	30	10	100	30	10	500

Математическое моделирование выполнено для следующих размеров нарушения: 5, 10, 20, 40, 50, 70 м - по мощности ( $h_a$ ); 10, 30, 50, 100 - по поперечному размеру ( $d_a$ ). Максимальное приближение трехслойной модели к натурным условиям позволило получить серию номограмм распределения нормального и аномального электрических полей.

По результатам проведенных исследований доказана необходимость дальнейших электрометрических исследований для обоснования геотехнологических решений, позволяющих оце-

нивать фактическое обводненное состояние массива и прогнозировать его динамику при подготовке и ведении подземных горных работ, а также установлены функциональные зависимости формирования и распространения электрического поля в зависимости от совокупности влияющих факторов при подземно-полевом методе проведения его геофизического мониторинга, а также получены уравнения, отражающие связь между основными электрическими параметрами и степенью обводненности и нарушенности горных пород.

### Новая вероятностная модель анализа производственных процессов и оптимизации загрузки технологической линии, исключая сбои и простои оборудования

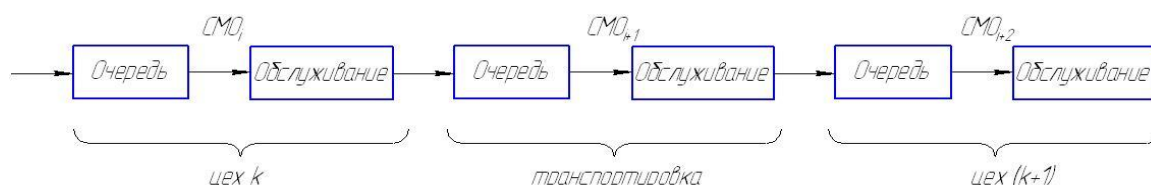
Современные технологические процессы являются объектами управления с большим числом входных и выходных данных. Существуют межоперационная транспортировка, внутрицеховое перемещение, а также межцеховые перевозки.

Целью данной работы является построение математической модели анализа производства изделий и оптимизации загрузки производственных подразделений материальными ресурсами для улучшения реализации технологического процесса, исключив простои и сбои в производстве изделий. [1].

Технологический процесс – это совокупность операций и переходов, по истечении которых происходит изменение состояния, свойств, форм и габаритов, исходных материалов, сырья и полуфабрикатов.

Производственный цикл – это календарный период времени, в течение которого заготовка проходит все операции технологического процесса и превращается в готовую продукцию.

Детали, сборочные единицы (ДСЕ), которые участвуют в производственном процессе, передаются между производственными подразделениями в контейнерах. Между производственными подразделениями могут перемещаться полностью заполненные контейнеры. Каждое подразделение использует ресурсы ДСЕ только из буфера предыдущего подразделения (рис.1).



**Рис. 1. Структурная схема межцеховых перевозок**

Потоки событий, происходящих в системе, будем описывать с помощью следующих величин:

$\lambda_i(t)$  – интенсивность входного потока заявок,

$\mu_i(t)$  – интенсивность обслуживания.

Каждый цех производит обработку некоторого множества номенклатурных позиций, то есть на каждый узел сетевой СМО действует множество заявок

$$\lambda_i = \sum_{k=1}^{\varphi} \lambda_{ik} \quad , \quad (1)$$

где  $\varphi$  - количество номенклатурных позиций поступающих в производственное подразделение (ПП).

Количество обрабатываемых деталей в производственном подразделении за единицу времени

$$\mu_i = \sum_{k=1}^{\varepsilon} \mu_{ik} \quad , \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – количество номенклатурных позиций обрабатываемых в производственном подразделении, и, соответственно,

$\lambda_i$  - суммарное количество деталей на входе ПП, а  $\mu_i$  - суммарное количество деталей, обработанных в ПП за единицу времени.

Автоматизированная система управления производством технической продукции позволяет вести мониторинг интенсивностей  $\lambda$ ,  $\mu$ , характеризующих различные критерии производственной деятельности, а именно, вероятностей состояний системы: вероятности простоя, вероятности обслуживания. Оценка состояния производства изделий путем организации периодического сбора данных о результатах выполнения операций позволяет вести контроль над реализацией технологического процесса. Использование информационной поддержки производственной деятельности выявляет внутренние закономерности между привлекаемыми ресурсами и полученными результатами.

Общее количество продукции в производственном подразделении не должно превышать вместимость продукции в процессе хранения предыдущего подразделения  $V_s$ . Количество продукции не должно превышать количество продукции текущего запаса буферной емкости. Объем буферной емкости определяет необходимый объем контейнеров для транспортировки ДСЕ в следующее подразделение [2].

Определим количество транспортных средств, необходимых для перевозки изделий. Основными состояниями для транспортных средств являются: погрузка, перевозка, разгрузка, возвращение. Обозначим  $x_i^{(k)}$  – число транспортных средств  $i$ -го типа, находящегося в  $k$ -м состоянии;  $\mu_{kl}^{(i)}$  – интенсивность перехода средств  $i$ -го типа из цеха ( $k$ ) в цех ( $k+1$ ). Будем считать, что рабочее время – это сумма межцеховых транспортировок и задержек. Тогда цикл работы транспортных средств может быть описан системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} dx_i^1/dt &= -\mu_{12}^{(i)} \cdot x_i^{(1)} + \mu_{41}^{(i)} \cdot x_i^{(4)} \\ dx_i^2/dt &= -\mu_{23}^{(i)} \cdot x_i^{(2)} + \mu_{12}^{(i)} \cdot x_i^{(1)} \\ dx_i^3/dt &= -\mu_{34}^{(i)} \cdot x_i^{(3)} + \mu_{23}^{(i)} \cdot x_i^{(2)} \\ dx_i^4/dt &= -\mu_{42}^{(i)} \cdot x_i^{(4)} + \mu_{34}^{(i)} \cdot x_i^{(3)} \end{aligned} \quad (3)$$

$\sum_k x_i^{(k)} = N_i$  - общее число транспортных средств. Начальные условия для интегрирования системы (3) определим как:  $x_i^1(0) = N_i$ ,  $x_i^2(0) = x_i^3(0) = x_i^4(0) = 0$ ,

Количество транспортных средств, участвующих в транспортировке контейнеров из цеха ( $k$ ) в цех ( $k+1$ ) определится как:

$$\mu_{1,2}^{(i)} = \frac{1}{T_i^{(1)}} \text{ или } \sum_k x_i^{(k)} = N_i.$$

$T_i^{(1)} = T_{ож.}^{(1)} + T_{сред.погр.}^{(1)}$  - среднее время пребывания транспортного средства в состоянии погрузки, где  $T_{ож.}^{(1)}$  – среднее время ожидания погрузки,  $T_{сред. погр.}^{(1)}$  – среднее время погрузки.

$T_{in}^{(1)} = \frac{\Delta_i}{\delta_i^{(1)} \cdot n^{(1)}} \cdot \overline{i_y^{(1)}}$  - среднее время погрузки транспортного средства, где  $\Delta_i$  - грузоподъемность транспортного средства,  $\delta_i^{(1)}$  - грузоподъемность погрузочного средства.

Реализация представленного алгоритма предполагает разработку новой вероятностной модели для поддержки управленческих решений. В реальном масштабе времени проводится анализ выполняемых работ и формируется соответствующее управление путем перераспределения имеющихся ресурсов или привлечения дополнительных ресурсов.

#### Литература

1. Суворова Г.П. Математическая модель логистической транспортной системы технологической линии / Суворова Г.П., Михеев К.В. //Методы и устройства передачи и обработки информации. 2012, №1(14). – с.103-105.
2. Советов Б.Я. Теоретические основы автоматизированного управления: Учебник для вузов / Б.Я. Советов, В.В. Цехановский, В.Д.Чертовской. – М.: Высш.шк., 2006. – 463 с.

### Применение различных систем функций в задачах аппроксимации

При решении большого круга прикладных задач техники, инженерии, экономики, социологии приходится решать задачу аппроксимации некоторой нелинейной функциональной зависимости  $y = f(x)$ . Эта зависимость может быть получена экспериментально и представлять собой набор конечного числа значений функции в узловых точках  $(x_i, y_i)$ , то есть зависимость представлена таблично. Зависимость может быть задана и аналитически, но настолько сложно и громоздко, что исследовать ее средствами, например, математического анализа, очень трудно. В обоих случаях применяют аппроксимацию функции с помощью подходящей системы функций  $\{\varphi_m(x)\}$

$$y = \sum_m a_m \varphi_m(x), \quad (1)$$

соблюдая при этом требование минимизации среднеквадратического отклонения или равномерное приближение.

При выборе системы аппроксимирующих функций следует руководствоваться не только характером имеющейся функциональной зависимости, но и свойствами системы  $\{\varphi_m(x)\}$ , простотой вычисления коэффициентов  $a_m$ , а также удобством при последующем анализе исследуемого процесса.

На практике для аппроксимации нелинейных функций часто используют различные степенные многочлены: многочлены Тейлора, Лежандра, Чебышева и др. Теоретически все разложения при  $m \rightarrow \infty$  сойдутся к одной и той же функции. Практически можно значительно сэкономить на времени вычисления, поскольку для обеспечения одинаковой точности приближения разными многочленами требуется разное число членов в сумме (1). Кроме того, разложение по полиномам Тейлора и по ортогональным на отрезке  $[-1;1]$  полиномам Лежандра имеет высокую точность приближения только в центре разложения. Погрешность же разложения по ортогональным на отрезке  $[-1;1]$  полиномам Чебышева будет наименьшей и равномерно распределенной на всем промежутке аппроксимации. Важно также, что ортогональные полиномы вычисляются по рекуррентным формулам.

Для разложения (1) периодической с периодом  $2\pi$  функции используют систему ортогональных на промежутке  $[-\pi; \pi]$  тригонометрических функций с кратными аргументами (ряд Фурье)  $\{\cos mx; \sin mx\}$ , которая является замкнутой и полной. Полиномы Чебышева можно выразить через элементарные тригонометрические функции, что позволяет переносить некоторые свойства тригонометрической системы функций в область степенных.

При анализе радиотехнических устройств, для аппроксимации нелинейной характеристики удобно пользоваться системой экспоненциальных функций вида

$$\{\varphi_m(x)\} = \{e^{mx}\},$$

которые отражают протекающие внутренние процессы. Система линейно независимых непрерывных функций является упорядоченной, замкнутой и полной, что позволяет не только аппроксимировать непрерывную функцию, но проводить спектральный анализ сигнала на выходе устройства, и даже синтезировать устройства с заданными характеристиками.



### Вариативность решения дифференциального уравнения первого порядка

Дифференциальные уравнения изучаются студентами всех экономических и инженерно-технических направлений подготовки в рамках курса математики или математического анализа. Для студентов направления подготовки «Прикладная математика и информатика» учебным планом предусмотрено изучение самостоятельного курса, рассчитанного на 32 часа лекций и 64 часа практических занятий, причем практически третья часть часов отводится на изучение дифференциальных уравнений первого порядка.

При проведении занятий по этому разделу необходимо обратить внимание студентов на то, что дифференциальные уравнения можно подразделить на определенные типы, решение которых производится по известным, ранее разработанным методикам. Каждый тип уравнения имеет свои характерные признаки и особенности. Как показывает опыт, для студентов большую трудность представляет как раз определение типа уравнения, когда им предоставлено несколько уравнений, - с технической стороны решения они справляются легче, особенно, если имеют навыки интегрирования. Поэтому, можно предложить составить справочную сводную таблицу по всем типам изученных уравнений первого порядка, в которой отразить тип уравнения и кратко метод его решения. Когда вся информация собрана в одном месте, студенту легче ориентироваться в теме.

Следует заметить, что некоторые уравнения могут быть решены по-разному, поскольку могут быть отнесены к разным типам. Например, уравнение

$$y' = \frac{x - y}{x + y}$$

можно считать однородным, т.к. в правой его части – однородная функция нулевого порядка, и решать с помощью замены переменной  $y = ux$ . Если это уравнение записать в виде

$$(y - x)dx + (x + y)dy = 0,$$

то его можно считать уравнением в полных дифференциалах и решать путем определения вспомогательной функции по ее полному дифференциалу. Однако, однородное уравнение

$$y' = \frac{y - x}{x + y},$$

отличающееся от приведенного выше только знаком правой части, не является уравнением в полных дифференциалах. Мало того, подбор интегрирующего множителя весьма проблематичен, хотя решение его как однородного не представляет трудности.

Иногда, удобный вид записи уравнения позволяет упростить процесс решения. Например, уравнение

$$(ye^y - 2x)y' = y,$$

записанное в дифференциалах  $ydx + (ye^y - 2x)dy = 0$  может быть приведено с помощью интегрирующего множителя  $\mu = \frac{1}{y^3}$  к уравнению в полных дифференциалах. Если исходное уравнение переписать относительно искомой функции  $x(y)$ :

$$x' + 2\frac{x}{y} = e^y,$$

то оно является линейным и решается элементарно.

Уравнение, приводящееся к однородному, решается очень трудоемко. Иногда, его можно рассматривать как уравнение в полных дифференциалах, иногда - переписать относительно искомой функции  $x(y)$  и получить линейное или уравнение Бернулли.

Следует обратить внимание студентов, что приводить уравнение Бернулли сначала к линейному с помощью введения новой переменной нет никакой необходимости, поскольку метод Бернулли позволяет сразу решить одноименное уравнение через произведение искомых функций.

Применение различных подходов к решению дифференциальных уравнений первого порядка позволяет не только проверить результат решения – это можно сделать элементарной подстановкой полученной функции в уравнение, но и выбрать наиболее простой и рациональный метод решения, что развивает логику и креативность мышления.

### Моделирование межрегиональной конвергенции малого предпринимательства

Под конвергенцией в экономической теории понимается процесс сближения в течение ряда лет показателей, характеризующих уровни развития стран и регионов.

В настоящее время рассматриваются два основных типа конвергенции:  $\sigma$ -конвергенция и  $\beta$ -конвергенция. Наличие  $\sigma$ -конвергенции предполагает сокращение межрегионального разброса рассматриваемых показателей. Второй тип конвергенции, называемый  $\beta$ -конвергенцией, соответствует такому процессу сближения во времени показателей, при котором регионы со сравнительно более низкими значениями показателей характеризуются в среднем более высокими темпами роста этих показателей по сравнению с объектами, которые имеют в начальный период большие величины рассматриваемых показателей.

Целью проведенного автором исследования было моделирование и анализ тенденций динамики межсубъектного неравенства с использованием  $\sigma$ -конвергенции и  $\beta$ -конвергенции на основе приведенных выше показателей.

При проведении исследований автором применялись известные методы и инструменты, используемые при моделировании  $\sigma$ -конвергенции и  $\beta$ -конвергенции [1].

Моделирование основывалось на рассмотрении генеральной совокупности малых предприятий по всем субъектам Российской Федерации, то есть речь идет о проверке наличия глобальной конвергенции. В качестве начала рассматриваемого периода был выбран 2005 год, что обусловлено существенными достижениями в развитии институциональных и организационных мер поддержки предпринимательства за период 2005-2010 годов. Соответствующие данные были взяты из статистических сборников [2] Федеральной службы государственной статистики. В процессе обработки данных по субъектам страны для исключения двойного счета не рассматривались данные по автономным округам и области.

Критерием наличия  $\sigma$ -конвергенции является тенденция к уменьшению величины коэффициента вариации к концу периода по сравнению с его началом. То есть для подтверждения наличия  $\sigma$ -конвергенции необходимо снижение коэффициента вариации во временном интервале 2005-2010 годов.

Проверка абсолютной  $\beta$ -конвергенции основывалась на построении регрессионной зависимости. При этом учитывалось, что длительность рассматриваемого временного интервала составляет 6 лет. Вывод о наличии  $\beta$ -конвергенции принимается в зависимости от знака параметра  $\beta_1$  уравнения регрессии. Конвергенция имеет место только в случаях, когда этот параметр отрицательный.

Далее в качестве примера представлены итоги проверки наличия  $\sigma$ -конвергенции и  $\beta$ -конвергенции по двум из рассмотренных показателей, характеризующих совокупность малых предприятий в субъектах страны:

Конвергенция количества малых предприятий в расчете на 100000 жителей

Для этого показателя коэффициенты вариации по рассматриваемому временному интервалу приведены в таблице 1. Анализ данных этой таблицы показывает, что гипотеза о наличии  $\sigma$ -конвергенции получила подтверждение для такого показателя, как количество малых предприятий в расчете на 100000 жителей. В целом за период с 2005 по 2010 годы имело место снижение значения коэффициента вариации с 1,082 до 0,896, то есть на 18%.

**Таблица 1. Значения коэффициента вариации количества малых предприятий в расчете на 100000 жителей**

Годы	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Коэффициент вариации	1,082	1,075	1,071	1,025	0,892	0,896

Параметры регрессионной модели, описывающей  $\beta$ -конвергенцию такого показателя, как количество малых предприятий в расчете на 100000 жителей приведены в таблице 2.

**Таблица 2. Параметры модели конвергенции количества малых предприятий в расчете на 100000 жителей**

Параметр	Значение	Стандартная ошибка	Критерий Стьюдента	P-значение
$\beta_0$	0,365	0,068	5,37	<0,001
$\beta_1$	-0,039	0,011	-3,57	<0,001

Анализ данных таблицы 2 позволяет сделать вывод о наличии  $\beta$ -конвергенции. Это подтверждается отрицательным знаком параметра уравнения регрессии  $\beta_1$ . Стандартные ошибки малы. Расчетные значения критерия Стьюдента по абсолютной величине превышают табличное значение 2,64, поэтому коэффициент конвергенции статистически значим.

Скорость конвергенции составляет 4,4% в год, а время, необходимое для сокращения межсубъектного неравенства по рассматриваемому показателю в два раза, равно 15,6 лет.

Конвергенция численности работников малых предприятий в расчете на 100000 жителей

Значения коэффициентов вариации по годам рассматриваемого периода для показателя численность работников малых предприятий в расчете на 100000 жителей приведены в таблице 3.

**Таблица 3. Значения коэффициента вариации численности работников в расчете на 100000 жителей**

Годы	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Коэффициент вариации	0,577	0,544	0,514	0,405	0,363	0,299

Анализ данных таблицы 3 показывает, что в период с 2005 по 2010 год имело место снижение значения коэффициента вариации с 0,577 до 0,299, то есть почти в два раза. Поэтому может быть сделан вывод, что гипотеза о наличии  $\sigma$ -конвергенции получила подтверждение для такого показателя, как численность работников малых предприятий в расчете на 100000 жителей.

Для оценки абсолютной  $\beta$ -конвергенции была построена регрессионная модель, параметры которой приведены в таблице 4.

**Таблица 4. Параметры модели конвергенции численности работников в расчете на 100000 жителей**

Параметр	Значение	Стандартная ошибка	Критерий Стьюдента	P-значение
$\beta_0$	0,594	0,085	6,97	<0,001
$\beta_1$	-0,060	0,010	-5,87	<0,001

Поскольку параметр полученной модели регрессии  $\beta_1$  имеет отрицательный знак, можно сделать вывод о наличии  $\beta$ -конвергенции. Высокое качество полученной модели подтверждается следующим. Стандартные ошибки не велики. Расчетные значения критерия Стьюдента по абсолютной величине превышают табличное значение 2,64. Величины P-значения меньше 0,01.

Для показателя численности работников малых предприятий в расчете на 100000 жителей скорость конвергенции достаточно велика и составляет 7,4% в год, а время, необходимое для сокращения межсубъектного неравенства по этому показателю в два раза, равно 9,3 года.

#### Литература

1. Коломак Е.А. Межрегиональное неравенство в России: экономический и социальный аспекты // Пространственная экономика. 2010, №1. – с. 26-35.

2. Федеральная служба государственной статистики: официальный сайт. [Электронный ресурс]: <http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat/rosstatsite/main/>. Дата обращения: 15.09.2013.

**Анализ образования зон повышенного порового давления воды при изменении области отработанного пространства на основе математического моделирования**

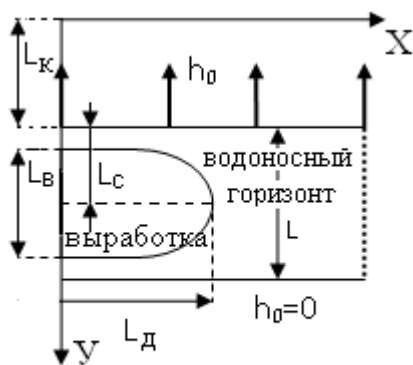
При разработке некоторых шахт Подмосковского угольного бассейна наблюдались аномально высокие значения поровых давлений воды. Образование таких зон, величина давления в них, их положение сложным образом зависят от гидрогеомеханических характеристик породы, скорости подвигания выработки, ее размеров и т.п. [1,2]

Математическое моделирование изменения размеров отработанного пространства, при котором определяются характеристики напряженно-деформированного состояния породы и давления воды для двумерной задачи сводится к решению уравнений равновесия среды и уравнения нестационарного режима фильтрации:

$$\partial\sigma_{xx}/\partial x + \partial\sigma_{xy}/\partial y + \partial p/\partial x = 0, \partial\sigma_{yy}/\partial y + \partial\sigma_{xy}/\partial x + \partial p/\partial y = \gamma_{п}; \gamma_{в}(\partial V_x/\partial x + \partial V_y/\partial y) = -\eta \partial p/\partial t.$$

В этих уравнениях  $\sigma_{ij}$  - эффективное напряжение породы,  $p$  - давление воды,  $V_x$  и  $V_y$  - компоненты скорости фильтрации (связанные с коэффициентами фильтрации законом Дарси),  $\eta$  - коэффициент упругоёмкости,  $\gamma_{п}$  и  $\gamma_{в}$  удельный вес соответственно породы и воды. Непрерывный процесс изменения контура отработанной области делится на ряд последовательных шагов «мгновенного» изменения нагрузки – уменьшения эффективных напряжений и давлений воды на новом контуре выработки до нуля, которые разделены интервалом времени  $\Delta T$ . Подвигание выработки соответствует изменению ее линейных размеров  $\Delta L$  на величину равную  $\Delta L = V\Delta T$ , где  $V$  скорость подвигания. Условия выбора оптимального значения  $\Delta L$  рассмотрены в работе [2]. Каждый такой процесс вызывает изменение деформаций и давлений воды. После расчета приращения деформаций и определения новых величин давления воды, рассчитываются те давления, которые установятся в массиве через время  $\Delta T$ . Далее определяются деформации и эффективные напряжения массива соответствующие новому контуру выработки. Для решения использован метод конечных (треугольных) элементов. Более подробно методика расчета приведена в работе [3].

Цель настоящей работы определить зависимость скорости подвигания при которой возникают области повышенного давления воды (в дальнейшем – критическая скорость  $V_k$ ) от фильтрационных характеристик массива и изменения области отработанного пространства для од-



**Рис. 1. Расчетная схема**

нородной модельной системы, показанной на рисунке 1. Общие характеристики для расчета следующие: давление на кровле слоя на границе питания (80м от вертикальной оси выработки)  $h_0=15$ м, по высоте границы распределение давления гидростатическое (напор постоянный), верхняя и нижняя границы слоя водонепроницаемые. Горное давление принято 0,5МПа и действует на кровлю слоя, мощностью  $L_k$  расположенного над водоносным горизонтом. Общая высота расчетной области 100м. Тестовые расчеты сделаны для отработанного пространства (выработки), которое в сечении имеет вид прямоугольника с отношением высоты к длине 2/3 (начальный размер 2х3м). Центр пустой области отработанного пространства по вертикальной оси находится от  $Y=0$  на расстоянии 40м. Массив изотропный, деформации упругие, модуль деформации 100МПа, коэффициент Пуассона 0,35. Расчеты выполнены для нескольких значений коэффициентов фильтрации ( $k_x=k_y$ ) и коэффициента упругоёмкости так что диапазон изменения коэффициента пьезопроводности  $a=k/\eta$  менялся в пределах 0,5...30м<sup>2</sup>/сут. Каждая серия расчетов включала пошаговое изменение линейных размеров вы-

работки упругие, модуль деформации 100МПа, коэффициент Пуассона 0,35. Расчеты выполнены для нескольких значений коэффициентов фильтрации ( $k_x=k_y$ ) и коэффициента упругоёмкости так что диапазон изменения коэффициента пьезопроводности  $a=k/\eta$  менялся в пределах 0,5...30м<sup>2</sup>/сут. Каждая серия расчетов включала пошаговое изменение линейных размеров вы-

работки (при неизменных гидрогеомеханических свойствах массива) в 1,2 раза по отношению к размеру выработки предыдущего шага итерации. Конечная длина выработки каждой серии расчетов превышала начальную в 6 раза. Скорость подвигания принималась равной 0,25...4,0 м/сут.

Расчеты выполнены для следующих изменений геометрических размеров: I) расстояние между кровлей водоносного горизонта и центром выработки по оси «У»  $L_C$  составляло 20м (соответственно мощность водоносного горизонта  $L=40м$ ,  $L_k=20м$ ); II)  $L_C=10м$  ( $L=30м$ ,  $L_k=30м$ ). Каждая серия таких вычислений выполнена при изменении линейных размеров в 1,2 раза по отношению к размеру выработки предыдущего шага итерации при условии: 1) увеличивался размер как по горизонтальной оси, длина выработки  $L_d$ , так и по вертикальной оси, высота  $L_B$  (цель таких расчетов «имитировать» куполение при продвижении забоя); 2) увеличивался размер только по горизонтальной оси  $L_d$ .

На рисунке 2 приведен в качестве примера результат расчета, на котором видна область повышенного порового давления воды.

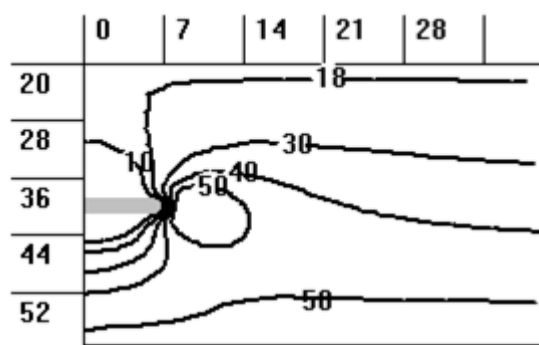


Рис. 2. Изолинии давления воды (в м) при изменении размеров отработанной области только по длине.  $V=4м/сут$ ;  $a=3м^2/сут$ ;  $L_C=20м$

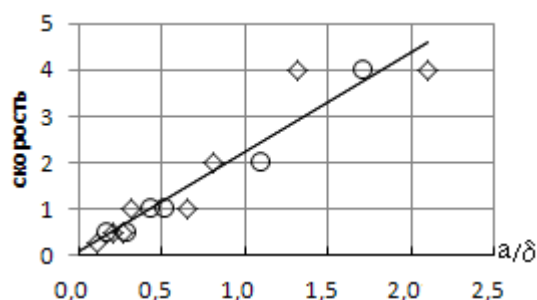


Рис. 3. Зависимость критической скорости  $V_K$  от параметра  $a/\delta$  для  $L_C=20м$

- ◇ - изменение отработанной области по длине и высоте
- - изменение отработанной области только по длине

Анализ результатов показал, что критическая скорость  $V_K$  -это скорость при которой возникают области повышенного давления (замкнутые изолинии давлений типа показанной на рис. 2), зависит как от величины пьезопроводности, так и от изменения линейного размера отработанной области  $\delta=L_d-L_0$ , где  $L_0$  – начальная длина. На рисунке 3 показана зависимость  $V_K$  от отношения  $a/\delta$  для  $L_C=20м$ . Аналогичная зависимость наблюдается и для  $L_C=10м$ . Видно, что она удовлетворительно укладывается на прямую. Если учесть, что  $\delta=Vt$ ,  $t$  – время подвигания, то получим  $V_K^2 \sim a/t$ .

Вывод. Области повышенного давления воды приурочены к области повышенных сжимающих напряжений, возникающих за фронтом очистного забоя (опорного давления)[2]. С другой стороны происходит фильтрация жидкости в зону дренажа (отработанную область), интенсивность которой пропорциональна пьезопроводности. Этими двумя конкурирующими процессами можно объяснить наблюдаемую зависимость: чем больше время подвигания – тем более высокие напоры формируются за фронтом забоя; чем больше пьезопроводность, тем интенсивнее фильтрация в зону разгрузки и тем меньше поровое давление.

#### Литература

1. Подольский В.А., Панчуков Н.П. Оптимизация технологических параметров в сложных гидрогеологических условиях. Горный вестник, 1996, №3.
2. Подольский В.А. Численное моделирование гидрогеомеханических процессов в горном массиве при продвижении горной выработки // Известия ТулГУ. Серия «Геотехнологии» Вып.1. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2006, – с.56-62
3. Подольский В.А. Метод конечных элементов в гидрогеомеханике горного производства. Монография. – Новомосковск, 2012. ISBN 978-5-7237-0798-6.

### **Особенности математической подготовки будущих социальных педагогов в вузе**

С сентября 2012 года в Муромском институте ведется подготовка студентов по направлению «Психолого-педагогическое образование». Важным элементом в профессиональном образовании студентов психолого-педагогического направления является математическая подготовка. Действующий с марта 2010 года Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования по данному направлению подготовки определяет, что выпускник вуза должен уметь использовать научно обоснованные методы и современные информационные технологии в организации собственной профессиональной деятельности; проводить диагностическое обследование детей с использованием стандартизированного инструментария, включая первичную обработку результатов, применять качественные и количественные методы в педагогических и психологических исследованиях [3]. Для овладения указанными умениями и навыками требуется определенная математическая подготовка студента.

Знания, приобретенные на занятиях по математике, помогут рассчитать основные показатели исследования в виде определения выборки, нахождения коэффициентов корреляции, воспроизвести репрезентативность выборки, провести количественный и качественный анализ данных, полученных в ходе исследования. Важным разделом изучаемого математического курса для студентов направления «Психолого-педагогическое образование» по профилю «Психология и социальная педагогика» является статистика. На вводной лекции по данному разделу необходимо подробно остановиться на понятиях «генеральная совокупность» и «выборка», привести примеры генеральных совокупностей и выборок из окружающей жизни (например, выборка – это одна группа студентов факультета) и из будущей профессиональной деятельности, т.е. как можно ближе к профилю обучения, показать роль гистограммы в педагогических и психологических исследованиях.

На последующих занятиях будущие социальные педагоги подробно изучают числовые характеристики статистического распределения: выборочное среднее, простейшая оценка дисперсии, оценки начальных и центральных моментов. Преподаватель может доступно объяснить, что среднее арифметическое – это простая оценка для математического ожидания, которая не является единственно возможной, привести примеры других оценок. Студентам нужно показать, что бывают ситуации, когда вместо среднего арифметического имеет смысл (с точки зрения содержания задачи) пользоваться средним геометрическим.

Математические методы применяются для моделирования социальных процессов, где используют основы дифференциального и интегрального исчисления. Кроме того, основная образовательная программа подготовки будущего социального педагога в высшем учебном заведении предусматривает изучение дисциплин («Экономика», «Качественные и количественные методы в исследованиях», «Информатика», «Концепция современного естествознания» и др.), для глубокого усвоения которых требуется хорошая математическая подготовка студентов.

Объем и содержание курса математики определяется учебным планом, которые реализованы в соответствующей рабочей программе. Для преподавателей кафедры постановка такого курса для педагогов-психологов является новой методической задачей (в плане отбора содержания и выборе технологий обучения). При проведении занятий по математике в группе будущих социальных педагогов нужно помнить, что данный курс дает не только знания, но и развивает логическое мышление, что является очень важным в дальнейшей профессиональной деятельности психолога и педагога.



### Курс физики в системе непрерывного образования

Курс физики является основополагающим на всех этапах обучения. Изучение физики закладывает основы будущего высшего технического образования учащихся. Именно поэтому, курсу физики отводится значительное место в системе непрерывного образования.

Изучение курса в общем случае можно разбить на 4 этапа:

- 1) знакомство с основными явлениями и процессами, происходящими в окружающем мире (до 7 класса в курсе природоведения, окружающего мира или вводном курсе физики и химии);
- 2) формирование понятийного аппарата, знакомство с основными физическими законами, теориями и процессами (7-9 класс), происходящими в макромире;
- 3) основы фундаментальной подготовки по курсу (10-11 класс), освоение понятий макромира и микромира;
- 4) формирование знаний о строении, законах и процессах, происходящих в мегамире, макромире и микромире.

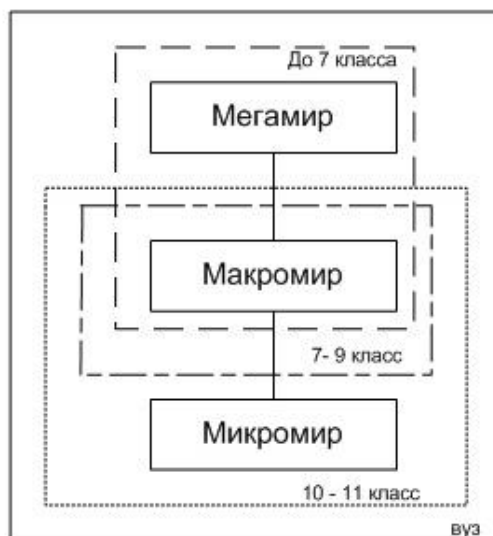


Рис. 1. Этапы изучения курса физики

Курс физики состоит из нескольких основных разделов:

- 1) механика,
- 2) электричество и магнетизм,
- 3) физика колебаний и волн,
- 4) квантовая физика,
- 5) молекулярная физика и термодинамика,
- 6) теория относительности,
- 7) физика твердого тела,
- 8) ядерная физика.

Приведенные разделы существенно отличаются по содержанию на различных уровнях образования. Это определяется в том числе и различием в математической подготовке учащихся. Так, например, первое представление о скорости учащиеся получают в 7 классе и определяют ее как отношение пройденного пути ко времени, за которое проделан этот путь (используется понятие разности). В старших классах вводится понятие производной и уже в этот момент школьникам доступно другое определение скорости как быстроты изменения пути по времени (понятие производной пути по времени). Кроме того, на более высоких уровнях обучения часто

появляются понятия и законы, которые не могли быть изучены ранее из-за недоступности математического аппарата, например понятие о циркуляции полей, градиенте температур и т.п.

Кроме того, квантовая физика, теория относительности и физика твердого тела рассматриваются в довольно ограниченном объеме в школьном курсе физики. Раздел геометрической оптики, рассматриваемый в школьном курсе физики, в вузе практически не изучается, а элементы его входят в часть, посвященную квантовой теории излучения, т.е. в квантовую физику.

Анализ изучаемых на различных ступенях образования курсов показал, что многие понятия дублируются, однако, различия в математическом аппарате позволяют изучать те же понятия с новой точки зрения. С другой стороны, это позволило сделать вывод о необходимости модернизации курса физики на всех ступенях образования для исключения повторений и поэтапного изучения курса, что приведет к углублению знаний на каждом этапе образований и приведет к непрерывности физического образования.

### **Совершенствование методов, математических моделей, программно-аппаратных средств реализации вычислительных процессов**

Большой объём вычислений в системах реального времени требует совершенствования численных методов, программно-аппаратных средств воспроизведения сложных функциональных зависимостей, алгоритмов обработки информации. Обеспечение предельных, оптимальных соотношений показателей точности, быстродействия и программно-аппаратных затрат на основе совершенствования методов компьютерной математики обеспечивает повышение эффективности вычислительных структур самых разнообразных технических систем военного и гражданского назначения.

Разработка эффективных вычислительных структур – важнейшая задача информационных технологий. Расчёт стандартных функций и арифметических операций используется повсеместно. Выполнение стандартных (аффинных) преобразований координат имеет чрезвычайную важность в самых разнообразных системах. Задача интерполяции функций имеет множество практических воплощений, таких как сжатие информации, воспроизведение траекторий движения, формирование опорных линий трёхмерных моделей и т.п. В приборостроении, измерительной технике разрабатываемые методы аппроксимации функциональных зависимостей, градуировочных характеристик датчиков, цифровых эталонов, взаимной компенсации погрешностей обеспечивают уменьшение значений погрешностей результата практически до погрешности задания эталонов и высокоскоростную калибровку измерительных систем [1-4].

Оригинальные, высокоскоростные, теоретически проработанные, экспериментально проверенные методы вычислительной математики применительно к решению широкого класса прикладных задач способны обеспечить оптимальные соотношения по быстродействию и программно-аппаратным затратам с исключением избыточной точности получения результата вычисления в диапазоне представления выходных данных от 1 до 64 двоичных разрядов. Для диапазонов приведённых погрешностей 20% ... 0,001% разработка оптимальных численных методов и адекватно перестраиваемых вычислительных структур позволяет обеспечить повышение точностных характеристик вычислительных систем на 10...300% без увеличения программно-аппаратных затрат и снижения быстродействия и (или) в такое же число раз при заданном классе точности измерительно-информационной системы снизить затраты на ее реализацию.

Имеются потенциальные возможности существенного упрощения реализации сложных функциональных зависимостей путём их представления в виде суперпозиции более простых функций, использования предварительно подготовленных данных в некритичном замещённом масштабе времени для последующего их использования в масштабе реального времени, разработки оптимизированных полиномиальных преобразований Чебышева. Предварительное моделирование вычислительного процесса обеспечивает сокращение вычислительных затрат, значительное уменьшение погрешности результата за счёт взаимопоглощения и взаимокompенсации фактически детерминированных составляющих погрешностей. Таким образом, исследование, разработка эффективных теоретических и прикладных методов, программного обеспечения для создания и оптимизации адаптируемых структур реализации вычислительных процессов в высокоинформативных, работающих в реальном масштабе времени, технических системах имеет фундаментальные аспекты и межотраслевой характер применения. Также актуально их наглядное изложение, обобщение для специалистов в виде монографий, учебных пособий и использование в учебном процессе для самых разнообразных специальностей.

Литература

1. Чекушкин В.В. Реализация преобразования представлений ортогональных составляющих сигналов в амплитуду и фазу // Измерительная техника, 2001, №4. – С. 18–21. Chekushkin V.V. Implementing the Transformation of Representations of Orthogonal Signal Components in Amplitude and Phase // Measurement Techniques. №4. 2001, p.358-364
2. Чекушкин В.В., Аверьянов А.М., Богатов А.Д. Способ и устройство вычисления квадратного корня – патент РФ №2438160 Бюл. №36, 2011г.
3. Аверьянов А.М., Пантелеев И.В., Чекушкин В.В. Методы повышения быстродействия и точностных характеристик преобразователей ортогональных составляющих сигнала в амплитуду // Измерительная техника. 2012, №8. – с.9-14. Averyanov A.M., Chekushkin V.V., Panteleev I.V. Methods of increasing the speed and accuracy characteristics of converters of orthogonal components of a signal into amplitude // Measurement Techniques. November 2012, Volume 55, Issue 8, pp. 858-866.
4. Пантелеев И.В., Чекушкин В.В. Совершенствование полиномиальных методов воспроизведения тригонометрических функций в информационно-вычислительных системах // Радиотехнические и телекоммуникационные системы. 2013, №1. – С.53-59.