Е.В. Пугин, А.Л. Жизняков
*Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета*
*602264, Владимирская обл., г. Муром, ул. Орловская, д. 23*
*egor.pugin@gmail.com, lvovich@newmail.ru*

**Исследование методов выделения нечётких геометрических признаков изображений**

При обработке изображений с целью их дальнейшего анализа и распознавания выделяют признаки или характерные черты. Известно большое число различных признаков, которые можно классифицировать определённым способом [2]. Например, существуют геометрические, статистические, топологические, спектральные, фрактальные признаки и другие. Особый интерес представляет ещё одна группа признаков – нечёткие признаки изображений. Их описание строится на основе теории нечёткой логики и нечётких множеств Л. Заде [4]. Методы этих разделов математики хорошо зарекомендовали себя в различных областях науки и техники: нечёткое управление, интеллектуальные роботы, системы обеспечения безопасности, распознавание речи, поиск информации, базы знаний, медицинская диагностика, помощь в принятии решений. Поэтому целесообразным выглядит их использование при анализе и распознавании изображений, как в областях, содержащих неопределённости на многих этапах обработки.

Основным понятием нечёткой логики является нечёткое множество. Принадлежность элемента $x$ нечёткому множеству $A$ определяется функцией принадлежности $\mu_A(x)$, область значений которой обычно принимают за отрезок $M = [0; 1]$. Для классического множества область значений имеет вид $M = \{0; 1\}$. Нечёткая логика способствует получению результата в условиях неопределённости с некоторой степенью возможности. Эти вычисления, в некотором смысле, напоминают работу мозга, а возросшая производительность современных ЭВМ позволяет осуществлять их за приемлемое для технических систем время.

Большинство классических или «чётких» признаков можно перевести в нечёткую форму, то есть представить с помощью нечётких множеств, или найти их аналоги. Рассмотрим некоторые нечёткие геометрические признаки и методы их выделения.

Цифровое изображение $F$ размера $M \times N$ с $L$ уровнями интенсивности может рассматриваться, как массив нечётких синглетонов, каждый из которых содержит значение принадлежности, определяющее степень его интенсивности относительно некоторого уровня $l$ ($l = 0,1, \dots, L-1$). Тогда изображение в нотации нечётких множеств будет выглядеть, как

$$F = \left\{\mu_F(f_{mn}) = \frac{\mu_{mn}}{f_{mn}}; m = 1,2, \dots M; n = 1,2, \dots, N\right\},$$

где $\mu_F(f_{mn})$ обозначает уровень принадлежности яркости $\mu_{mn}$ пикселем $(m,\ n)$ с интенсивностью $f_{mn}$ или, в более общем виде, обозначает степень обладания некоторым свойством пикселем $(m, n)$.

Смежность. Смежность двух кусочно-постоянных нечётких множеств (областей изображения) может являться обобщением смежности двух непересекающихся чётких множеств, которая определена, как длина их общей границы. Пусть $\mu$, $\nu$ – кусочно-постоянные нечёткие подмножества $S$. Тогда можно разбить $S$ на конечное число ограниченных регионов $B_i$, попарно граничащих вдоль разделяемых дуг, в которых $\mu$ и $\nu$ постоянны и имеют значения $\mu_i$, $\nu_j$. Пусть $\mu$ и $\nu$ не пересекаются. Тогда на каждом $B_i$ $\mu = 0$ или $\nu = 0$. Пусть $A_{ijk}$ – $k$-я дуга, разделяющая $B_i$ и $B_j$, а её длина равна $|A_{ijk}|$. Тогда смежность $\mu$ и $\nu$ равна

$$A(\mu, \nu) = \sum_{\substack{i,j,k \\ i \neq j}} u_i v_j |A_{ijk}|.$$

Выпуклость. Нечёткое подмножество $\mu$ $S$ называется выпуклым, если для всех $P$, $Q \in S$ и всех $R$ на отрезке $PQ$

$$\mu(R) \geq \min[\mu(P), \nu(Q)].$$

Площадь $\mu$ определяется, как

$$\alpha(\mu) = \int \mu,$$

где интеграл берётся по всей плоскости. Если $\mu$ кусочно-постоянно, то периметр определяется, как

$$p(\mu) = \sum_{\substack{i,j,k \\ i<j}} |\mu_i - \mu_j||A_{ijk}|,$$

что является взвешенной суммой длин всех дуг $A_{ijk}$. Компактность $\mu$ определяется, как $\frac{a(\mu)}{p^2(u)}$. Ширина $w(\mu)$ и высота $h\,(\mu)$ определяются, как

$$h\,(\mu) = \sum_x \max_y\{\mu(x, y)\}dy,$$
$$w(\mu) = \sum_y \max_x\{\mu(x, y)\}dx.$$

Длина нечёткого множества $\mu$ определяется, как

$$l_x(\mu) = \max_x\{\sum_y \mu(x, y)\},$$
$$l_y(\mu) = \max_y\{\sum_x \mu(x, y)\},$$

Длина нечёткого подмножества изображения по $x$ и $y$ показывает его наибольший размер в соответствующем направлении. В случае чёткого множества $\mu(x,\ y)\ \int\{0,\ 1\}$ длина отражает наибольшее число пикселей в строке или столбце.

Индекс зоны покрытия (ИЗП) нечёткого множества может быть определён, как

$$IOAC(\mu) = \frac{a(\mu)}{l_x(\mu)l_y(\mu)}$$

В обычном случае индекс зоны покрытия равен единице для прямоугольника. Для круга он равен $\pi r^2/(2r * 2r) = 1/4\pi$. ИЗП нечёткого изображения показывает часть максимальной площади, которая на самом деле покрыта изображением.

**Плотность** нечёткого множества $\mu$, имеющего $N$ носителей может быть определена, как

$$d(\mu) = \int \mu/N = a(\mu)/N.$$

Для цифрового изображения

$$d(\mu) = \sum_{i=1}^{M} \frac{\mu(i)}{N}.$$

Максимальное значение плотности равно 1 и справедливо только для обычного (чёткого случая). Плотность может применяться для нахождения центра гравитации. Если разбить изображение на различные регионы, то регион с максимальной плотностью может рассматриваться, как содержащий центр гравитации.

Стоит отметить, что рассматриваемые нечёткие признаки используют в качестве основы нечёткие множества первого порядка (типа). Но они не содержат практически никакой неопределённости, поэтому в дальнейшем представляет интерес исследование нечётких признаков второго рода [3], то есть использующих нечёткие множества второго и более высоких порядков, а также мягкие множества [1].

В докладе рассматривается выделение описанных геометрических признаков объектов на изображениях, приводятся значения для различных типов объектов (круг, квадрат, эллипс и т.д.). Оцениваются временные характеристики процедур извлечения данных признаков. Предлагаются возможные подходы к извлечению нечётких признаков более высоких порядков.

Литература

1. Молодцов Д. А. Теория мягких множеств. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 360 с.
2. Садыков, С.С. Методы и алгоритмы выделения признаков объектов в СТЗ/С.С. Садыков, Н.Н. Стулов. – М.: Горячая линия. - Телеком, 2005. – 204 с.
3. Mendel J. M., John R. I. B. Type-2 fuzzy sets made simple // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. — 2002. — Апр. — Т. 10, № 2. — С. 117—127.
4. Zadeh L. A. Fuzzy sets // Information and Control. — 1965. — Т. 8, №. 3. — С. 338–353.