Чекушкин В.В., Михеев К.В.
Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета
Россия, 602264, Владимирская область, г. Муром, ул. Орловская, д.23
E-mail: kiri-mikheev@yandex.ru

Быстродействующие вычислительные алгоритмы и математическое моделирование в радиотехнических системах

Высокая эффективность специализированных вычислителей (СВ) радиотехнических систем достигается за счет упрощения, адаптации вычислительных алгоритмов к более узкому классу задач и требований по точности путем минимизации разрядных сеток. В связи с этим актуально улучшение численных методов воспроизведения типовых функций с использованием методов компьютерной математики, которая развивается как научное направление на стыке математики и информатики. В средах программирования MathCad, Delphi, Builder C++ усовершенствованы методы математического моделирования при поиске полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей с уменьшением разрядных сеток операндов СВ путем взаимной компенсацией составляющих погрешностей результата [1,2].

В СВ для приближения стандартных функций, воспроизведения рабочих эталонов, калибровки измерительных систем широко применяются полиномиальный метод. При аппроксимации функции $f(x)$ с помощью полинома степени n

$$L_n(x) = a_0 + a_1 x + \ldots + a_n x^n = (((a_n x + a_{n-1}) \cdot x + a_{n-2}) \cdot x + \ldots a_1) \cdot x + a_0 \qquad (1)$$

ограничение числа операций и устранение избыточной точности результата достигается путем ограничения числа членов в (1) начиная с $n+1$ степени исходя из оценки максимального значения погрешности метода δ_{MM} в полиноме Чебышева

$$\delta_{MM} = f(x) - L_n(x) \le \frac{f^{[n+1]}(x)(b-a)^{n+1}}{(n+1)!\,2^{2n+1}}, \qquad (2)$$

где $f^{[n+1]}(x)$ – производная $(n+1)$-го порядка на интервале аппроксимации, $\delta_m = f(x) - L_n(x)$ - текущая погрешность метода воспроизведения функции.

Построен эффективный метод оптимизации вычислительного процесса, вытекающий из стратегии максимальной идентичности графиков воспроизводимой функции и приближающего полинома. При этом, в отличие от классического чебышевского альтернанса, когда в (1) для многочлена степени n значения функции и интерполянта совпадают в n+1 узле аппроксимации, удалось сократить количество вычислительных операций и число обращений к постоянному запоминающему устройству, за счет уменьшения числа узлов интерполяции и исключения отдельных констант a_i членов ряда $a_i\, x^i$ или проводя их специальную группировку. При этом увеличение погрешностей метода $\delta_{мм}$ по сравнению с классическим подходом было незначительным.

Упрощенный алгоритм поиска оптимального полинома для указанных условий после задания требуемой точности приближения следующий:

- задание полинома (1) с наименьшей степенью n, обеспечивающего заданную максимальную погрешность $\delta_{мм}$ воспроизведения функции и расчет констант a_i;

- исключение неэффективных, меньше всего влияющих на погрешность $\delta_{мм}$ членов ряда $a_i\, x^i$ констант a_i в соответствии с максимальной идентичностью графиков функции $f(x)$ и приближающего полинома $L_n(x)$;

- поиск усеченного полинома наилучшего приближения $L_n(x)$ с $m < (n+1)$ оставшимися константами a_i, в котором на интервале аппроксимации получается по крайней мере m + 1 точка, в которых погрешности $\delta_{мм}$ принимают равные максимальные значения $+(\delta_{мм} \pm \Delta\delta_{мм})$ и $-(\delta_{мм} \pm \Delta\delta_{мм})$ с учетом неустранимых погрешностей $\Delta\delta_{мм}$ (рис. 1);

- уточнение степени полинома n и количества констант m в соответствии с заданными погрешностями результата $\delta_р$ и полученными значениями погрешностей $\delta_{мм}$, сохранение этой степени или увеличение (уменьшение) ее на единицу, уточнение числа констант a_i для получения заданной погрешности результата $\delta_р$ с исключением невостребованной избыточной точности определения преобразовательной характеристики или функции $f(x)$ полиномом $L_n(x)$ с достаточным дискретным числом значащих цифр представления результата и соответствующим ему минимальным числом вычислительных операций;

- выполнение усечения, симметрирования, взаимопоглощения составляющих погрешности δ_p на выходе системы.

Повысить точность представления функции можно за счет компенсации погрешностей аппроксимации. Компенсацию можно реализовать и методом перебора всех взаимных комбинаций отклонений констант в пределах определенного числа последних отбрасываемых цифр с фиксацией наименьшего значения δ_k при помощи алгоритма, показанного на рис. 1 [2]

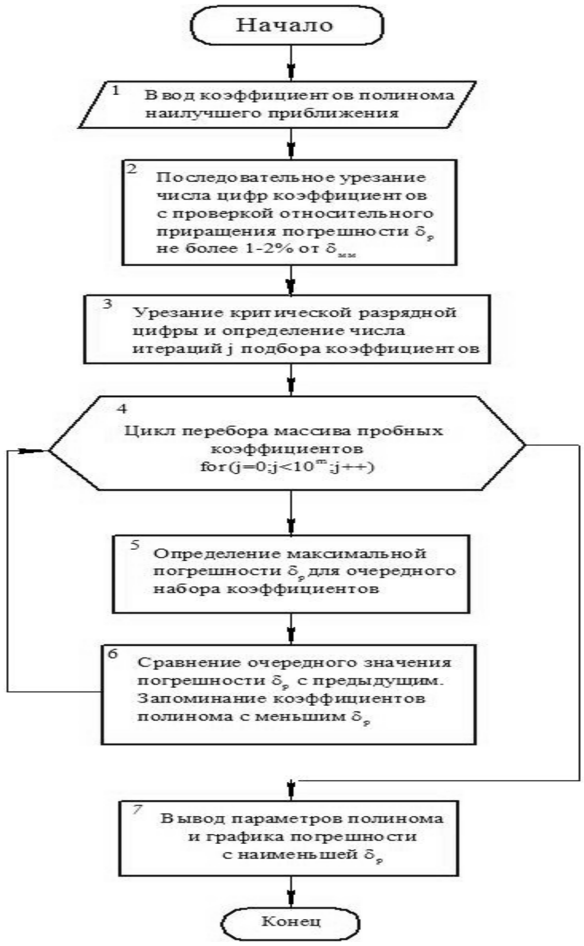

Рис. 1. Алгоритм минимизации числа разрядов для расчета коэффициентов полинома

В качестве входных данных для взаимной компенсации составляющих погрешностей используется полином наилучшего приближения. После определения входных данных и последовательного урезания числа цифр коэффициентов с проверкой относительного приращения погрешности, осуществляется урезание критической разрядной цифры и определение числа итераций подбора коэффициентов. Впоследствии, запускается главный цикл перебора массива пробных коэффициентов. По выходу из цикла имеем набор компенсированных коэффициентов. Выполняется этот цикл методом прямого перебора по всем возможным комбинациям значений коэффициентов. Затем определяется максимальная погрешность для очередного набора коэффициентов и сравнивается с предыдущим значением. По окончанию происходит вывод параметров полинома и графика погрешности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 14-07-00293).

Литература

1. Caro, D. Direct digital frequency synthesizer using nonuniform piecewiselinear approximation / D. Caro, N. Petra, A. Strollo // IEE Trans. Circuit Syst.. – 2011. - vol. 58. - p. 2409-2419.

2. Чекушкин, В.В. Быстродействующие алгоритмы поиска полиномов наилучшего приближения для воспроизведения функциональных зависимостей в информационно-

измерительных системах / В.В. Чекушкин, К.В. Михеев // Измерительная техника. - 2016. – №4. - С. 7-10.