В.А. Короткий
ЯВВУ ПВО
150001, г. Ярославль, Московский проспект, д. 28.
e-mail: vkorotkii@yandex.ru

Пример построения лекции по математике в техническом ВУЗе на основе закона прогрессивной дифференциации

В работе обобщён опыт проведения занятий по математике со студентами технического ВУЗа по курсу «Специальные главы высшей математики». Сложная многоплановая архитектура данного курса, требующая интеграции и переосмысления основных понятий из различных разделов математики, остаётся, как правило, не понятой без системного подхода к построению курса. С целью совершенствования его преподавания, опираясь на структурный подход и основные законы умственного развития и обучения, переработаны методические материалы по данному курсу и в качестве примера выбран первый учебный вопрос «Дельта-функция Дирака».

Одна из насущных проблем образовательной деятельности – быстрый рост объёма знаний, подлежащих усвоению и разработка научной методологии их отбора и представления обучающимся [1]. Традиционным решением в прошлом было увеличение времени на их усвоение и «нащупывание» (эмпирически) лучших способов их подачи. С дальнейшим ростом объёма знаний современными темпами эти подходы теряют значение.

Понятно, что любые усовершенствования в педагогической деятельности преподавателя должны основываться на знании законов человеческой психики, в данном случае, на знании *законов приобретения знаний* и *умственного познавательного развития.*

Исследования в области *когнитивной психологии* (изучающей познавательные процессы в сознании человека) связаны как с общими универсальными законами развития любых органических процессов, так и с вопросами памяти, внимания, чувств, представления информации, логического мышления, воображения, способности к принятию решений.

Среди этих законов на первом месте стоит закон развития от общего к частному, от целого к частям, закон системной дифференциации, а также представление о когнитивных репрезентативных структурах долговременной памяти. Здесь психика рассматривается как совокупность элементов, а не свойств. Носителем умственного развития являются не знания, не умения, не навыки, но обобщённые оперативные схемы, устанавливающие рациональные структуры объектов и используемые как орудия решения задач в отношении объектов. Развитие происходит в системе. Система – совокупность взаимосвязанных элементов. Поведение системы подчинено принципам целостности и структурности и зависит не столько от свойств элементов, сколько от их места в иерархии. Поэтому развитие – это рост внутренней организации (количества элементов, связей между ними, уровней иерархии, связей между уровнями), то есть движение от меньшей дифференциации к большей. Закон развития систем: система складывается не из «кирпичиков», но дробится целое. Репрезентация знаний – способ описания и хранения знаний в долговременной памяти; не просто «слепок», но обобщённо-абстрактный продукт умственной переработки знания, содержащий инварианты предметного мира, отношений объектов и их внутренних состояний. Продукты умственной деятельности в памяти образуют иерархию (вертикальную – по степени общности и горизонтальную по степени сходства). Когнитивная репрезентативная структура – это не только система хранения знаний, но и средство познания [2].

Представляем пример разработки учебного материала и организации познавательной деятельности студентов, в соответствии с названными выше общими законами и представлениями когнитивной психологии. Эти законы требуют специфической организации учебного материала и применения активных форм работы со студентами с обязательной обратной связью.

Рассмотрим учебный вопрос «Дельта-функция Дирака» и работу со студентами на лекционном занятии. Ограничимся только первой часть этого вопроса:

«Определение дельта функции Дирака». Уже здесь можно увидеть, как работает метод. Определение $\delta-$функции содержит сразу два исходных элемента знания – функция и интеграл.

Первый слайд лекции содержит формулу-определение $\delta-$функции:

(1) $\delta(t-t_0)=\begin{cases} 0, & \forall t\in R\setminus\{t_0\}, \\ +\infty, & t=t_0, \end{cases}$

(2) $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\delta(t-t_0)\,dt=1.$

Он выполнен в виде анимированного клипа: вначале формула подаётся как целостный объект. Цифр (1) и (2) вначале на слайде нет. Визуально сразу становится ясно, что это определение состоит из двух элементов и на слайде появляются цифры. Затем формулы исчезают, и начинается их поэлементное появление на экране. Сначала обозначение дельта-функции $\delta(t-t_0)$; потом фотопортрет П.А.М.Дирака, выбор буквы δ греческого алфавита связывается с первой буквой в фамилии Дирака. Далее появляются поочередно остальные элементы формулы (1) и комментарии лектора: значение 0, квантор всеобщности «$\forall$», переменная *t*; «объединённый» объект $\forall t$; математический символ принадлежности элемента множеству «$\in$»; знак множества действительных чисел «R», «располагающихся» на *t*-оси; знак разности множеств «\»; знак неупорядоченного множества { }; единственный элемент вычитаемого множества t_0; «объединённый» объект $\{t_0\}-$неупорядоченное множество, состоящее из одного элемента; «объединённый» объект $R\setminus\{t_0\}$ - вся числовая прямая с одной выколотой точкой t_0; «объединённый» объект $\forall t\in R\setminus\{t_0\}$, «объединённый» объект $\delta(t-t_0)=0,\ t\in R\setminus\{t_0\}$; другое «значение» функции «$+\infty$»; равенство «$t=t_0$»; «объединённый» объект $\delta(t-t_0)=+\infty,\ t=t_0$. Затем - цифра (2), и звучат комментарии ко второй формуле определения: знак интеграла - «$\int$ », нижний предел - «$-\infty$», верхний предел - «$+\infty$», переменная интегрирования «*t*», подынтегральная функция «$\delta(t-t_0)$», значение (несобственного) интеграла «1». Лектор просит студентов дать интерпретацию «1», входящей в определение. При этом все символы, перечисленные на слайде, поочерёдно меняют цвет, увеличиваются и уменьшаются до прежних размеров. Комментарии лектора соответствуют «наложению» когнитивной репрезентативной сетки, сформированной в сознании студента при изучении курса математического анализа, в чётком соответствии с выстроенной вертикальной и горизонтальной иерархией всех элементов знания. Степень подробности комментариев лектора зависит от уровня подготовленности студентов к данной лекции.

Итак, исходный, первый уровень в первой части определения – функция. Далее происходит дифференциация этого понятия: элементарные функции – специальные функции. Ясно, что они образуют два подуровня.

В подуровне «элементарные функции» происходит «горизонтальная» дифференциация: основные элементарные функции и классы элементарных функций. Лектор добивается, чтобы студенты перечислили все элементарные функции и разбили их на классы. Здесь становится ясной и степень усвоения прежнего учебного материала, и, следовательно, включенность его или нет в систему базовых математических понятий. Обсуждается новый подуровень – не функция, «обобщённая функция», специальная функция. Он дифференцируется далее как функции с «необычными» свойствами, уже знакомыми по курсу математического анализа и по специальным техническим курсам: функция Хевисайда, дзета-функция Римана, функция Дирихле и, наконец, дельта-функция Дирака. Ещё раз подчёркивается, что речь идёт о математических терминах: «элементарная функция» и «специальная функция»; обсуждается их сходство и отличие с «бытовым» значением слов. Указывается перечень справочников и учебников по специальным функциям, называются новые, неизвестные студентам, специальные функции.

Следующий этап познавательной деятельности – установление связей между элементами каждого подуровня и междууровневых связей, нахождение сходства и отличий. Студентов просят вспомнить определение (числовой) функции и пояснить, какие позиции этого определения нарушаются в определении δ–функции, то есть ещё раз когнитивная репрезентативная «сетка» памяти обучающихся накладывается на новое знание. Для усиления эмоционального эффекта студентов просят вспомнить примеры из повседневной жизни, когда производится продукция, не соответствующая стандартам (ГОСТам) и, как она называется. Ещё раз напоминается тезис о том, что математика, как и разговорный язык, – продукт, рождённый человеческим мозгом и, поэтому она устроена по тем же законам, по которым «функционирует» человеческое сознание. Главное – логическая непротиворечивость утверждений. А необычность (неканоничность) определения нового объекта «с лихвой» компенсируется замечательными свойствами новой функции. Лектор просит привести хотя бы один пример «неработающего» математического определения, но придавшего замечательную стройность математической теории. Это позволит обучающимся установить новые связи в сложившейся когнитивной иерархии. Самые ожидаемые примеры – определение определённого интеграла «по-Риману» или определение бесконечно малой и бесконечно большой величины.

Исходный уровень во второй части определения – интеграл, подуровень – определённый интеграл, следующий подуровень – несобственный интеграл. В уровне интеграла переменная интегрирования и подинтегральная функция. Далее в подуровне несобственного интеграла происходит дифференциация объекта познания на сходящиеся и расходящиеся интегралы. Подчёркивается, что практическое значение имеют только сходящиеся интегралы. Далее задаётся вопрос: «Каким является несобственный интеграл», входящий в определение δ–функции?» Следующий вопрос: «Можно ли изобразить δ–функцию графически?». Как итог - δ–функция – удобное абстрактное понятие (существующее только в сознании человека) и нашедшее широкое применение в практической жизни: от теоретической физики до теории автоматического управления и теории электро- и радио-цепей.

Слайд №2 иллюстрирует следующий этап дифференциация второй части определения δ–функции. Студентов просят продумать важность бесконечных пределов интегрирования. В силу первой части определения приходим к выводу, что пределы могут быть конечными, лишь бы промежуток интегрирования содержал точку t_0.

На слайде №3 даётся определение «иглообразной» функции и осуществляется предельный переход к нулю в основании криволинейной трапеции. Требование сохранения площади (= 1) криволинейной трапеции «под графиком» иглообразной функции – очень наглядная интерпретация второй части определения δ–функции и легко принимается студентами.

На четвёртом слайде – несколько графиков («иглообразных») функций-прообразов δ–функции: прямоугольная, треугольная и колоколообразная функции. Студенты подводятся к самостоятельному выводу о том, что свойства дельта-функции будут зависеть от того, какая из этих функций послужила прообразом (для чувственной окраски можно вспомнить о признаках, которые наследуют дети от своих родителей). Главные из них – свойства дифференцируемости и чётности. Так проходит прогрессивная (системная) дифференциация определения δ–функции Дирака.

Как видно, главное здесь – сделать явными для студентов исходные понятия, систему уровней и подуровней и связать их с предыдущими знаниями, выявляя связи, сходства и отличия. Таким образом, обретает наглядность процедура превращения информации в знание.

На следующих слайдах в такой же яркой, запоминающейся «клиповой» форме обсуждаются свойства δ–функции. Каждая из формул является первоначальным «цельным» первопонятием и каждая из них подвергается дифференциации для встраивания в сложившуюся когнитивную репрезентативную структуру долговременной памяти студента, в своеобразную «сетку», которая накладывается на новую информацию и обрабатывает ее.

По нашему мнению представленный подход, предполагающий обязательное применение активных форм обучения, будет хорошо работать во всех разделах курса математики высшей школы. При этом важнейший пункт – первый - выбор исходного элемента: формулы, графика, таблицы (выражающих определение, теорему, группу свойств математических объектов) для каждого конкретного курса, раздела, темы. Далее, в соответствии с законом системной дифференциации, происходит «дробление нового знания» и устанавливаются прямые и обратные связи между элементами нового знания и сложившейся когнитивной структурой долговременной памяти студента. Учитывая важность когнитивной структуры долговременной памяти специалиста-инженера, необходимо уменьшать требования по механическому запоминанию формул и табличных значений, но главный упор делать на понимание процедуры превращения информации в знание, умение пользоваться формулами и ориентироваться в таблицах.

Предлагаемый подход может быть применён в любой предметной области: преподавании технических, гуманитарных дисциплин, занятий по физической культуре и спорту. Основанный на фундаментальных законах развития органической материи, открытых в биологии, когнитивной психологии [1-2], он позволит уже в ближайшем будущем повысить качество подготовки технических специалистов.

Литература

1. Короткий, В.А. Современный учебно-методический комплекс по математике в техническом вузе / В.А. Короткий // IV Всероссийская межвузовская. научная. конференция «Регионы России 2014», сборник тезисов докладов, с.616-620.

2. Чуприкова, Н.И. Умственное развитие и обучение (Психологические основы развивающего обучения)/М.:АО «СТОЛЕТИЕ», 1994 – 192 с.