

Романов Д.Н.

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23  
E-mail: radon81@mail.ru

### Расчет радиуса кривизны трехмерной траектории движения воздушного объекта

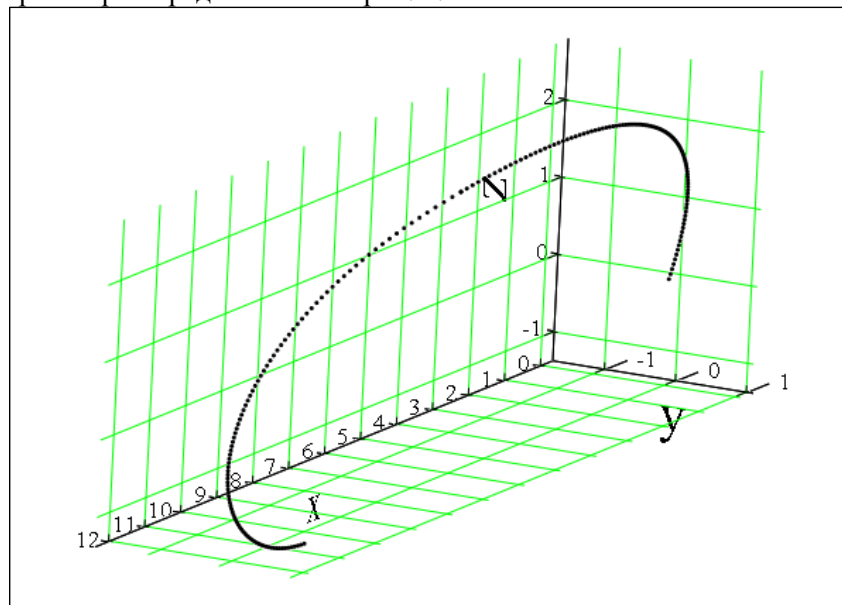
При моделировании воздушной обстановки одним из важных аспектов является соответствие моделируемой траектории движения реальным воздушным объектам. Для этого необходимо учитывать перегрузку, допустимую для того или иного воздушного объекта. Перегрузка возникает в результате действия центростремительного ускорения. При движении воздушного объекта с постоянной скоростью максимальное центростремительное ускорение достигается на участках траектории с минимальным радиусом кривизны.

Рассмотрим траекторию, построенную с помощью трехмерных кривых Безье по следующим точкам: A(0,0,0); B(2,2,4); C(5,-0.5,2); D(8,-3,0); E(11,-1,-2); F(12,1,-1). Данная траектория состоит из двух кривых Безье второго и третьего порядка соответственно, построенных на основе следующего выражения:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_i^n(t)$$

где  $n$  – степень кривой;  $i$  – порядковый номер опорной вершины;  $P_i$  – вектор координат  $i$ -й опорной точки по каждой из координат;  $B_i^n(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} \cdot t^i \cdot (1-t)^{n-i}$  – полином Бернштейна степени  $n$ ,  $t$  – безразмерный параметр, расположенный в интервале  $t \in [0; 1]$ .

Итоговая траектория представлена на рис. 1.



(x1, y1, z1), (x2, y2, z2)

Рис. 1 Траектория движения объекта

Минимальный радиус кривизны дуги рассчитывается по выражению [1]:

$$R = \frac{\sqrt{\left( (x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2 \right)^3}}{\sqrt{\left( (y'(t)z''(t) - y''(t)z'(t))^2 + (z'(t)x''(t) - z''(t)x'(t))^2 + (x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t))^2 \right)}}$$

Для траектории, представленной на рис. 1, радиус кривизны имеет зависимость от параметра  $t$ , представленную на рисунках 2 и 3.

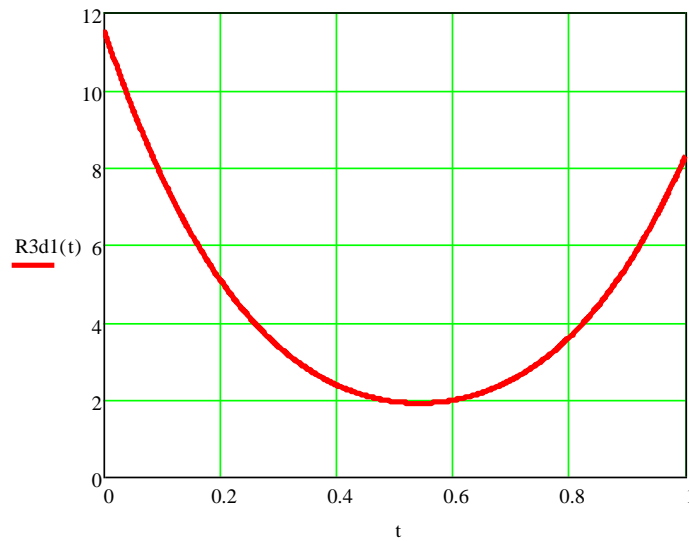


Рис. 2. График для определения минимального радиуса кривизны кривой второго порядка

Для графика, представленного на рис.2 минимальный радиус кривизны составляет 1,907.

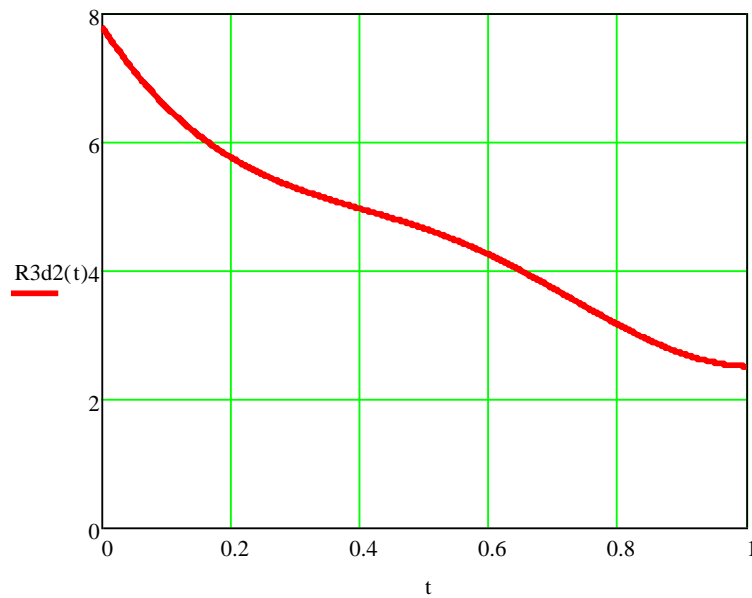


Рис. 3. График для определения минимального радиуса кривизны кривой третьего порядка

Для графика, представленного на рис.2 минимальный радиус кривизны составляет 2,512.

### Литература

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. Изд-во "Наука". М. 1977 г.