

Чекушкин В.В., Михеев К.В., Пальманов В.А.  
 Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного  
 учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет  
 имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
 602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23  
 E-mail: s\_zh\_72@mail.ru

### Методы воспроизведения тригонометрических функций в мехатронных системах

В мехатронных системах, компьютерной графике повсеместно используются стандартные функции, в частности, тригонометрические, поскольку с помощью них можно описать уравнения движения робототехнических комплексов, систем ЧПУ в различных системах координат, формировать сигналы управления, определять координаты объектов [1]. Особенно большой объем вычислений тригонометрических функций приходится проводить при переходе от наглядной для оператора прямоугольной системы координат к разложению на движения в сингулярной системе координат, когда сложные движения робототехнического комплекса заменяют с поступательных на вращательные. Реализации вычисления тригонометрических функций – особенно функции синуса посвящено большое количество литературы [2 – 6], но до настоящего времени не создан оптимальный банк вычислений для основных и обратных тригонометрических функций с последовательным устранением избыточной точности вычислений, уменьшением числа разрядов специализированных процессоров для представления операндов вычислений.

Целевая функция оптимизации специализированных алгоритмов воспроизведения функциональных зависимостей с устранением излишней точности  $E$  соответствует отношению последовательного дискретного приращения максимального числа значащих двоичных разрядов операндов выходных данных  $G$  при минимальном возрастании сложности вычислительных алгоритмов и соответственно времени их реализации  $C$ . Оценка эффективности алгоритма иллюстрируется максимизируемым выигрышем  $G$  при ограниченных затратах  $C$ , не превосходящих некоторой величины  $C^*$  или минимизируемыми затратами, при условии, что выигрыш от применения алгоритма не менее заданного  $G^*$ :

$$E = G \rightarrow \max | C \leq C^*, E = C \rightarrow \min | G \geq G^*, E = G/(A + m), \quad (1)$$

где  $G$  – число значащих двоичных цифр результата или их приращения  $\Delta G$  от некоторых начальных условий,  $C = A + m$  – число выполненных операций или их приращение  $\Delta(A + m)$ ,  $A$  обозначает количество математических операций,  $m$  – число извлекаемых из памяти констант.

Исходя из вышесказанного, создадим оптимизированные алгоритмы воспроизведения стандартных функций в диапазоне от 3...64 значащих цифр результата.

Таким образом, целью работы является разработка приближенных вычислительных алгоритмов с погрешностью метода вычисления функций  $f(x)$  соответствующих последовательному дискретному приращению максимального числа значащих двоичных разрядов (цифр) при фиксированном возрастании сложности вычислений алгоритма с устранением избыточной точности и быстродействия. Прикладное значение заключается в повышении точностных характеристик и быстродействия технических систем различной сложности в зависимости от класса их точности, быстродействия и фиксированных при сокращенных разрядных сетках специализированных вычислителей, входящих различные по назначению системы.

При аппроксимации функций будем использовать полином наилучшего приближения Чебышева степени  $n$

$$L_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n. \quad (2)$$

Определим максимальное значение погрешности метода аппроксимации  $\delta_{MM} = f(x) - L_n(x)$ .

Для реализации оптимального алгоритма вычисления полинома в диапазоне значений  $\delta_{MM} \in [0, 15 \cdot 10^{-6}]$  при  $x \in [0; \pi/2]$  использовано компьютерное моделирование, которое позволяет устранить избыточную точность, обеспечить последовательное дискретное

приращение точности не менее 1..3 значащих двоичных цифр при последовательном возрастании сложности вычислительного алгоритма не более чем на 1..2 вычислительных операции [4]. Компьютерное моделирование с целью поиска полиномов с наиболее низким произведением  $\delta_{MM}(A+m)$  подтвердило, что разложение в ряд при использовании для нечетной функции  $\sin(x)$  комбинаций членов с четными степенями неэффективно. В работе впервые создан банк тригонометрических функций с диапазоном приведенных относительных погрешностей порядка  $[0, 2; 10^{-8}]$ . Разработаны улучшенные алгоритмы воспроизведения при обеспечении нарастающего дискретного приращения двух-трех и более значащих цифр результата при фиксированном возрастании сложности алгоритма не более чем на 2-3 операции в диапазоне представления выходных данных 2-32 и более двоичными разрядами. Обеспечено уменьшение погрешности результата путем взаимной компенсации составляющих погрешностей, сокращены разрядные сетки специализированных вычислителей на 2-5 двоичных разрядов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-37-00077.

### Литература

1. Чекушкин В.В., Бобров М.С., Аверьянов А.М. Имитация траекторий движения воздушных объектов для радиолокационных систем управления и контроля воздушного пространства// Мехатроника, автоматизация, управление – М.: «Новые технологии» - 2009. - №9 - С. 70–80.
2. Ashrafi A., Adhami R., Milenkovic A. A direct digital frequency synthesizer based on the Quasilinear interpolation method. – IEEE Trans. Circuit Syst. I, Reg. Papers, Apr. 2010, vol.57, no.4, p.863–872.
3. Caro D., Petra N., Strollo A. Direct digital frequency synthesizer using nonuniform piecewiselinear approximation. – IEEE Trans. Circuit Syst. I, Reg. Papers, Oct. 2011, vol.58, no.10, p.2409– 2419.
4. Чекушкин В.В., Булкин В.В. Повышение точности измерительных систем с нестабильными параметрами // Измерительная техника. – 2006. - №1. - С. 7-11.
5. Чекушкин В.В., Юрин О.В., Булкин В.В. Реализация вычислительных процессов в информационно-измерительных системах: монография.– Муром: Изд.-полиграфический центр МИ ВлГУ, 2005.– 158 с.
6. Galushkin A.I., Danilin S.N., Shchanikov S.A. The research of memristor-based neural network components operation accuracy in control and communication systems // Source of the Document 2015 International Siberian Conference on Control and Communications, SIBCON 2015 - Proceedings. 2015. PP. 1-6. (DOI: 10.1109/SIBCON.2015.7147034)
6. Чекушкин В.В., Михеев К.В., Жиганов С.Н., Быков А.А. Математическое моделирование и вычислительные алгоритмы в радиотехнических системах. // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». № 1, 2017. – С. 98-104.