

Романов Д.Н.

Муromский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»  
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23  
E-mail: radon81@mail.ru

### Упрощение коэффициентов аппроксимации для дискретной непрерывной кусочно-линейной функции.

Известна дискретная непрерывная кусочно-линейная функция [1]. Эта функция является линейной и для своей реализации требует только операций сложения и умножения. Данная функция позволяет проводить аппроксимацию одной непрерывной кусочно-линейной функцией вида:

$$F_m = \sum_{n=0}^N K_m |m - n|,$$

где  $m$  – номер отсчета,  $n$  – шаг аппроксимации,  $K_m$  – коэффициент аппроксимации.

В общем случае коэффициенты аппроксимации определяются следующим образом:

$$[K] = [y] \cdot [M]^{-1},$$

Где  $[y]$  – вектор значений функции в узлах аппроксимации,

$$[M] = \begin{bmatrix} |0-0| & |0-1| & \dots & |0-N| \\ |1-0| & |1-1| & \dots & |1-N| \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ |N-0| & |N-1| & \dots & |N-N| \end{bmatrix}$$

Для примера рассмотрим пример аппроксимации прямоугольного импульса по восьми отсчетам. Значения отсчетов заданы вектором значений:  $y^T = [0,0,1,1,1,1,0,0]$ .

Матрица  $M$  для этого случае примет вид:

$$[M] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Так как матрица  $[M]$  является Топлицевой, то для расчета обратной матрицы можно воспользоваться, в том числе известным алгоритмом Левинсона-Дарбина [2].

Обратная матрица имеет вид:

$$[M]^{-1} = \begin{bmatrix} -0,429 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,071 \\ 0,5 & -1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & -1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 & -1 & 0,5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & -1 & 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & -1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & -1 & 0,5 \\ 0,071 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 & -0,429 \end{bmatrix}$$

Вектор коэффициентов аппроксимации для этого случае имеет вид:

$$K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5 \\ -0.5 \\ 0 \\ 0 \\ -0.5 \\ 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Такой подход к вычислению коэффициентов аппроксимации требует высоких вычислительных затрат, особенно при большом количестве узлов аппроксимации. Поэтому предлагается определять коэффициенты аппроксимации, опираясь на свойства линейных функций. В этом случае формула для коэффициентов аппроксимации примет вид:

$$K_m = \frac{y_{m-1} - 2y_m + y_{m+1}}{2}$$

Полученное выражение для нахождения коэффициентов аппроксимации дискретной непрерывной кусочно-линейной функции требует меньших вычислительных ресурсов и имеет более простой алгоритм вычислений.

### Литература

1. Романов Д.Н., Горячев М.С. Непрерывная кусочно-линейная функция с дискретным шагом аппроксимации. Методы и устройства передачи и обработки информации: Научно-технический журнал. – Вып. 22. /Под ред. В.В. Ромашова, В.В. Булкина. – М.: МИ ВлГУ, 2020. – с.41-43
2. Солонина А.И. и др. Основы цифровой обработки сигналов. Санкт-Петербург, «БВХ-Петербург», 2005