

Шпаков¹ П.С., Юнаков² Ю.Л., Азаренко² А.А.

¹Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
E-mail: spsp01@rambler.ru

²Сибирский Федеральный университета.
Институт горного дела геологии и геотехнологий
660025, г. Красноярск, пр. Вузовский, 3, ауд. 415 у.к.
e-mail: JJunakov@sfu-kras.ru

Методика определения расчётных значений прочностных характеристик горных пород вероятностными методами

На основании методов теории вероятностей и математической статистики разработана методика определения расчётных значений прочностных характеристик горных пород, учитывающая их коррелированность, позволяющая уточнить границы доверительного интервала и получить более высокую степень надёжности результатов.

Для оценки устойчивости борта карьера в качестве расчётных данных используют плотность пород γ и показатели сопротивления пород сдвигу (сцепление k и угол внутреннего трения ρ).

Обобщенные или нормативные значения этих показателей обычно устанавливаются на основе статистической обработки результатов лабораторных и натуральных испытаний физико-механических свойств пород.

При решении задач устойчивости откосов в соответствии с «Методическими указаниями...» [1] в нормативные характеристики пород вводится коэффициент запаса n_3

$$k_p = k_n / n_3; \text{tg} \rho_p = \text{tg} \rho_n / n_3. \quad (1)$$

Полученные таким образом значения называются расчётными прочностными характеристиками. Коэффициенты запаса, вводимые в определенные из испытаний показатели, либо в общий коэффициент запаса устойчивости борта, учитывают их изменчивость, ошибки определения, связанные с методикой испытаний, анизотропией материала и прочими факторами. Однако значения этих коэффициентов назначаются на основе практики и не имеют строгого научного обоснования.

Выделить доминирующий фактор, который оказывает максимальное влияние на конечный результат, практически невозможно, поэтому для их оценки используется нормальный закон распределения.

Поэтому использование методов теории вероятностей и математической статистики дает возможность обоснованно и надежнее определить расчётные характеристики прочностных показателей приборного массива.

Интервальная оценка позволяет в качестве расчётных данных принимать характеристики, соответствующие нижней границе доверительного интервала, построенного с заданным уровнем вероятности.

Нормативное значение плотности каждого литологического типа горных пород обычно определяется как среднее (средневзвешенное) по месторождению либо по отдельным его участкам.

Порядок определения нормативных показателей удельного сцепления k и угла внутреннего трения ρ регламентируется межгосударственным стандартом ГОСТ 20522-96 [2], который предполагает наличие линейной зависимости сопротивления породы сдвигу $\tau = f(P)$ от нормального давления. В результате статистической обработки экспериментальных данных определяем математическое ожидание (нормативное значение), дисперсию и среднеквадратическое отклонение сцепления и тангенса угла внутреннего трения пород.

Уравнение наилучшей прямой согласно ГОСТ 20522-96 записывается в

виде

$$\tau = (tg\rho \pm \sigma_{tg\rho}) \cdot P + (k \pm \sigma_k), \quad (2)$$

т.е. погрешность сопротивления сдвигу определяется как

$$\sigma_\tau = \sigma_k + \sigma_{tg\rho} \cdot P. \quad (3)$$

Задаваясь уровнем надежности, строим границы доверительного интервала для величины τ

$$\tau = \bar{\tau} \pm t_p \sigma_\tau / \sqrt{N}, \quad (4)$$

где t_p — коэффициент распределения, определяемый по специальным таблицам в зависимости от доверительной вероятности.

N — общее число определений.

Осью симметрии доверительного интервала служит прямая максимального правдоподобия.

Таким образом, расчетные значения прочностных характеристик по ГОСТ 20522-96 соответствуют нижней границе доверительного интервала с заданным уровнем надежности.

Указанная методика статистической обработки результатов испытаний не учитывает коррелированности показателей $tg\rho$ и k .

Дисперсия сопротивления сдвигу для коррелированных показателей определяется как

$$\sigma_\tau^2 = \sigma_k^2 + \sigma_{tg\rho}^2 \cdot p^2 + 2\eta_{k\bar{tg\rho}} \cdot p \quad (5)$$

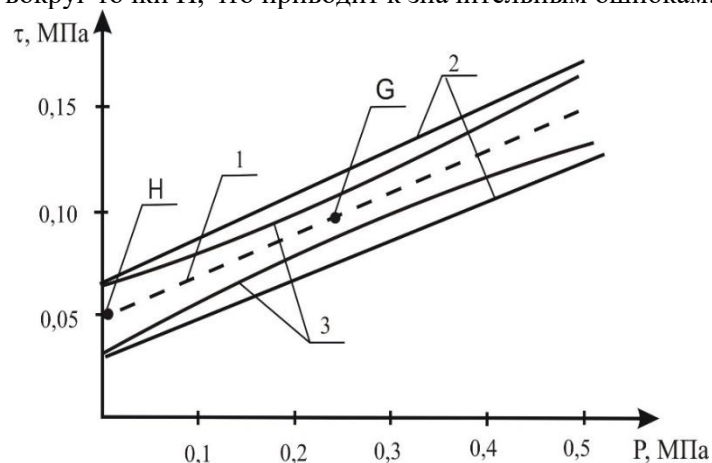
где η - корреляционное отношение, характеризующее степень взаимосвязи параметров k и $tg\rho$.

После подстановки (5) в (4) получим, что границами доверительного интервала служат две ветви гиперболы, осью симметрии для которых служит прямая максимального правдоподобия.

Доверительный интервал будет минимальным при средних значениях давления.

Численный пример обработки результатов испытаний образцов горных пород на сдвиг с построением границ доверительного интервала при $p = 95\%$, приведенный на рис. 1, наглядно демонстрирует все сказанное.

Из анализа графиков следует, что наилучшая прямая «покачивается» вокруг центра тяжести экспериментальных точек (точка G), а из уравнения (2) следовало бы, что наилучшая прямая «покачивалась» бы вокруг точки H, что приводит к значительным ошибкам.



- 1 — прямая максимального правдоподобия;
- 2 — границы доверительного интервала по ГОСТ 20522-96;
- 3 — границы доверительного интервала по предлагаемой методике.

Рис.1. Графики регрессионного анализа.

Таким образом, доверительный интервал, построенный с учетом коррелированности показателей k и $\text{tg}\rho$, имеет значительно меньшую ширину при одной и той же вероятности, поэтому расчетные значения прочностных характеристик пород, определенные по предложенной методике имеют более высокую степень надежности.

Литература

1. ВНИМИ. Методические указания по определению углов наклона бортов, откосов уступов и отвалов строящихся и эксплуатируемых карьеров. - Л., 1972. – 165 с.
2. ГОСТ 20522-96. Грунты. Методы статистической обработки результатов испытаний. - М.: Издательство стандартов, 1997.- 23 с.
3. Шпаков П.С., Попов В.Н. Статистическая обработка экспериментальных данных: Учебное пособие.- М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2003. – 268 с.