

Чайков С.С., Ананич Д.И., Никулин Е.Ю.
 Филиал военной академии ВВСН имени Петра Великого (г. Серпухов)
 МОУ «Институт инженерной физики»
 Московская область, г. Серпухов, ул. Бульвар 65-лет Победы, д. 17, кв. 5
 E-mail: ss_chay@mail.ru

Логико-вероятностный метод получения характеристик некоторых видов графов

В настоящее время структура управления любой крупной организацией представляется в виде сети, построенной по иерархическому радиально-узловому принципу, которая включает звенья сети и направления (связи) между этими звеньями.

Математической моделью такой сети является ориентированный граф. Известно большое количество методов анализа таких графов: метод Флойда-Уоршелла, алгоритм Дейкстры, метод Беллмана-Форда, метод двойного поиска и другие [1, 3]. Однако, применение данных методов основано на реализации неких алгоритмов и имеет высокую вычислительную сложность.

Предлагается разработать метод определения вероятности связи одного нижнего звена (НЗ) сети с верхним звеном (ВЗ) сети, что позволит найти математическое ожидание количества НЗ, имеющих связь с ВЗ сети.

Граф $G(A, I)$ типовой трехуровневой сети с рокадными связями при норме управляемости три представлен на рисунке 1.

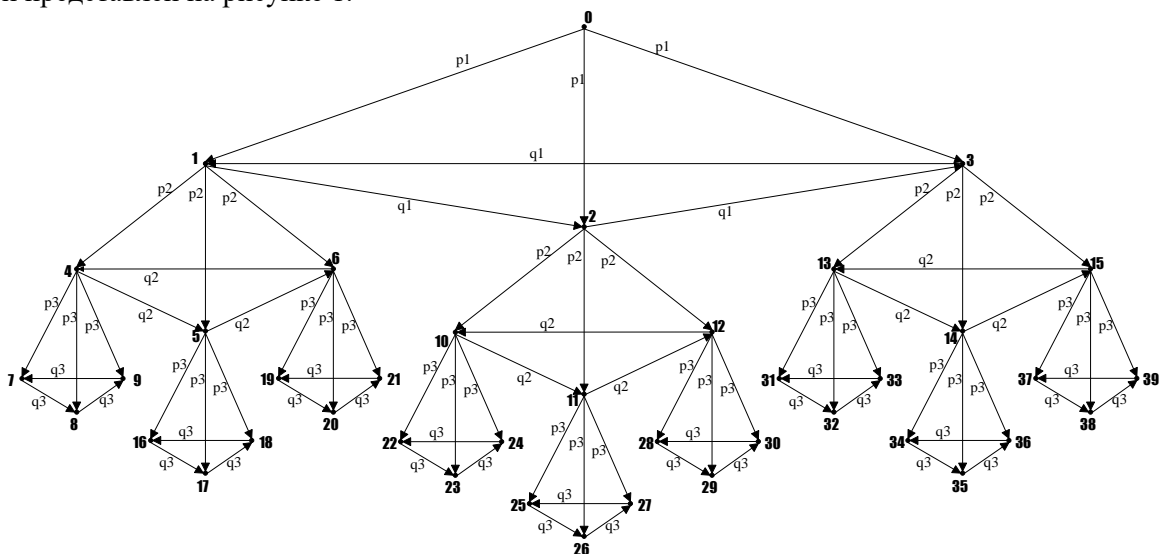


Рис. 1 Граф $G(A, I)$ трехуровневой сети с рокадными связями при норме управляемости, равной трем

Отметим, что данный граф является взвешенным, так как на каждом уровне сети вероятность связи радиальных и рокадных направлений сети разная, в частности:

p_1, p_2, p_3 – вероятности связи радиальных направлений сети на первом, втором, третьем уровнях иерархии соответственно;

q_1, q_2, q_3 – вероятности связи рокадных направлений сети на первом, втором, третьем уровнях иерархии соответственно.

Анализ графа иерархической радиально-узловой сети позволяет сравнительно несложно найти пути из ВЗ к выбранному НЗ, вычислить вероятность связи ВЗ со всеми НЗ и получить вероятностные характеристики сети. Данный метод включает следующие этапы:

1. Строим дерево путей из ВЗ (корня дерева) к одному из НЗ. (листу этого дерева).
2. Составляем логическую схему, которая соответствует построенному дереву путей.
3. На базе логической схемы получаем выражения для нахождения вероятности связи начальной вершины графа с одной из концевых его вершин.

4. Вычисляем вероятность связи ВЗ (начальной вершины графа) с НЗ всей сети (всеми конечными вершинами) и находим математическое ожидание количества НЗ сети, связанных с ВЗ.

Рассмотрим, дерево путей из ВЗ вершины 0 Граф $G(A, I)$ к НЗ вершине 7. Это дерево путей будет иметь вид, представленный на рисунке 2.

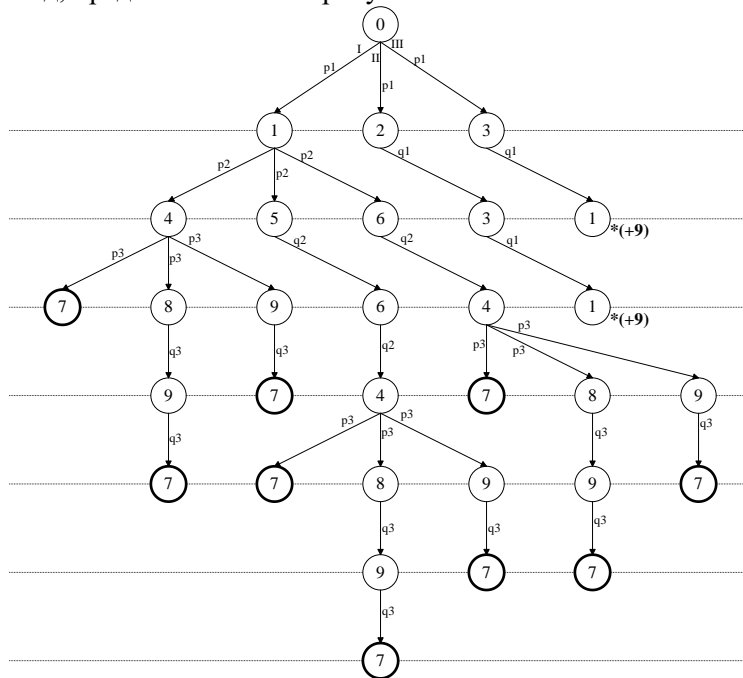


Рис. 2 Дерево путей из вершины 0 в вершину 7

Из рисунка 2 следует, что из вершины 0 в вершину 7 существует 3 основных направления путей и всего 27 маршрутов. Тогда вероятность связи вершины 7 с вершиной 0 определяется следующим образом:

$$P_{7-0} = P_I + P_{II} + P_{III} - P_I P_{II} - P_I P_{III} - P_{II} P_{III} + P_I P_{II} P_{III}, \tag{1}$$

где P_I – вероятность связи вершины 7 с вершиной 0 по направлению I;

P_{II} – вероятность связи вершины 7 с вершиной 0 по направлению II;

P_{III} – вероятность связи вершины 7 с вершиной 0 по направлению III.

Далее составляются логические схемы для P_I, P_{II}, P_{III} и находятся их значения [2], которые подставляются в (1). Вероятность связи со всеми НЗ сети равна

$$P_{связ} = P_{7-0}^N, \tag{2}$$

где N – количество НЗ в сети (концевых вершин графа).

Математическое ожидание числа НЗ, имеющих связь с ВЗ, равно

$$M[N] = NP_{7-0}. \tag{3}$$

Представленный аппарат можно применять для различных вариантов организации сетей связи.

Литература

1. Можаяев, А. С. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем [Текст] / А. С. Можаяев, В.Н. Громов. – СПб.: ВИТУ, 2000. – 145 с.
2. Цимбал, В. А. Информационный обмен в сетях передачи данных. Марковский подход: монография [Текст] / В. А. Цимбал. – М.: Вузовская книга, 2014. – 144 с.: ил.
3. Черкесов, Г. Н. Логико-вероятностные методы расчета надежности структурно-сложных систем / Г. Н. Черкесов, А. С. Можаяев // В кн. Надежность и качество изделий. – М.: Знание, 1991. – С. 34-65.