

Белов А.А.

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
e-mail: kaf-eivt@yandex.ru

Использование пакетного вейвлет-анализа при обработке и исследовании параметров временных рядов данных

При стандартном типе дискретного вейвлет-анализа коэффициенты аппроксимации C_{j+1} предыдущего уровня вейвлет-разложения в свою очередь раскладываются на C_j и детализирующие d_j коэффициенты следующего уровня, и далее подобная операция итерационно применяется к новым найденным коэффициентам C_j . d_j при этом не подвергаются разложению.

Такой подход обеспечивает кратное 2 деление частотного диапазона тестового ряда концентраций опасных загрязняющих выбросов на всех уровнях разложения. Для решения задачи оптимального частотного разложения и анализа сигнала может быть применен пакетный вейвлет-анализ.

Его ключевая отличительная особенность состоит в том, что разложению подвергаются не только низкочастотные аппроксимирующие коэффициенты, но и детализирующие, представляющие высокочастотные спектральные составляющие. Пакетная вейвлет-обработка, как правило, представлена графом в виде древовидной структуры, корневой частью которой служит исходный сигнал $x(k)$.

Вейвлет-пакет-это ветвь дерева, которая позволяет анализировать определенный заданный частотный диапазон сигнала $x(k)$.

Шаги алгоритма пакетного анализа.

1. Разложение сигнала по вейвлет-пакетам до заданного N -уровня.
2. Проведение анализа и дальнейшей обработки полученных вейвлет-пакетов, в которых содержится информация о составляющих сигнала в выбранном частотном диапазоне его рассмотрения. Другие вейвлет-пакеты и входящие в них коэффициенты, которые не соответствуют анализируемому частотному диапазону, не подвергаются обработке и отбрасываются.
3. По завершению работы с коэффициентами вейвлет разложения, осуществляется «обратное пакетное вейвлет-преобразование», обеспечивающее восстановление модифицированного в соответствии с применимым алгоритмом обработки сигнала.

В соответствии с уровнем пакетного вейвлет-разложения вычисляется количество узлов древовидной структуры, а также число вейвлет-коэффициентов с учетом шага разбиения частотного диапазона сигнала:

$$Nodes = N^2, \quad Coefs = size(x) \cdot (N + 1), \quad \Delta = \frac{1}{Nodes}.$$

Таким образом, если применить пакетное вейвлет-преобразование к экспериментальному ряду данных из 133920 отсчетов концентраций загрязняющего вещества (ацетон), то разложение до 5 уровня обеспечит следующее число узлов и коэффициентов разложения, представленное в табл. 1.

Таблица 1. Соответствие числа узлов и коэффициентов пакетного-разложения от N .

N	1	2	3	4	5
Nodes	2	4	8	16	32
Coefs	1488	2232	2976	3720	4464
Δ	0,5	0,25	0,125	0,0625	0,03125

Следующим важным преимуществом применения пакетного вейвлет-разложения служит способность оперировать только с теми ветвями или узлами разложения в древовидной структуре, в которых заключен максимум информации, требуемой для проведения операций

анализа и обратного восстановления сигнала. Таким образом, может быть проведена адаптивная фильтрация временного ряда данных, которая приведет к минимизации объема анализируемых данных, обеспечивая высокие параметры сжатия сигналов.

Значимой проблемой при пакетном вейвлет-анализе можно назвать построение оптимального дерева разложения, в котором избыточность коэффициентов разложения минимальна и высока их информативность. Как правило самым подходящим критерием для оценки и оптимального отбрасывания узлов является энтропия сигнала, являющаяся параметром, отражающим его информативность. Энтропия вычисляется для всех узлов дерева с учетом одного из базовых критериев:

1. Критерий Шеннона: $E_1 = -\sum_{i=1}^n s_i^2 \cdot \log(s_i^2)$, котором n – количество вейвлет-коэффициентов в текущем анализируемом узле.

2. Критерий нормы пространства: $E_2 = \sum_{i=1}^n \|s_i\|^p$, $p \geq 1$.

3. Энтропия логарифма энергии: $E_3 = \sum_{i=1}^n \log(s_i^2)$.

4. Пороговая энтропия, вычисляемая по формуле $E_4 = m$, в которой m – количество коэффициентов вейвлет-разложения текущего узла, уровень значений которых выше заданного порогового значения.

Рис. 1. демонстрирует полное пакетное дерево (б) с отображением числа вейвлет-коэффициентов в каждом узле тестового временного ряда концентраций загрязняющих веществ (а), оптимизированные пакетные вейвлет-деревья (со значениями параметра энтропии в каждом узле (в), и с учетом энергии в каждом узле (г)). Они были получены по приведенному выше алгоритму.

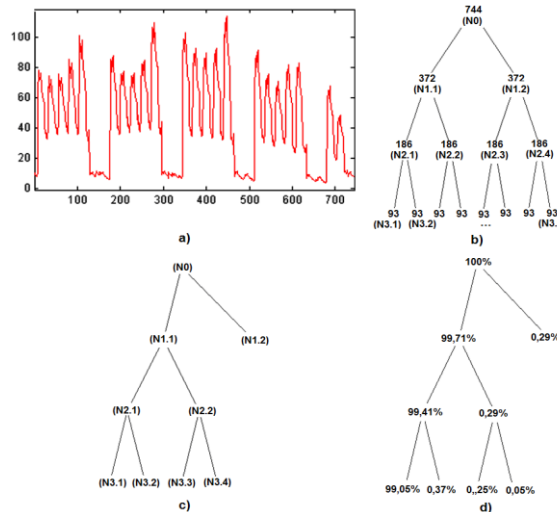


Рис. 1. Оптимизация пакетного вейвлет-дерева тестового сигнала.

В ходе экспериментального преобразования сигнала с формированием полного пакетного вейвлет-разложения до 3 уровня с использованием вейвлетов Добеши1 (db1), было получено 2976 коэффициентов. Оптимизация дерева позволила сократить количество коэффициентов до 2046 (что определяет коэффициент сжатия в 31,25% с учетом 100% сохранения остаточной энергии тестового временного ряда, представляющего анализируемый сигнал).

Далее к сохранившимся после оптимизации вейвлет-коэффициентам можно применять процедуры пороговой обработки, фильтрации и компрессии, а также проводить регрессионный анализ для обеспечения возможности восстановления и экстраполяции экспериментальных временных рядов в задаче экологического мониторинга.