

Соловьев С.А., Жиганов С.Н., Жиганова Е.А.

Муромский институт (филиал) федерального государственного образовательного учреждения высшего образования «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
602264, г. Муром, Владимирская обл., ул. Орловская, 23
e-mail: s_zh_72@mail.ru

Автокорреляционная функция регулярной последовательности импульсов

Рассмотрим следующую задачу. Пусть формируется последовательность из N импульсов, каждый из которых в пределах периода импульса описывается функцией вида:

$$s(t) = \begin{cases} A(t)\cos(\omega_0 t + \psi(t) + \varphi_0), & \text{если } -\tau_{и}/2 \leq t \leq \tau_{и}/2; \\ 0, & \text{в других случаях,} \end{cases} \quad (1.1)$$

где $A(t)$ – известный закон изменения огибающей импульса; $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$, f_0 – несущая частота; $\psi(t)$ – известный закон изменения фазы импульса; φ_0 – начальная фаза и $\tau_{и}$ – длительность импульса.

В случае регулярной последовательности все параметры импульсов являются постоянными – период следования T , несущая частота f_0 , начальная фаза φ_0 и длительность $\tau_{и}$, изменяются только $A(t)$ и $\psi(t)$.

Для примера на рис. 1.1 приведена последовательность из десяти видеоимпульсов ($\omega_0 = 0$) со следующими параметрами: длительность каждого импульса составляет $\tau_{и} = 100$ мкс, период следования $T = 1$ мс, $A(t) = A = 1$, $\psi(t) = 0$ и $\varphi_0 = 0$.

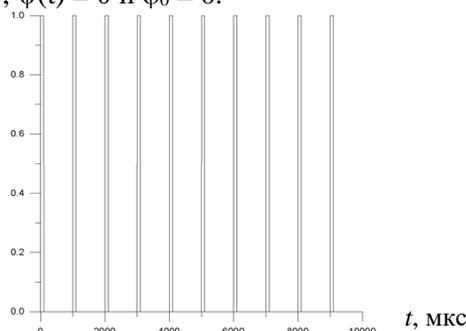


Рис. 1.1. Регулярная последовательность видеоимпульсов

Наиболее часто для описания свойств импульсных последовательностей рассчитывают ее автокорреляционную функцию (АКФ), которая для детерминированного сигнала вычисляется по формуле:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t - \tau)dt. \quad (1.2)$$

Подставим в (1.2) выражение, описывающее сигнал (1.1). С учетом того, что сигнал в пределах периода T отличен от нуля только от $-\tau_{и}/2$ до $\tau_{и}/2$, а так же введенные ограничения $A(t) = A$, $\psi(t) = 0$ и $\varphi_0 = 0$, получим

$$R(\tau) = \int_{-\tau_{и}/2+\tau}^{\tau_{и}/2} A\cos(\omega_0 t)A\cos(\omega_0(t - \tau))dt. \quad (1.3)$$

Решением определенного интеграла (1.3) является выражение для АКФ одиночного видеоимпульса

$$R(\tau) = \frac{A^2}{2}(\tau_{и} - |\tau|) \left(\cos(\omega_0 \tau) + \frac{\sin(\omega_0(\tau_{и} - |\tau|))}{\omega_0(\tau_{и} - |\tau|)} \right) \quad (1.4)$$

или

$$R(\tau) = \frac{A^2}{2}(\tau_{и} - |\tau|) \left(\cos(\omega_0 \tau) + \text{sinc}(\omega_0(\tau_{и} - |\tau|)) \right), \quad (1.5)$$

где

$$\text{sinc}(\omega_0(\tau_{и} - |\tau|)) = \frac{\sin(\omega_0(\tau_{и} - |\tau|))}{\omega_0(\tau_{и} - |\tau|)} \quad (1.6)$$

- функция синус Котельникова.

Для получения выражения АКФ регулярной последовательности импульсов воспользуемся методикой, изложенной в [1, 2]:

1. АКФ регулярной последовательности из N импульсов содержит $2N - 1$ лепестков;
2. Центральный лепесток имеет максимальную амплитуду, лепестки справа и слева от центрального являются симметричными с уменьшающейся амплитудой;
3. Значение центрального лепестка АКФ последовательности импульсов равна $N \cdot R(\tau)$ одиночного импульса (1.5);
4. Значение первого бокового лепестка равна $(N - 1) \cdot R(\tau)$, второго $(N - 2) \cdot R(\tau)$, и т.д., последний лепесток АКФ определяется соотношением (1.5).

На рис. 1.2 приведена рассчитанная средствами языка программирования C++ по соотношению (1.2) АКФ последовательности, приведенной на рис. 1.1. Полученная АКФ и функция, рассчитанная по описанной выше методике и соотношению (1.5), полностью совпали. Это говорит о том, что получить АКФ регулярной последовательности видеоимпульсов можно как в результате моделирования, так и при помощи расчетов.

Основными характеристиками АКФ являются – ширина центрального лепестка и максимальный уровень боковых лепестков (УБЛ). Из соотношения (1.5) и рис. 1.2 видно, что ширина центрального лепестка, как и всех других, составляет $2\tau_{и}$. Максимальный УБЛ равен отношению максимального значения бокового лепестка $R_{\max}(\tau)$ (в нашем случае это первый боковой лепесток) к максимальному значению центрального $R(0)$

$$\text{УБЛ [дБ]} = 20 \log \frac{R(0)}{R_{\max}(\tau)}. \quad (1.7)$$

Для рассчитанной АКФ, приведенной на рис. 1.2 УБЛ составляет минус 0,92 дБ.

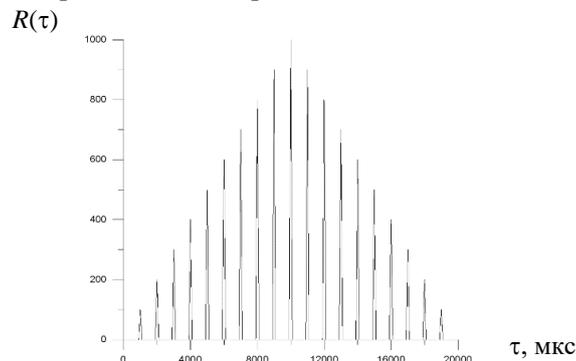


Рис. 1.2. АКФ регулярной последовательности видеоимпульсов

Основные результаты имеют достаточно общий характер и могут быть применены при построении различных радиофизических информационных систем в устройствах связи, локации, навигации и т.п. Разработанные алгоритмы оценки позволяют упростить их аппаратную или программную реализацию и при определенных условиях, обеспечивают достаточно малые потери в точности по сравнению с оптимальными алгоритмами

Литература

1. Ледовских, Н В Статистическое моделирование алгоритмов оценки временного положения и периода следования последовательности импульсов /Н В. Ледовских // Материалы XIII международной научно – технической конференции "Радиолокация, навигация, связь" —Т 1 — Воронеж, 2007 — С 161-171
2. Ледовских, Н В Эффективность оценки периода следования импульсов квазиоптимальным измерителем, использующим рециркулятор /А П Трифонов, Н В Ледовских // Материалы IX международной научно- технической конференции "Радиолокация, навигация, связь" —Т I —Воронеж, 2003 —С 163 - 171